



آزمون شماره ۲ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

جمعه

۱۴۰۰/۶/۱۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۱۳۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۹۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۵۰	۸۱	۱۳۰	۷۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۱۳۱	۱۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۱۵۶	۱۷۵	۲۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵ (صفحه ۹۴ تا ۱۱۷)	فصل ۱ (درس ۴) و فصل ۲	فصل ۱ تا صفحه ۱۸ (ابتدای تقسیم و بخش پذیری)
هندسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن)
گسسته	—	فصل ۱ (درس ۲ و ۳: مجموعه) (صفحه ۱۹ تا ۲۸)	فصل ۲: بخش پذیری، ب.م.م، ک.م.م و تقسیم (صفحه ۹ تا ۱۸)
فیزیک	فصل ۲ (صفحه ۲۷ تا ۵۲)	—	فصل ۱
شیمی	فصل ۲ (از ابتدای صفحه ۶۰ تا انتهای فصل)	—	فصل ۱ (صفحه ۱ تا ۱۳) تا ابتدای اسید و باز

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

گروه طراحی و ویراستاری آزمون

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	داریوش امیری - سید جواد نظری
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	داریوش امیری - جعفر شریف اوغلی
۳	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	مصطفی دیداری	داریوش امیری - جعفر شریف اوغلی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	علی پیمانی - جواد قزوینیان	جعفر شریف اوغلی - زهرا پروین
	شیمی	مسعود جعفری	محمدحسن محمدزاده مقدم	محبوبه بیگ محمدی - آناهیتا کوشکی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - رقیه اسدیان - باران اسماعیل پور - امیرعلی العاسی - مهسا مهدیلو - فاطمه میناسرشت

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

ریاضیات

۸۱- از انبساط افقی و انقباض عمودی کدام تابع زیر به تابع $y = f(x)$ می‌رسیم؟

$$(۱) \frac{3}{4}f\left(\frac{3}{4}x\right) \quad (۲) \frac{4}{3}f\left(\frac{3}{4}x\right) \quad (۳) \frac{4}{3}f\left(\frac{4}{3}x\right) \quad (۴) \frac{3}{4}f\left(\frac{4}{3}x\right)$$

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

اگر $af(bx)$ از انبساط افقی و انقباض عمودی $f(x)$ به دست آید، آنگاه $0 < b < 1$ و $0 < a < 1$ است. حال در این سؤال باید از $af(bx)$ به $f(x)$ برسیم پس برعکس عمل می‌کنیم یعنی باید $a, b > 1$ باشند. پس گزینه (۳) صحیح است.

۸۲- نمودار $f(x) = 2 - 3|1 - x|$ را نسبت به خط $x = -2$ قرینه کرده‌ایم. نمودار حاصل را چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا بر نمودار $y = f(x)$ منطبق شود؟

$$(۱) ۵ \quad (۲) ۲ \quad (۳) ۴ \quad (۴) ۶$$

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

برای یافتن قرینه $f(x)$ نسبت به خط $x = \alpha$ ، به جای x عبارت $2\alpha - x$ را جایگزین می‌کنیم.

$$\text{تبدیل اول: } y = f(-4 - x) = 2 - 3|1 - (-4 - x)| = 2 - 3|x + 5|$$

$$\text{واحد به راست } k: y = 2 - 3|x - k + 5|$$

$$\Rightarrow 2 - 3|x - k + 5| = 2 - 3|1 - x| \Rightarrow 5 - k = -1 \Rightarrow k = 6$$

- ۸۲- اگر $A(2, 3)$ روی نمودار وارون تابع $y = 2f(3x)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار $y = 3f(2x)$ کدام است؟
 (۱) $(4/5, 3)$ (۲) $(0/75, 18)$ (۳) $(3, 4/5)$ (۴) $(18, 0/75)$

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه $A'(3, 2)$ روی تابع $y = 2f(3x)$ است. پس $2 = 2f(9)$ و یا $f(9) = 1$ اگر $A''(\alpha, \beta)$ روی $y = 3f(2x)$ باشد، آنگاه $\beta = 3f(2\alpha)$ و یا $f(2\alpha) = \frac{\beta}{3}$.

$$\begin{cases} f(2\alpha) = \frac{\beta}{3} \\ f(9) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 9 \Rightarrow \alpha = 4/5 \\ \frac{\beta}{3} = 1 \Rightarrow \beta = 3 \end{cases}$$

- ۸۴- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا نمودار f را در نقطه‌ای به طول $x=5$ قطع کند؟

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

قرینه نسبت به نیمساز ناحیه اول در واقع همان وارون تابع است.

$$y = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \sqrt{y-1} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = x^2 + 1, x \geq 0$$

$$k: y = (x-k)^2 + 1 \text{ واحد به راست}$$

$$\sqrt{x-1} = (x-k)^2 + 1 \xrightarrow{x=5} 2 = (\Delta-k)^2 + 1 \Rightarrow k = 4$$

- ۸۵- قرینه نمودار $f(x) = 2 + \sqrt{x-4}$ نسبت به نقطه $M(0, 2)$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟
 (۱) -۸ (۲) -۱۰ (۳) -۱۲ (۴) -۱۳

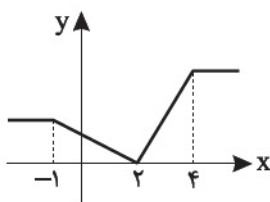
۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

قرینه تابع $y = f(x)$ نسبت به نقطه $A(\alpha, \beta)$ به صورت $2\beta - y = f(2\alpha - x)$ است. قرینه $f(x)$ نسبت به نقطه $M(0, 2)$ به صورت $6 - y = f(0 - x)$ است.

$$6 - y = 2 + \sqrt{-x-4} \Rightarrow y = 4 - \sqrt{-x-4}$$

$$y = 0 \Rightarrow \sqrt{-x-4} = 4 \Rightarrow -x-4 = 16 \Rightarrow x = -20$$

۸۶- اگر نمودار $y = f(x)$ شکل مقابل باشد تابع $y = 1 - 2f(\frac{2-x}{3})$ در کدام بازه صعودی اکید است؟



(۱) $[1, 4]$

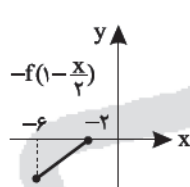
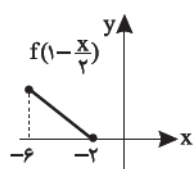
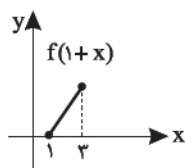
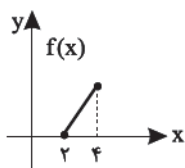
(۲) $[\frac{1}{3}, \frac{3}{3}]$

(۳) $[2, 6]$

(۴) $[-6, -2]$

۸۷- گزینه ۴ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی اکید باشد، تابع $-f(-x)$ در بازه $[-b, -a]$ صعودی اکید است. پس، کافی است فقط بازه $[2, 4]$ را در نظر بگیریم.



سایر تبدیلات عمودی تأثیری بر دامنه ندارند.

۸۷- با فرض $f(x) = 1 - \sqrt{x-2}$ کدام تابع در دامنه تعریف خودش اکیداً نزولی است؟

(۴) $1 - f(\frac{1}{x})$

(۳) $\frac{1}{f(x)}$

(۲) $1 - f(-\frac{2}{x})$

(۱) $f(\frac{2}{x})$

۸۷- گزینه ۴ صحیح است.

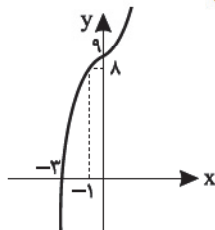
تابع f با دامنه $[2, +\infty)$ اکیداً نزولی است. تابع $f(\frac{1}{x})$ با دامنه $(0, \frac{1}{2}]$ اکیداً صعودی و تابع $-f(\frac{1}{x})$ با همین دامنه اکیداً نزولی است. گزینه‌های (۱) و (۲) اکیداً صعودی و گزینه (۳) غیریکنواست.

۸۸- با فرض آنکه $f(x) = x + 3$ باشد، نمودار تابع $y = f(x)f(x^3)$ با کدام انتقال از ناحیه دوم عبور نخواهد کرد؟

- (۱) ۸ واحد به سمت بالا
(۲) ۹ واحد به سمت پایین
(۳) یک واحد به سمت راست
(۴) ۳ واحد به سمت چپ

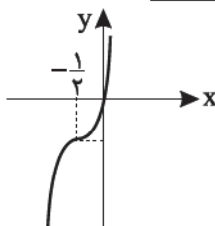
۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$y = f(x)f(x^3) = (x+3)(x^3+3) \\ = x^3 + 3x^3 + 3x + 9 = (x+1)^3 + 8$$



اگر نمودار تابع را ۹ واحد به پایین یا ۳ واحد به راست ببریم از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

۸۹- نمودار تابع $f(x) = k(x+\alpha)^3 - 1$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = \alpha(k-x)^3 - 8$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل تابع، نمودار $y = x^3$ به اندازه $\frac{1}{4}$ به سمت چپ منتقل شده است. پس، $\alpha = \frac{1}{4}$ است.

$$f(0) = 0 \Rightarrow k\alpha^3 - 1 = 0 \Rightarrow k\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 1 = 0 \Rightarrow k = 8$$

$$y = \alpha(k-x)^3 - 8 = \frac{1}{4}(8-x)^3 - 8 = -\frac{1}{4}(x-8)^3 - 8$$



۹۰. مجموعه جواب نامعادله $|5x+6| < |3x+2|$ بازه $(-\infty, \alpha)$ است. α چه عددی است؟

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{6}{5}$

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

اگر $x \leq 0$ باشد، نامعادله بدیهی است. (سمت چپ نامعادله منفی یا صفر و سمت راست آن مثبت است).

حال، فرض کنید $x > 0$ است. پس $3x+2$ و $5x+6$ نیز مثبت است.

$$x(3x+2) < 5x+6 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 6 < 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 2 \xrightarrow{x>0} 0 < x < 2$$

پس، جواب به صورت $(-\infty, 2)$ است، یعنی $\alpha = 2$ است.

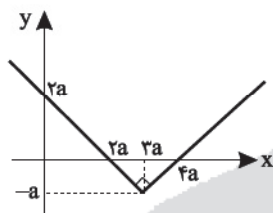
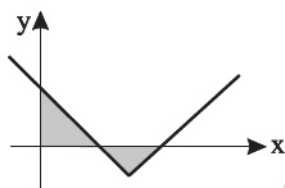
۹۱. نمودار تابع $f(x) = |x-2a| - a$ شکل مقابل است، نسبت مساحت دو مثلث رنگ شده کدام می تواند باشد؟

(۱) $2a^2$

(۲) ۲

(۳) $a^2 + 2$

(۴) ۴



$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a = 2a^2 \\ S_2 = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{2a^2}{a^2} = 2$$

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

۹۲. اگر $[2x] = \frac{3x}{2}$ باشد، اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین ریشه معادله چه عددی است؟

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنید $\frac{3x}{2} = k$ و $k \in \mathbb{Z}$ پس $x = \frac{2k}{3}$.

$$[\frac{2k}{3}] = k \Rightarrow k \leq \frac{2k}{3} < k+1 \Rightarrow 3k \leq 2k < 3k+3$$

$$\Rightarrow 0 \leq k < 3 \Rightarrow k = 0, 1, 2 \Rightarrow x = 0, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{4}{3} - 0 = \frac{4}{3}$$

۹۳- اگر $f(x) = 1 - 2^{1-2x}$ باشد، دامنه تعریف $y = \sqrt{f(\frac{1}{x}) - f(\frac{x}{\lambda})}$ کدام است؟

- (۱) $[-4, 4] - \{0\}$ (۲) $\mathbb{R} - (-4, 4)$ (۳) $[-4, 0) \cup [4, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -4] \cup (0, 4]$

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

تابع $y = 2^x$ اکیداً صعودی است. پس، $f(x)$ نیز اکیداً صعودی است.

$$f(\frac{1}{x}) \geq f(\frac{x}{\lambda}) \Rightarrow \frac{1}{x} \geq \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{x}{\lambda} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{1\lambda - x^2}{\lambda x} \geq 0 \Rightarrow (-\infty, -4] \cup (0, 4]$$

	-4	0	4
$\frac{1\lambda - x^2}{\lambda x}$	+	-	+
	-	+	-

۹۴- اگر دامنه تعریف $f(x) = \sqrt{ax+b}$ بازه $(-\infty, +2]$ باشد. دامنه تعریف $g(x) = \sqrt{2a+bx}$ کدام است؟

- (۱) $[1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $[-1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1]$

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$ax + b \geq 0 \xrightarrow{a < 0} x \leq -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2$$

چون $a < 0$ است، پس $b > 0$ است.

$$2a + bx \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{2a}{b} \Rightarrow x \geq -\frac{2a}{-2a} \Rightarrow x \geq 1$$

۹۵- اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{2x+4} - 4$ باشد، دامنه تابع $(f-g) \circ g$ کدام است؟

- (۱) $[0, 4]$ (۲) $[-2, 4]$ (۳) $[0, 30]$ (۴) $[-2, 30]$

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

نکته:

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\}$$

$$f : 4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$$

$$g : 2x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_{f-g} = [-2, 4]$$

$$D_{(f-g) \circ g} = \{x \geq -2 : -2 \leq \sqrt{2x+4} - 4 \leq 4\}$$

$$= \{x \geq -2 : 0 \leq x \leq 30\} = [0, 30]$$

ابتدا دامنه هریک از توابع را می‌یابیم.

۹۶- با فرض $f(x) = x + [-x]$ و $g(x) = \frac{\Delta x + 1}{x - 1}$ ، برد تابع gof برابر بازه $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

نکته: $0 \leq \alpha - [\alpha] < 1$

$$\alpha = -x \Rightarrow 0 \leq -x - [-x] < 1 \Rightarrow -1 < x + [-x] \leq 0$$

هدف یافتن برد تابع $y = \text{gof}(x) = \frac{\Delta f + 1}{f - 1}$ با فرض $-1 < f \leq 0$ است. چون تابع $\frac{\Delta x + 1}{x - 1}$ به ازای $x < 1$ نزولی است. پس:

$$g(0) \leq \text{gof}(x) < g(-1) \Rightarrow -1 \leq \text{gof}(x) < 2 \Rightarrow b - a = 3$$

۹۷- اگر $f(x) = 2x + 1$ و $\text{gof}(x) = 4x^2 + 4$ باشد، ضابطه $f^{-1} \circ \text{gof}(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $x^2 - \frac{1}{2}x + 2$ ۲ (۲) $x^2 - x + 1$ ۳ (۳) $\frac{1}{2}x^2 - x + 2$ ۴ (۴) $x^2 + x + 1$

۹۷. گزینه ۳ صحیح است.

با فرض $f = 2x + 1$ به رابطه $x = \frac{f-1}{2}$ می‌رسیم.

$$g(f) = 4x^2 + 4 = 4\left(\frac{f-1}{2}\right)^2 + 4 = f^2 - 2f + 5$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2} \Rightarrow f^{-1}(g(x)) = \frac{x^2 - 2x + 5 - 1}{2} = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

۹۸- حدود m کدام باشد تا تابع $|f(x) - (2m - 5)x - 4|$ با دامنه \mathbb{R} تابعی وارون پذیر باشد؟

- ۱ (۱) $1 < m < 5$ ۲ (۲) $m > 5$ یا $m < 1$ ۳ (۳) $-5 < m < -1$ ۴ (۴) $m > -1$ یا $m < -5$

۹۸. گزینه ۲ صحیح است.

اگر تابع را دو ضابطه‌ای بنویسیم به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} (2m - 5 - 2m)x - 4 \\ (2m - 5 + 2m)x + 4 \end{cases}$$

اگر f بخواهد وارون پذیر باشد، باید شیب خطوط در هر دو ضابطه هم علامت باشد.

$$(m - 5)(\Delta m - 5) > 0 \Rightarrow m < 1 \text{ یا } m > 5$$

۹۹- با فرض $f(x) = \frac{2x-3}{3x-2}$ مقدار α کدام باشد تا رابطه $f(2-f^{-1}(\alpha)) = f^{-1}(4)$ برقرار باشد؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $-\frac{7}{8}$

۹۹. گزینه ۲ صحیح است.

نکته: در تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a = -d$ باشد، وارون تابع با خود تابع برابر است.

در این سؤال $f = f^{-1}$ است و چون f یک به یک است، مجاز به حذف f از دو طرف تساوی هستیم.

$$f'(2-f(\alpha)) = f'(4) \Rightarrow 2-f(\alpha) = 4$$

$$\Rightarrow f(\alpha) = -2 \Rightarrow \frac{2\alpha-3}{3\alpha-2} = -2 \Rightarrow \alpha = \frac{7}{8}$$

۱۰۰- اگر $\{(-2, a), (b^2 + 2b, a), (b, b), (2, -1)\}$ تابعی یک به یک باشد، کدام تابع زیر یک به یک است؟

- (۱) $[x] - ax$ (۲) $ax + [x]$ (۳) $2x + b[x]$ (۴) $-[x] - bx$

۱۰۰. گزینه ۱ صحیح است.

هر تابع اکیداً یک به یک است.

در تابع یک به یک نه مؤلفه‌های اول برابرند نه مؤلفه‌های دوم.

$$y = a \Rightarrow -2 = b^2 + 2b \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

مقدار $b = -1$ قابل قبول نیست، پس $b = -2$. در نتیجه، $a = b = -2$ است. چون x اکیداً صعودی و $[x]$ صعودی است، پس $[x] + 2x$ یک به یک است.

۱۰۱- اگر $a_i \in \mathbb{N}$ و $a_1 + 1 = \frac{a_2 + 2}{2} = \dots = \frac{a_n + n}{n}$ ، حاصل $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ چند برابر a_1 است؟

- (۱) $\frac{n(n+1)}{4}$ (۲) $\frac{n}{2}$ (۳) $\frac{n(n+1)}{2}$ (۴) $\frac{n}{4}$

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

یکی از ویژگی‌های تناسب این است که:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{a_1 + 1}{1} = \frac{a_2 + 2}{2} = \dots = \frac{a_n + n}{n} = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (1 + 2 + \dots + n)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}$$

$$\Rightarrow a_1 + 1 = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + \frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}} \Rightarrow a_1 + 1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{\frac{n(n+1)}{2}} + 1 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(n+1)}{2} a_1$$

البته، می‌توانستید با مثال عددی (مثلاً سه کسر یا دو کسر) نیز بررسی کنید.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

- ۱۰۲- اگر اعداد حقیقی مثبت a , b و c طول اضلاع مثلث ΔABC باشند، به طوری که هر کدام واسطه هندسی بقیه باشد، نوع مثلث ΔABC الزاماً کدام است؟
 (۱) متساوی الاضلاع
 (۲) قائم الزویه
 (۳) قائم الزویه متساوی الساقین
 (۴) مثلثی با این طولها ساخته نمی شود.

۱۰۲. گزینه ۱ صحیح است.

چون هر کدام واسطه هندسی دو تای دیگر است، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = bc \\ b^2 = ac \\ c^2 = ab \end{array} \right\} \xrightarrow{+} a^2 + b^2 + c^2 = bc + ac + ab$$

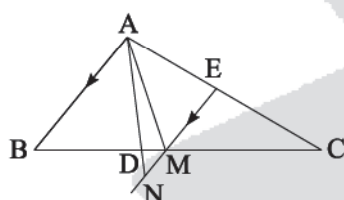
$$\xrightarrow{-\times 2} 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2bc - 2ac - 2ab = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow \text{بنابراین مثلث، متساوی الاضلاع است.}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

- ۱۰۳- در شکل زیر AM و AD به ترتیب نیمساز زاویه A و میانه وارد بر ضلع BC هستند و $\frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{6}$ است. اندازه MN چند برابر طول کوچک ترین ضلع مثلث ΔABC است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{3}{8}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{6} = t$$

$$AC = 6t, BC = 4t, AB = 3t$$

$$\left. \begin{array}{l} AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{BAD} = \hat{NAC} \\ AN \parallel NE \text{ و مورب} \Rightarrow \hat{BAD} = \hat{ANE} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{NAC} = \hat{ANE} \Rightarrow AE = NE \quad (i)$$

چون M وسط BC است و $ME \parallel AB$ طبق عکس تالس (میانبر یا میان خط)

$$(ii) ME = \frac{1}{2} AB$$

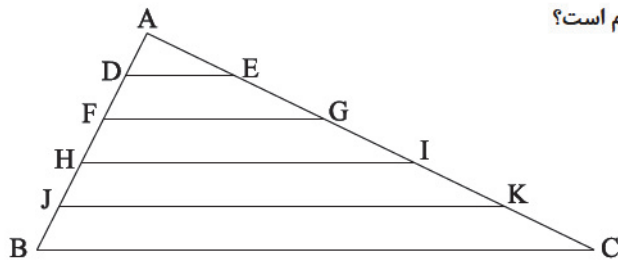
$$(iii) AE = EC = \frac{1}{2} AC \xrightarrow{(i)} NE = \frac{1}{2} AC \quad (iv)$$

$$MN = NE - ME \xrightarrow{(iv), (ii)} MN = \frac{1}{2} AC - \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} (6t - 3t)$$

$$\Rightarrow MN = \frac{3}{2} t \xrightarrow{\text{کوچک ترین ضلع } AB} MN = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} AB = \frac{1}{2} AB$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

۱۰۴- در مثلث $\triangle ABC$ ، پاره‌خط‌هایی به موازات BC رسم شده است. اگر ضلع AC به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده باشد و مجموع طول پاره‌خط‌های FG و HI برابر ۴ واحد باشد، طول پاره‌خط JK کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۳/۲

(۳) ۳/۵

(۴) ۴

۱۰۴. گزینه ۲ صحیح است.

با فرض $DE = x$ و با نوشتن تالس جزء به کل در مثلث $\triangle AFG$ داریم:

$$\frac{DE}{FG} = \frac{AE}{AG} = \frac{1}{2} \\ \text{بنابراین: } FG = 2x$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

با توجه به اینکه در سؤال، $FG + HI = 4$ داده شده، می‌توانیم طول پاره‌خط JK را به دست آوریم.

$$FG + HI = 4 \Rightarrow 2x + 3x = 4 \Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = 0.8$$

$$JK = 4x = 4 \times 0.8 = 3.2$$

پس:

(هندسه دهم، صفحه ۲۵)

۱۰۵- در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($AB \parallel CD$) که طول قاعده‌های آن ۴ و ۶ واحد است، اندازه پاره‌خطی که از محل برخورد قطرهای بر ساق قائم، عمود می‌شود چقدر است؟

(۴) ۲/۴

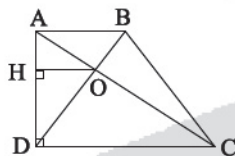
(۳) ۲/۲

(۲) ۱/۲

(۱) ۱/۱

۱۰۵. گزینه ۴ صحیح است.

سؤال از ما طول OH را خواسته است.



$$\triangle ABD: (OH \parallel AB) \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{OH}{AB} = \frac{DH}{AD} \quad (۱)$$

$$\triangle ADC: (OH \parallel DC) \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{OH}{DC} = \frac{AH}{AD} \quad (۲)$$

با جمع طرفین (۱) و (۲) داریم:

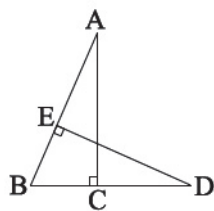
$$\frac{OH}{AB} + \frac{OH}{DC} = \frac{DH}{AD} + \frac{AH}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$$

$$\Rightarrow OH \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{DC} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{OH} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow OH = \frac{12}{5} = 2.4$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۷)

۱۰۶- در شکل زیر $AB = ۱۸$ و $AC = ۱۲$ و $ED = ۱۰$ است. اندازه پاره خط EB چقدر است؟



(۱) ۱۵

(۲) $۵\sqrt{۵}$

(۳) ۵

(۴) $\sqrt{۲۱}$

۱۰۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \\ \hat{E} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BED$$

$$\frac{AC}{ED} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{EB}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{BD} \Rightarrow BD = ۱۵$$

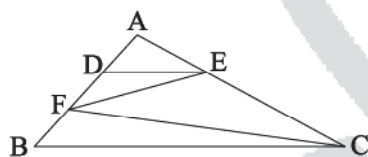
با نوشتن فیثاغورس در مثلث BED داریم:

$$BD^2 = BE^2 + ED^2$$

$$\Rightarrow BE = \sqrt{۱۵^2 - ۱۰^2} = ۵\sqrt{۵}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۰)

۱۰۷- در شکل زیر، $AD = DF = FB$ و $DE \parallel BC$ است. مساحت مثلث EFC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۲) $\frac{۴}{۹}$

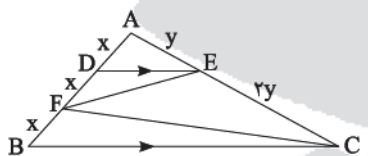
(۱) $\frac{۲}{۹}$

(۴) $\frac{۵}{۹}$

(۳) $\frac{۲}{۸}$

۱۰۷. گزینه ۲ صحیح است.

در حل این نوع مسائل بهتر است طول هر پاره خط را با توجه به نسبت‌های داده شده بنویسیم.



(قضیه اساسی تشابه) $DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC}$$

دو مثلث ADE و DEF هم‌مساحت‌اند زیرا ارتفاع دو مثلث، یکی و قاعده‌های دو مثلث برابر است. بنابراین:

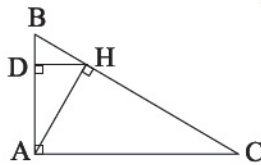
$$S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle AFE} = \frac{2}{9} S_{\triangle ABC} \quad (۱)$$

دو مثلث AFE و FEC ارتفاع مشترک از رأس F دارند، بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle AFE}} = \frac{2y}{y} = 2 \xrightarrow{(۱)} S_{\triangle FEC} = 2 S_{\triangle AFE} = 2 \left(\frac{2}{9} S_{\triangle ABC} \right) = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۷)

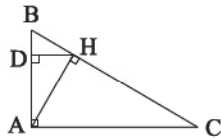
۱۰۸- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، طول اضلاع قائم AB و AC به ترتیب ۲ و $۲\sqrt{۳}$ است. طول DH کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ (۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ (۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۰۸. گزینه ۴ صحیح است.

به کمک فیثاغورس، واضح است که طول BC برابر ۴ است.



$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 4 + 12 \Rightarrow BC = 4$
 $\triangle ABC$ است. بنابراین سه مثلث قائم الزاویه $\triangle ABH$ ، $\triangle ACH$ و $\triangle ABC$ دایره دو متشابه اند.
 $\triangle ABH \sim \triangle ABC \Rightarrow$ نسبت تشابه $= \frac{AB}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

می دانیم نسبت ارتفاع های نظیر در دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه است.

$$\frac{1}{2} = \frac{DH}{AH} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DH}{\sqrt{۲}} \Rightarrow DH = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

دقت کنید! طول AH به کمک فرمول های مساحت مثلث به راحتی به دست می آید.

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2} \Rightarrow AH \times 4 = 2 \times 2\sqrt{۲} \Rightarrow AH = \sqrt{۲}$$

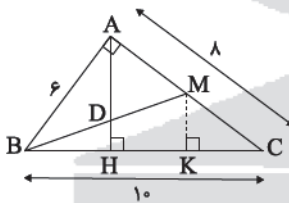
(هندسه دهم، صفحه های ۴۲ و ۴۵)

۱۰۹- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد و $AC > AB$ است. ارتفاع AH و میانه BM را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه D قطع کنند. اندازه DH کدام است؟

- (۱) $\frac{۲۷}{۲۰}$ (۲) $\frac{۶۷}{۲۰}$ (۳) $\frac{۱۱۵}{۸۵}$ (۴) $\frac{۱۰۸}{۸۵}$

۱۰۹. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اندازه های داده شده، طول وتر BC برابر ۱۰ واحد است.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$\frac{10 \times AH}{2} = \frac{6 \times 8}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 36 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{36}{5}$$

$$CH = 10 - \frac{36}{5} = \frac{14}{5}$$

بنابراین:

از M عمود MK را بر وتر وارد می کنیم. چون M وسط AC و $MK \parallel AH$ است، طبق میان خط (عکس تالس) داریم:

$$MK = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \left(\frac{24}{5} \right) = \frac{12}{5}$$

$$HK = CK = \frac{3}{2}$$

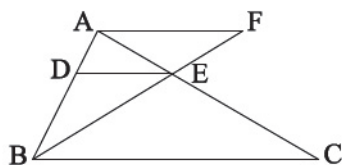
همچنین، K وسط CH است. پس:

در مثلث BMK ، $DH \parallel MK$ است. با نوشتن تالس جزء به کل در این مثلث خواهیم داشت:

$$\frac{DH}{MK} = \frac{BH}{BK} \Rightarrow \frac{DH}{\frac{12}{5}} = \frac{\frac{36}{5}}{\frac{24}{5} + \frac{3}{2}} \Rightarrow DH = \frac{\frac{12}{5} \times \frac{36}{5}}{\frac{24}{5} + \frac{3}{2}} = \frac{12 \times 36}{24 \times 2 + 5 \times 3} = \frac{108}{17}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۶)

۱۱۰- در مثلث $\triangle ABC$ ، $DE \parallel BC$ و مساحت ذوزنقه $DECB$ برابر مساحت مثلث $\triangle ADE$ است. BE را امتداد می‌دهیم تا خط موازی BC که از نقطه A رسم شده را در F قطع کند. مساحت مثلث $\triangle ABF$ چند برابر مساحت مثلث $\triangle ADE$ است؟



۹ (۱)

۴/۵ (۲)

۲/۲۵ (۳)

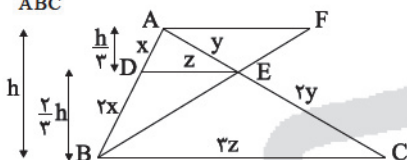
۴ (۴)

۱۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{S_{\triangle DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{1}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{S_{\triangle DECB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$$

از تشابه دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$ داریم:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = x, AB = 3x$$



$$\frac{S_{\triangle DEB}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{x}{3} \times h \times z}{\frac{1}{2} \times \frac{x}{3} \times h \times 2z} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$S_{\triangle DEB} + S_{\triangle BEC} = 8S_{\triangle ADE} \xrightarrow{(1)} S_{\triangle DEB} + 2S_{\triangle DEB} = 8S_{\triangle ADE} \Rightarrow S_{\triangle DEB} = 2S_{\triangle ADE} \quad (2)$$

$$\frac{S_{\triangle DEB}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

با توجه به تشابه دو مثلث $\triangle ABF$ و $\triangle DEB$ داریم:

به کمک رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{S_{\triangle DEB}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{2S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۴۸)

۱۱۱- به ازای کدام مقدار m ، ماتریس $\begin{bmatrix} m-1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{12} & -1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) -۷ (۴) -۳

۱۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

ماتریس A وارون پذیر نیست هرگاه $|A| = 0$ باشد.

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m-1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{12} & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -m+1+6=0 \Rightarrow m=7$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۱۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $\Delta A^{-1} - (A^{-1})^{-1}$ برابر کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) صفر (۳) ۵ (۴) -۵

۱۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم $(A^{-1})^{-1} = A$ ، پس داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$\Delta A^{-1} - (A^{-1})^{-1} = 5 \left(\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \right) - A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پس مجموع درایه‌های ماتریس خواسته شده برابر -۸ است.

۱۱۳- در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس X برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۵ (۳) -۲ (۴) -۷

۱۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، پس $A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ یعنی $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ است. حال طرفین تساوی داده شده را از چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم تا ماتریس X به دست آید.

$$AX = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{A^{-1} \times} X = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

بنابراین، مجموع درایه‌های ماتریس X برابر -۷ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۱۱۴- اگر $A^T = 2I$ ، آنگاه وارون ماتریس $A - I$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}(A^T + A + I)$ (۲) $\frac{1}{3}(A^T - A + I)$ (۳) $\frac{1}{3}(A^T + A + I)$ (۴) $\frac{1}{3}(A^T - A + I)$

۱۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

باید ماتریسی پیدا کنیم تا در $A - I$ ضرب شود و حاصل، ماتریس همانی شود. برای این کار به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A^T = 2I &\Rightarrow A^T - I = 2I - I = I \Rightarrow (A - I)(A^T + A + I) = 2I \\ &\Rightarrow (A - I)\left(\frac{A^T + A + I}{2}\right) = I \Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{2}(A^T + A + I) \end{aligned}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۱۱۵- اگر $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + 2y = 9 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

از تساوی ماتریسی داده‌شده استفاده کرده و a را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5b_1 - 2b_2 \\ 4b_1 + ab_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 5b_1 - 2b_2 = 4b_1 \\ 4b_1 + ab_2 = 4b_2 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} b_1 = 2b_2 & (۱) \\ 4b_1 + ab_2 = 4b_2 \end{cases} \xrightarrow{(۱)} 8b_2 + ab_2 = 4b_2 \Rightarrow a = -4 \end{aligned}$$

بنابراین، دستگاه $\begin{cases} ax + 2y = 9 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ به صورت $\begin{cases} -4x + 2y = 9 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ درمی‌آید. چون $\frac{-4}{2} = \frac{2}{-1} \neq \frac{9}{9}$ پس این دستگاه جواب ندارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۶)

۱۱۶- از درستی کدام گزاره، $A \subseteq B$ نتیجه نمی‌شود؟

(۱) $\forall x; (x \in B' \Rightarrow x \in A')$ (۲) $\forall x; (x \in A' \cup B)$ (۳) $\forall x; (x \in A \vee x \in B')$ (۴) $\forall x; (x \in A' \vee x \in B)$

۱۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) اگر درست باشد، نتیجه می‌شود: $B' \subseteq A'$ پس $A \subseteq B$

(۴) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، پس از درستی $\forall x; (x \in A' \vee x \in B)$ نتیجه می‌شود: $\forall x; (x \notin A \vee x \in B)$ و از آن نیز $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$ ، یعنی $A \subseteq B$ نتیجه می‌شود. گزینه‌های ۲ و ۴ نیز معادل یکدیگرند.

(آمار و احتمال، فصل ۱، صفحه ۲۲)

۱۱۷- مجموعه n عضوی A به صورتی است که تعداد زیرمجموعه‌های شامل عضو a ، ۱۵۳۶ تا بیشتر از مجموعه‌هایی است که فاقد اعضای b .

e و c هستند. حاصل $\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k}$ کدام است؟ a و b و c و e عضو A هستند.

۴۰۲۲ (۴)

۲۰۲۲ (۳)

۲۰۴۶ (۲)

۴۰۹۴ (۱)

۱۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

تعداد زیرمجموعه‌های شامل a : 2^{n-1}

تعداد زیرمجموعه‌های فاقد اعضای b ، c و e : 2^{n-3}
داریم:

$$2^{n-1} - 2^{n-3} = 1536 \Rightarrow 2^{n-3}(2^2 - 1) = 1536 \Rightarrow 2^{n-3} = \frac{1536}{3} = 512 = 2^9$$

$$\Rightarrow n - 3 = 9 \Rightarrow n = 12$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} = \binom{12}{1} + \binom{12}{2} + \binom{12}{3} + \dots + \binom{12}{11} = A$$

از طرفی می‌دانیم: $\binom{12}{0} + \binom{12}{1} + \dots + \binom{12}{11} + \binom{12}{12} = 2^{12}$
پس:

$$A = 2^{12} - \binom{12}{0} - \binom{12}{12} = 4096 - 2 = 4094$$

(آمار و احتمال، فصل ۱، صفحه ۲۱)

۱۱۸- اگر $A = \{\emptyset, a, \{b\}, \{a, b\}, \{b, a\}\}$ و $B = \{\{\emptyset\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ و $C = \{\{a\}, \emptyset, \{\emptyset, a, b\}\}$ باشد، مجموعه زیر چند زیرمجموعه دارد؟

$$[(A-B) \cup C] \cap (A \cap B')$$

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قانون تفاضل به اشتراک و قانون جذب داریم:

$$[(A \cap B') \cup C] \cap (A \cap B') = A \cap B' = A - B$$

$$\Rightarrow A - B = \{\emptyset, a\}$$

$A - B$ دارای ۲ عضو، پس دارای $2^2 = 4$ زیرمجموعه است.

(آمار و احتمال، فصل ۱، صفحه ۱۹)

۱۱۹- اگر رابطه $(A-B)' \cap (A \cup B) \cap A' = A-B$ درست باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست خواهد بود؟

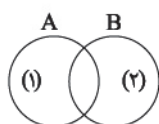
- (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = \emptyset$ (۳) $A = B$ (۴) $A = B'$

۱۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

سمت چپ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (A-B)' \cap (A \cup B) \cap A' &= (A \cap B)' \cap (A \cup B) \cap A' \\ &= [(A' \cup B) \cap (A \cup B)] \cap A' = (B \cup [A' \cap A]) \cap A' \\ &= B \cap A' = B - A \Rightarrow B - A = A - B \end{aligned}$$

اگر تساوی بالا برقرار باشد، در نواحی (۱) و (۲) عضوی نمی‌تواند وجود داشته باشد (مثلاً اگر $x \in A - B$ ، آنگاه $x \notin B$ پس $A = B$ ، بنابراین، $x \notin B - A$).



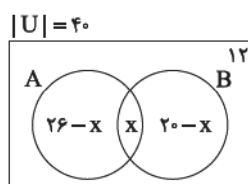
(آمار و احتمال، فصل ۱، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۲۰- اگر $n(U) = 40$ ، $n(A' \cap B') = 12$ ، $n(A) = 26$ و $n(B) = 20$ ، مجموعه $(A \cap B) \times (B - A)'$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۱۶ (۳) ۴۶۸ (۴) ۶۸۴

۱۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده‌شده داریم:



$$\begin{aligned} 26 - x + x + 20 - x + 12 &= 40 \\ \Rightarrow x &= 18 \end{aligned}$$

پس $n(A \cap B) = 18$ و $n((B - A)') = x + 26 - x + 12 = 38$ پس ضرب دکارتی آنها $38 \times 18 = 684$ عضو دارد.

(آمار و احتمال، فصل ۱، صفحه ۳۵)

۱۲۱- به ازای چند عدد طبیعی n ، هر دو رابطه $n^3 - 8n^2 + 15n$ و $n^3 - 9n^2$ برقرار است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

صفر فقط عدد صفر را عاد می‌کند، پس باید $n^3 - 8n^2 + 15n = 0$. در نتیجه:

$$n(n^2 - 8n + 15) = 0 \begin{cases} n = 0 \\ n = 3 \\ n = 5 \end{cases}$$

از طرفی، $n^3 - 9n^2 \Rightarrow 3^{2n} \mid 3^7 \Rightarrow 2n \leq 7$

پس، فقط به ازای عدد طبیعی $n = 3$ ، هر دو رابطه برقرار است.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۰)

۱۲۲- به ازای چند عدد صحیح k ، عبارت $k^2 + 2k + 1$ بر $k^2 + k + 1$ بخش پذیر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۱۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$k^2 + k + 1 \mid k^2 + 2k + 1$$

$$(I): k^2 + k + 1 \mid k^2 + k + 1 - \frac{\times k}{\rightarrow k^2 + k + 1 \mid k^2 + k^2 + k}$$

سمت راست دو رابطه را کم می کنیم تا نتیجه شود:

$$(II): k^2 + k + 1 \mid k^2 - k - 1$$

دوباره سمت راست دو رابطه (I) و (II) را کم می کنیم:

$$k^2 + k + 1 \mid 2k + 2$$

الف) اگر $k \geq 2$ باشد، سمت چپ بزرگتر از سمت راست خواهد بود و رابطه برقرار نمی شود.

ب) به ازای $k = 0, -1$ رابطه برقرار است و به ازای $k = 1$ برقرار نیست.

ج) به ازای $k \leq -2$ نیز باز هم سمت چپ بزرگتر خواهد شد و رابطه برقرار نمی شود. پس، به ازای دو مقدار صحیح رابطه عاد کردن برقرار می شود.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۱)

۱۲۳- (x, y) نقطه ای با مختصات طبیعی روی منحنی $-2x^2 + x^2y = 288$ است. بیشترین مقدار x کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۱۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$x^2y = 2x^2 + 288 \Rightarrow x^2 \mid 2x^2 + 288 \Rightarrow x^2 \mid 288$$

$$\Rightarrow x^2 \mid 3^2 \times 2^5 \Rightarrow x_{\max} = 3 \times 2^2 = 12$$

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۱۲۴- به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی m ، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $a = m!$ و $b = (9 - m)!$ برابر b می شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

۱۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$m = 1 \Rightarrow a = 1!, b = 8! \Rightarrow a \mid b \Rightarrow (a, b) = a$$

\vdots

$$m = 4 \Rightarrow a = 4!, b = 5! \Rightarrow a \mid b \Rightarrow (a, b) = a$$

اما به ازای $m = 5, 6, 7, 8, 9$ داریم: $b \mid a$ ، پس $(a, b) = b$. بنابراین، به ازای ۵ عدد طبیعی یک رقمی خواسته مسئله برقرار می شود.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۳)

۱۲۵- به ازای چند عدد دو رقمی n ، رابطه $(9n+4, 2n-1) > (2n+1, 9n+4)$ درست است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا ثابت می‌کنیم $(2n+1, 9n+4) = 1$:

$$\begin{aligned} d \mid 2n+1 &\xrightarrow{\times 9} d \mid 18n+9 \\ d \mid 9n+4 &\xrightarrow{\times 2} d \mid 18n+8 \\ \hline d \mid 1 &\Rightarrow d=1 \end{aligned}$$

حالا $d' = (9n+4, 2n-1)$ می‌گیریم، پس:

$$\begin{aligned} d' \mid 9n+4 &\xrightarrow{\times 2} d' \mid 18n+8 \Rightarrow d' \mid 17 \Rightarrow d'=1 \text{ یا } d'=17 \\ d' \mid 2n-1 &\xrightarrow{\times 9} d' \mid 18n-9 \end{aligned}$$

باید n هایی را به دست آوریم که به ازای آن $(9n+4, 2n-1) = 17$ می‌شود:

$$\begin{aligned} 17 \mid 2n-1 &\Rightarrow 17q = 2n-1 \Rightarrow 2n = 17q+1 \\ \Rightarrow \underline{2n = 17q'+18} &\xrightarrow{\div 2} n = 17\left(\frac{q'}{2}\right) + 9 \quad (I) \end{aligned}$$

دقت کنید با توجه به رابطه (I)، q' باید زوج باشد.

به ازای $q' = 2, 4, 6, 8, 10$ (یعنی ۵ عدد) عدد n دو رقمی می‌شود.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۳)

۱۲۶- در یک تقسیم روی اعداد طبیعی، مقسوم از دوازده برابر خارج قسمت یک واحد کمتر است. اگر باقی‌مانده برابر ۷ باشد، مقسوم علیه

چند مقدار مختلف ممکن است داشته باشد؟

۴ بی‌شمار

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$a = bq + r, 0 \leq r < b \xrightarrow{\substack{a=12q-1 \\ r=7}} 12q-1 = bq+7$$

$$q(12-b) = 8 \Rightarrow \begin{cases} q=1 \Rightarrow 12-b=8 \Rightarrow b=4 \times \\ q=2 \Rightarrow 12-b=4 \Rightarrow b=8 \checkmark \\ q=4 \Rightarrow 12-b=2 \Rightarrow b=10 \checkmark \\ q=8 \Rightarrow 12-b=1 \Rightarrow b=11 \checkmark \end{cases}$$

(دقت کنید در حالت اول شرط باقی‌مانده برقرار نیست.)

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۴)

۱۲۷- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد $2n+1$ و $5n+3$ بر 10 بخش پذیر است. مجموع ارقام بزرگترین عدد دو رقمی n کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

۱۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

اول از همه دقت کنید که اگر $d = (5n+3, 2n+1)$ بگیریم:

$$\begin{aligned} d \mid 2n+1 &\Rightarrow d \mid \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow d = 1 \end{aligned}$$

چون دو عدد نسبت به هم اول هستند، پس ک.م.م دو عدد برابر ضرب آنها می شود.

$$[2n+1, 5n+3] = (2n+1)(5n+3) = 10n^2 + 11n + 3$$

$$10 \mid 10n^2 + 11n + 3 = 10n^2 + 10n + n + 3 \Rightarrow 10 \mid n + 3$$

پس: بزرگترین عدد دو رقمی n برابر ۹۷ می شود که مجموع ارقام آن برابر ۱۶ است.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۱۲۸- باقی مانده تقسیم عدد $2n^2$ بر $n+3$ برابر $n-1$ است. n چند عدد طبیعی مختلف ممکن است داشته باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

طبق قضیه تقسیم داریم: $2n^2 = (n+3)q + n-1$ که $0 \leq n-1 < n+3$ ، پس $n \geq 1$.

$$(n+3)q = 2n^2 - n + 1 \Rightarrow n+3 \mid 2n^2 - n + 1$$

$$n+3 \mid 2n^2 - n + 1 - 2n(n+3) = -5n - 5 = -5(n+1)$$

با قرار دادن -3 در سمت راست داریم:

$$\rightarrow n+3 = 1 \rightarrow \text{جواب طبیعی ندارد.}$$

$$\rightarrow n+3 = \pm 2 \rightarrow \text{جواب طبیعی ندارد.}$$

$$\rightarrow n+3 = \pm 11 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 8 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow n+3 = \pm 22 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 19 \quad \checkmark$$

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه های ۱۰ تا ۱۴)

۱۲۹- خارج قسمت تقسیم عدد a بر 11 سه واحد بیشتر از باقی مانده فرد آن است. حداقل چند واحد به a اضافه کنیم تا همواره عدد حاصل

بر ۲۴ بخش پذیر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

طبق قضیه تقسیم داریم: $a = 11(r+3) + r$ $0 \leq r < 11$

فرض کنیم با اضافه کردن x واحد به a ، عدد حاصل بر ۲۴ بخش پذیر شود.

$$a + x = 11r + 33 + r + x = 12r + 33 + x$$

$$\xrightarrow{r=2k+1} a + x = 12(2k+1) + 33 + x = 24k + 45 + x$$

اگر $x = 3$ باشد، $a + x = 24k + 48 = 24(k+2)$ می شود که بر ۲۴ بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۴)

- ۱۳۰- a و b دو عدد طبیعی متعلق به مجموعه $\{1, 2, \dots, 20\}$ هستند. چند زوج مرتب (a, b) وجود دارد، به طوری که $3 \mid a^2 + b^2 + 1$ ؟
- (۱) ۳۶ (۲) ۱۶۹ (۳) ۱۸۲ (۴) ۱۹۶

۱۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

هر عدد صحیح به یکی از صورت‌های $3k+1$ ، $3k$ یا $3k+2$ نوشته می‌شود.

مربع هر عدد به صورت $3k$ باز هم به صورت $3k$ است.

مربع هر عدد به صورت $3k+1$ یا $3k+2$ به صورت $3k+1$ است.

رابطه داده شده وقتی برقرار است که a و b به صورت $3k+1$ یا $3k+2$ باشند، یعنی a و b به غیر از مضارب ۳ (یعنی ۱، ۲، ۴، ۵، ۷، ۸، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۱۹ و ۲۰) می‌توانند باشند. a دارای ۱۴ حالت و b نیز دارای ۱۴ حالت است. پس، زوج مرتب (a, b) دارای $14 \times 14 = 196$ حالت خواهد بود.

(ریاضیات گسسته، فصل ۱، صفحه ۱۵)

فیزیک

- ۱۳۱- شخصی پس از خروج از آپارتمان راهرویی L شکل به اضلاع 8 m و 6 m را طی کرده تا به آسانسور برسد. سپس، از طریق آسانسور به طبقه هفتم در ارتفاع 24 متر می‌رسد. نسبت تندی متوسط به اندازه سرعت متوسط برای این شخص کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{19}{17}$ (۳) $\frac{19}{13}$ (۴) ۲

۱۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

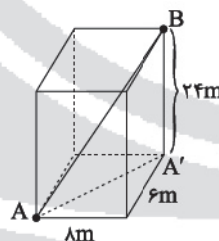
$$L = 8 + 6 + 24 = 38\text{ m} = \text{مسافت پیموده شده}$$

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2 + 24^2}$$

$$d = \sqrt{(8^2 + 6^2) + 24^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = 2\sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$d = 2(13) = 26\text{ m}$$

برای درک بهتر جابه‌جایی به شکل زیر توجه کنید:



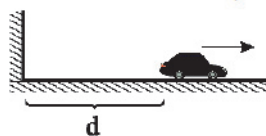
قطر AB در مکعب مستطیل، جابه‌جایی است.

$$(AA')^2 = 8^2 + 6^2, \quad AA'^2 + 24^2 = AB^2$$

$$\frac{L}{d} = \frac{38}{26} = \frac{19}{13}$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۳)

۱۳۳- اتومبیلی روی مسیر مستقیم با تندی ثابت $90 \frac{km}{h}$ در حال دور شدن از دیوار بلند است. در یک لحظه راننده اتومبیل، گلوله‌ای را شلیک می‌کند و پژواک (بازتاب صدای گلوله) پس از مدت زمان $3/6$ ثانیه از لحظه شلیک به گوش راننده می‌رسد. فاصله اتومبیل از دیوار بلند در لحظه شلیک گلوله (d) چند متر بوده است؟ (تندی انتشار صوت در هوا ثابت و $335 \frac{m}{s}$ است.)



- (۱) ۶۴۸
(۲) ۵۵۸
(۳) ۶۹۳
(۴) ۵۱۳

۱۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

در لحظه‌ای که پژواک به گوش راننده می‌رسد، فاصله اتومبیل از پای دیوار: $d + vt = d + 25 \times 3/6 m$

دقت شود که $90 \frac{km}{h}$ معادل $25 \frac{m}{s}$ است. ($90 \div 3/6 = 25$)

صدای شلیک باید $2d + 25 \times 3/6$ متر را طی کند. این مسافت تماماً با تندی ثابت $335 \frac{m}{s}$ طی می‌شود. پس:

$$L = 2d + 25 \times 3/6 \Rightarrow 335 \times 3/6 = 2d + 25 \times 3/6$$

$$310 \times 3/6 = 2d \Rightarrow d = 31 \times 18 = 30 \times 18 + 18 = 540 + 18 = 558 m$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۱۳)

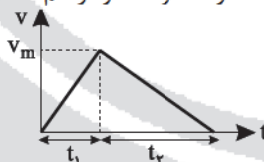
۱۳۴- حداکثر اندازه شتاب متحرکی در هنگام حرکت تندشونده و کندشونده به ترتیب $3 \frac{m}{s^2}$ و $1 \frac{m}{s^2}$ است. این متحرک از حال سکون از نقطه

A روی خط راست به سمت نقطه B در فاصله ۱۲۵۰ متری از A شروع به حرکت کرده و در نقطه B متوقف می‌شود. حداقل زمان طی این فاصله توسط این متحرک چند دقیقه است؟ (متحرک محدودیت سرعت ندارد.)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. این متحرک برای طی این فاصله باید با حداکثر شتاب شروع به حرکت کرده و بلافاصله بعد از رسیدن به سرعت بیشینه موردنیاز باید با حداکثر شتاب کندشونده سرعت خود را کم کند و به‌طوری‌که در نقطه B متوقف شود.



$$a_1 = 3 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{v_m}{t_1} = 3 \Rightarrow t_1 = \frac{v_m}{3}$$

$$|a_2| = 1 \Rightarrow \frac{v_m}{t_2} = 1 \Rightarrow t_2 = v_m$$

$$\Delta x = S \Rightarrow 1250 = \frac{v_m(t_1 + t_2)}{2} = \frac{v_m(v_m + \frac{1}{3}v_m)}{2} = \frac{2}{3}v_m^2$$

$$\frac{2}{3}v_m^2 = 1250 \Rightarrow v_m^2 = 1875 \Rightarrow v_m = 43.3 m/s$$

$$v_m = 43.3 \frac{m}{s} \Rightarrow t_1 = 10 s, t_2 = 43.3 s$$

$$\Rightarrow t_T = t_1 + t_2 = 53.3 s = 1 min$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۳۵- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند. این متحرک در لحظه $t = ۴s$ در مکان $x = -۱۲m$ قرار داشته و ۲ ثانیه بعد در مکان $x = ۱۸m$ قرار می‌گیرد. این متحرک در چه لحظه‌ای از مبدأ مکان ($x = ۰$) عبور کرده است؟

- (۱) $۶/۲$ (۲) $۵/۸$ (۳) $۵/۲$ (۴) $۴/۸$

۱۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۸ - (-۱۲)}{۲} = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵ \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow t = ۴s, x = -۱۲m$$

$$-۱۲ = ۱۵ \times ۴ + x_0 \Rightarrow x_0 = -۷۲m$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = ۱۵t - ۷۲$$

$$x = 0 \Rightarrow t = \frac{۷۲}{۱۵} = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸s$$

۱۳۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) در حرکت شتابدار، سرعت متوسط در یک بازه زمانی میانگین سرعت اولیه و نهایی است.
 ب) در حرکت روی خط راست در لحظه‌ای که بردار شتاب صفر می‌شود، جهت حرکت عوض می‌شود.
 ج) در حرکت با تندی ثابت، شتاب حرکت صفر است.
 د) در هر نوع حرکتی، در بازه زمانی معین، هیچ‌گاه تندی متوسط کمتر از مقدار سرعت متوسط نمی‌شود.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

- الف) نادرست: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، درست است.
 ب) نادرست: وقتی تغییر جهت داریم که بردار سرعت صفر شود.
 ج) نادرست: در حرکت روی خط راست در یک جهت با تندی ثابت، شتاب صفر است.
 د) درست: از آنجا که مسافت کمتر از جابه‌جایی نیست، در یک بازه زمانی، تندی متوسط هم کمتر از مقدار سرعت متوسط نمی‌شود.
 پس فقط مورد «د» درست است.

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۱۱)

۱۳۷- متحرکی در حرکت با شتاب ثابت در لحظه شروع حرکت در جهت مثبت محور x از مبدأ مکان عبور کرده و در لحظه $t = ۵s$ با تندی

$$۱۰ \frac{m}{s} \text{ در خلاف جهت محور } x \text{ از مکان } x = ۲۵m \text{ عبور می‌کند. اندازه شتاب این حرکت چند } \frac{m}{s^2} \text{ است؟}$$

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$v = -۱۰ \frac{m}{s}, t = ۵s, \Delta x = -۲۵m$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow -۲۵ = -\frac{1}{2}a \times ۲۵ - ۱۰ \times ۵$$

$$a = -۶ \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = ۶ \frac{m}{s^2}$$

۱۳۸- معادله مکان-زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می کند، به صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ در SI است. در چه لحظه ای برحسب ثانیه حرکت جسم تندشونده بوده و در این لحظه متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است؟

- ۰/۶ (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۴ (۳) ۳/۲ (۴)

۱۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

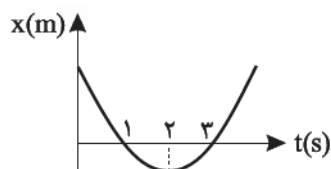
ابتدا لحظات عبور از مبدأ را پیدا می کنیم:

$$x=0$$

$$3t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) = 0$$

در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ متحرک از مبدأ عبور می کند.

نمودار مکان - زمان را رسم می کنیم:



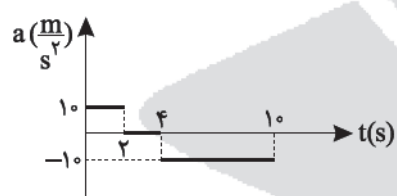
به این ترتیب، برای بازه های زمانی مختلف داریم:

- $0 < t < 1 \Rightarrow$ حرکت کندشونده و جسم به مبدأ نزدیک می شود.
- $1 < t < 2 \Rightarrow$ حرکت کندشونده و جسم از مبدأ دور می شود.
- $2 < t < 3 \Rightarrow$ حرکت تندشونده و جسم به مبدأ نزدیک می شود.
- $t > 3 \Rightarrow$ حرکت تندشونده و جسم از مبدأ دور می شود.

پس، گزینه (۳) صحیح است.

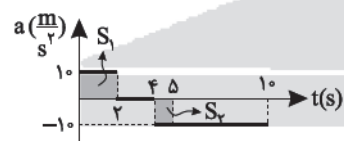
(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۱۹)

۱۳۹- شکل زیر نمودار شتاب - زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می دهد. شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

۱۳۹. گزینه ۲ صحیح است.



$$0 < t < 2s \Rightarrow \Delta v = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s}$$

$$2s < t < 4s \Rightarrow \Delta v = 0$$

$$4s < t < 5s \Rightarrow \Delta v = 1 \times (-10) = -10 \frac{m}{s}$$

$$0 < t < 5s \Rightarrow \Delta v = 20 - 10 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

۱۴۰- معادله مکان-زمان متحرک بر خط راست به شکل $x = 3t^2 - 10t + 3$ در SI است. تندی متحرک در لحظه عبور از مکان $x = 11m$ چند متر بر ثانیه است؟

- ۴ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۱۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = 11 = 3t^2 - 10t + 3 \Rightarrow 3t^2 - 10t - 8 = 0$$

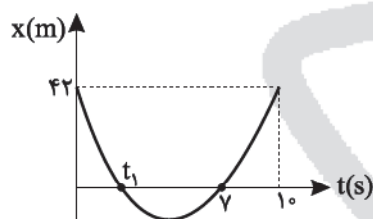
$$\begin{cases} t = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 96}}{6} \Rightarrow t = 4s \\ t > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3t^2 - 10t + 3 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}, v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = 6 \times 4 - 10 = 14 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۱۷)

۱۴۱- نمودار مکان-زمان داده شده مربوط به حرکت بر خط راست با شتاب ثابت است. مسافت پیموده شده در حرکت کندشونده چند متر است؟



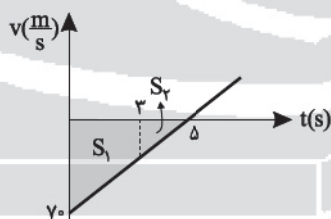
- ۵۰ (۱)
۷۰ (۲)
۸۴ (۳)
۹۰ (۴)

۱۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{0 + 10}{2} = \frac{t_1 + 7}{2} \Rightarrow t_1 = 3s$$

به دلیل تقارن سهمی، همیشه میانگین طول نقاط هم‌عرض برابر با طول نقطه اکسترمم سهمی است، بنابراین:

پس، $t_1 = 3s$ و $t_2 = 7s$ ریشه‌های سهمی است:
کافی است نمودار سرعت-زمان را رسم کنیم:



$$0 < t < 3 \Rightarrow \Delta x = -42m \Rightarrow S_1 = 42m$$

$$\frac{S_2}{S_1 + S_2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1 + 42} = \frac{9}{49}$$

$$S_2 = 18m \Rightarrow 0 < t < 7 \Rightarrow \Delta x = S_1 + S_2 = 60m$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه‌های ۱۷ و ۲۸)

۱۴۲- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. از لحظه $t_1 = 0$ تا $t_2 = 20s$ تندی متوسط و سرعت متوسط این متحرک به

ترتیب $10 \frac{m}{s}$ و $8 \frac{m}{s}$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت داده است؟

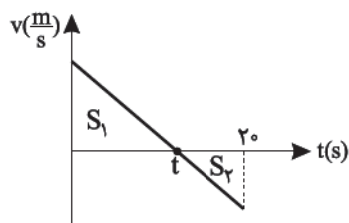
- (۱) $10s$ (۲) $12s$ (۳) $15s$ (۴) $16s$

۱۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{L}{20} \Rightarrow L = 200m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \frac{d}{20} \Rightarrow d = 160m$$

چون حرکت بر خط راست است، وقتی $L > d$ است، میزان $L - d$ ، رفت و برگشت متقارنی را نشان می‌دهد، یعنی متحرک پس از $160m$ جابه‌جایی سرعتش صفر شده و تغییر جهت داده و در جهت $-x$ به اندازه $20m$ پیش رفته است. نمودار $v-t$ این متحرک مطابق شکل زیر است:

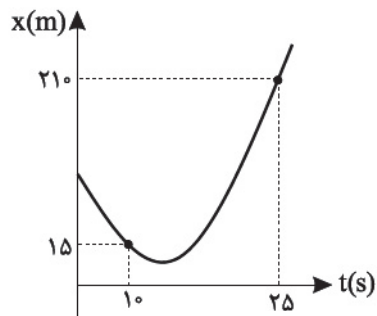


$$S_1 = 160m, |S_2| = 20m$$

$$\frac{|S_2|}{S_1} = \left(\frac{20-t}{15}\right)^2 \Rightarrow \frac{20}{160} = \left(\frac{20-t}{15}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{20-t}{15} \Rightarrow t = 15s$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۲۰)

۱۴۲- شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست نشان می‌دهد. اگر شیب خط مماس بر نمودار در



$t = 25 \text{ s}$ برابر ۲۸ واحد SI باشد، تندى اولیه متحرک در $t = 0$ چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟

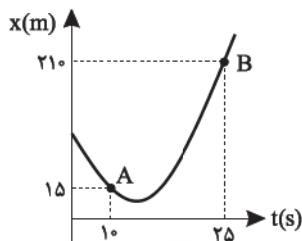
(۱) ۱۸

(۲) ۲۰

(۳) ۲۲

(۴) ۲۴

۱۴۳. گزینه ۳ صحیح است.



بین دو نقطه A و B داریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v_A + v_B}{2} \right) t \Rightarrow 210 - 15 = \left(\frac{v_A + 28}{2} \right) \times 15$$

$$\Rightarrow v_A + 28 = 26 \Rightarrow v_A = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت شود که شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه، برابر با سرعت لحظه‌ای است.

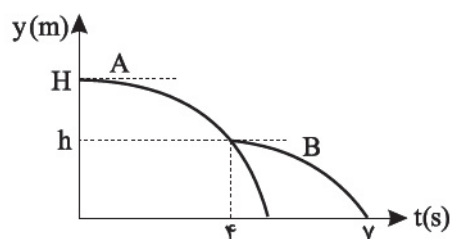
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{28 - (-2)}{15} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_A = a(10) + v_0 \Rightarrow -2 = 2(10) + v_0 \Rightarrow v_0 = -22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|v_0| = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه‌های ۱۷ و ۲۸)

۱۴۴- گلوله A از بالای برجی به ارتفاع H در شرایط خلأ رها می‌شود. در لحظه‌ای که این گلوله به لبه پنجره که در ارتفاع h از زمین قرار دارد، می‌رسد، گلوله B به‌دنبال گلوله A از لبه این پنجره رها می‌شود. شکل زیر، نمودار مکان-زمان دو گلوله را تا لحظه برخورد به



زمین نشان می‌دهد، H چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۴۵

(۲) ۸۰

(۳) ۱۲۵

(۴) ۲۲۵

۱۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

گلوله A، در مدت ۴ ثانیه، $H-h$ را سقوط کرده است:

$$H-h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80m$$

گلوله B در مدت $7-4=3s$ به اندازه h سقوط کرده است:

$$h = \frac{1}{2}g(3)^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 9 = 45m$$

$$\begin{cases} H-h=80 \\ h=45 \end{cases} \Rightarrow H-45=80 \Rightarrow H=125m$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۲۴)

۱۴۵- از یک بلندی به ارتفاع H گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد، گلوله دیگری در همان محل از ارتفاع ۱۲۵ متری

زمین رها می‌شود. این گلوله یک ثانیه بعد از برخورد گلوله اول به زمین، به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع H چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۱۴۵

(۳) ۱۸۰

(۲) ۲۴۵

(۱) ۳۲۰

۱۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا زمان حرکت گلوله دوم را به‌دست می‌آوریم:

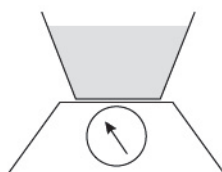
$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5s$$

با توجه به اینکه گلوله دوم دو ثانیه بعد از گلوله رها می‌شود و یک ثانیه پس از برخورد گلوله اول به زمین، به زمین برخورد کرده، پس مدت زمان حرکت گلوله اول $5+2-1=6s$ است.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 = 180m$$

(فیزیک دوازدهم، فصل ۱، صفحه ۲۴)

۱۴۶- در شکل زیر، اگر ۵ لیتر آب بر آب موجود اضافه کنیم و ظرف سرریز نشود، به نیروی وارد بر کف از طرف مایع به اندازه F_1 و به عدد



نیروسنج به اندازه F_2 اضافه می‌شود. کدام گزینه درست است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

$$F_1 < 50 \text{ N}, F_2 = 50 \text{ N} \quad (2)$$

$$F_1 = F_2 = 50 \text{ N} \quad (1)$$

$$F_1 > 50 \text{ N}, F_2 = 50 \text{ N} \quad (4)$$

$$F_1 = 50 \text{ N}, F_2 < 50 \text{ N} \quad (3)$$

۱۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$W = mg = \rho Vg = 1000 \times 5 \times 10^{-3} \times 10 = 50 \text{ N}$$

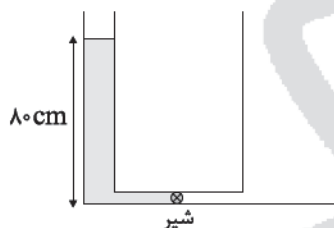
با توجه به شکل ظرف، نیروی وارد بر کف کمتر از وزن است. علت آن هم این است که بخشی از وزن مایع اضافه شده به دیواره‌ها وارد می‌شود، پس:

$$F_1 < mg \Rightarrow F_1 < 50 \text{ N}$$

نیروی وارد بر نیروسنج برابری نیروهایی است که مایع اضافه شده به ظرف وارد می‌کند که همان وزن مایع است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۱۴۷- در لوله U شکل زیر، قطر لوله پهن، سه برابر قطر لوله باریک است. در لوله باریک تا ارتفاع ۸۰ cm آب وجود دارد، ولی لوله پهن خالی است. اگر شیر ارتباط بین دو لوله باز شود. پس از تعادل، سطح آب در لوله باریک چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟ (لوله افقی بسیار باریک فرض می‌شود).



$$72 \quad (1)$$

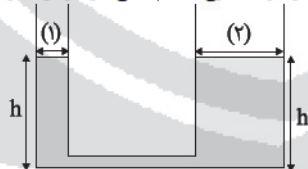
$$52 \quad (2)$$

$$32 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۱۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

با باز شدن شیر، ارتفاع آب در هر دو لوله یکسان می‌شود و مجموع حجم مایع در دو لوله برابر جمع حجم مایع در لوله باریک در حالت اول است.



$$D_2 = 3D_1 \Rightarrow A_2 = 9A_1$$

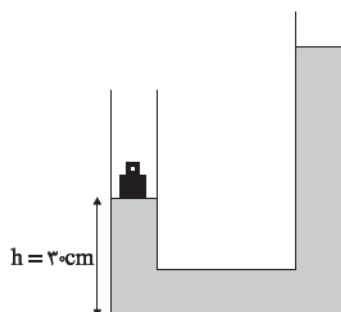
$$A_1 h + A_2 h = A_1 \times 80 \Rightarrow A_1 h + 9A_1 h = A_1 \times 80 \Rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

$$\Delta h = 80 - 8 = 72 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۱۴۸- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم 300g روی یک کفه بسیار سبک قرار دارد. مساحت سرتاسر مقطع لوله U شکل، 5cm^2 بوده و

چگالی مایع $\frac{1}{2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر وزنه را برداریم، ارتفاع h به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



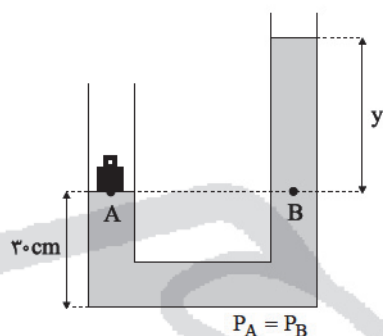
(۱) ۴۵

(۲) ۵۰

(۳) ۵۵

(۴) ۶۰

۱۴۸. گزینه ۳ صحیح است.



روی خط تراز:

$$P_A = P_B$$

$$P_1 + \frac{mg}{A} = P_1 + \rho g y \Rightarrow \frac{3 \times 10}{5 \times 10^{-4}} = (1200)(10) \times y$$

$$6000 = 12000y \Rightarrow y = 0.5\text{m} = 50\text{cm}$$

وقتی وزنه برداشته می‌شود، سطح مایع در دو طرف لوله یکسان می‌شود. پس سطح مایع در لوله سمت راست به اندازه $\frac{y}{2}$ کم شده و سطح مایع در

لوله سمت راست $\frac{y}{2}$ اضافه می‌شود. اگر ارتفاع مایع در لوله سمت چپ h' باشد، داریم:

$$h' = h + \frac{y}{2} = 30 + 25 = 55\text{cm}$$

(فیزیک دهم، فصل ۲، صفحه ۲۳۵)

۱۴۹- در یک مخزن مایعی با چگالی ρ قرار دارد و سطح مایع درون مخزن در تماس با هوای محیط است. اگر فشار کل ناشی از هوا و مایع در

عمق ۵ متری و ۱۵ متری این مخزن به ترتیب 190kPa و 390kPa باشد، فشار هوای بالای مایع چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۱۰۵

(۳) ۱۰۰

(۲) ۹۵

(۱) ۹۰

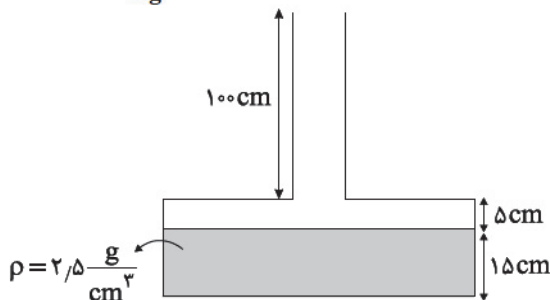
۱۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \rho g h_1 \Rightarrow 190000 = P_0 + \rho \times 10 \times 5 \\ P_2 = P_0 + \rho g h_2 \Rightarrow 390000 = P_0 + \rho \times 10 \times 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 570000 = 2P_0 + \rho \times 10 \times 15 \\ 390000 = P_0 + \rho \times 10 \times 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 180000 = P_0 \Rightarrow P_0 = 90000\text{Pa} = 90\text{kPa}$$

۱۵۰- در شکل زیر، بیشینه نیرویی که ظرف حاوی مایع می‌تواند تحمل کند برابر ۶۰ نیوتون است. حداکثر چند لیتر از مایع موجود می‌توان به ظرف اضافه کرد تا ظرف شکسته نشود؟ (سطح مقطع کف ظرف 40 cm^2 و سطح مقطع لوله باریک $\Delta\text{ cm}^2$ است و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۲۲۵
(۴) ۰/۴

۱۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$P_{\max} = \frac{F_{\max}}{A_{\text{کف}}}$$

$$P_{\max} = \frac{60}{40 \times 10^{-4}} = 15 \times 10^4 \text{ Pa} = \rho g h_m$$

$$h_{\max} = \frac{15 \times 10^4 (\text{SI})}{\rho g} = \frac{15 \times 10^4}{2500 \times 10} = \frac{15}{25} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

حداکثر ارتفاعی که مایع باید اضافه شود: $\Delta h = 60 - 15 = 45 \text{ cm}$

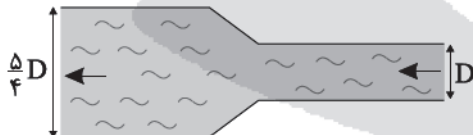
$$\Delta V = A \Delta h = 40 \times 45 = 1800 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = A h' = \Delta \times 40 = 1800 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{کل}} = 4000 \text{ cm}^3 = 4 \text{ Lit}$$

(فیزیک دهم، فصل ۲، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱۵۱- شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا از مقطعی با قطر D وارد مقطعی به قطر $\frac{D}{4}$ شده و تندی آن به اندازه $4/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ تغییر می‌کند. تندی شاره در مقطع با قطر D چند سانتی‌متر بر ثانیه بوده است؟



- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲/۵
(۴) ۲۵

۱۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{D}{D/4}\right)^2 v_1 = \frac{16}{4} v_1$$

$$\Delta v = -4/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

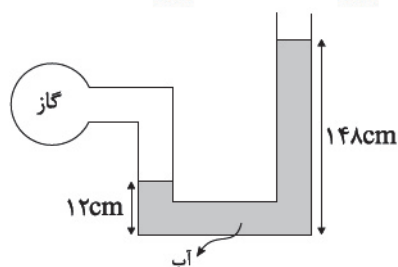
تندی در مقطع بزرگ‌تر کاهش می‌یابد:

$$v_2 - v_1 = -4/5 \Rightarrow \frac{16}{4} v_1 - v_1 = -4/5 \Rightarrow -\frac{9}{4} v_1 = -4/5$$

$$v_1 = 12/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، فصل ۲، صفحه ۵۲)

۱۵۲- در شکل مقابل فشار گاز داخل مخزن چند سانتی متر جیوه است؟ (فشار هوای محیط 70 cmHg و $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



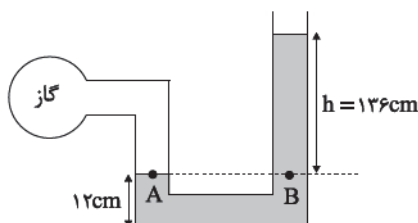
(۱) ۷۵

(۲) ۸۰

(۳) ۸۵

(۴) ۹۰

۱۵۲. گزینه ۲ صحیح است.



$$h = 136 \text{ cm}$$

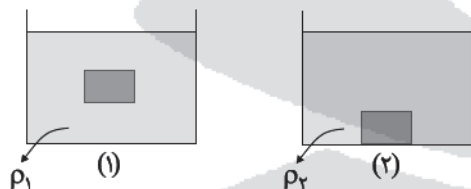
$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = P_0 + (\rho g h)_{\text{آب}}$$

$$P_g = P_{\text{cmHg}} + \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{Hg}}} \times h_{\text{cm}} = 70 + \frac{1}{13.6} \times 126$$

$$= 70 + 10 = 80 \text{ cmHg}$$

(فیزیک دهم، فصل ۲، صفحه ۳۷)

۱۵۳- جسمی توپر را مطابق شکل های زیر، درون ۲ مایع با چگالی های ρ_1 و ρ_2 قرار می دهیم. در حالت اول جسم غوطه ور و در حالت دوم این جسم کاملاً ته نشین شده و به کف ظرف نیرو وارد می کند. کدام مقایسه بین چگالی ۲ مایع و نیروی شناوری (F_b) در این دو شکل درست است؟



$$F_{b1} = F_{b2}, \rho_1 > \rho_2 \quad (1)$$

$$F_{b1} > F_{b2}, \rho_1 < \rho_2 \quad (2)$$

$$F_{b1} > F_{b2}, \rho_1 > \rho_2 \quad (3)$$

$$F_{b1} = F_{b2}, \rho_1 < \rho_2 \quad (4)$$

۱۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{در حالت اول: } F_{b1} = mg$$

$$\text{در حالت دوم: } F_{b2} + F_N = mg \Rightarrow F_{b1} > F_{b2}$$

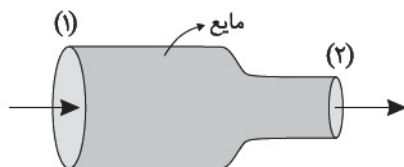
نیروی عمودی

$$\rho_2 < \rho_1$$

(فیزیک دهم، صفحه ۴۱)

چون جسم در مایع (۲) فرورفته و در مایع (۱) غوطه ور شده، پس:

۱۵۴- در شکل زیر، جریان آب به صورت لایه‌ای و ملایم در لوله وجود دارد و قطر مقطع لوله پهن ۲ برابر لوله باریک است. اگر در هر دقیقه ۹۰۰ لیتر آب از لوله پهن وارد لوله شود، در چند ثانیه ۶۰۰ لیتر آب از لوله باریک خارج می‌شود؟



(۱) ۱۰

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

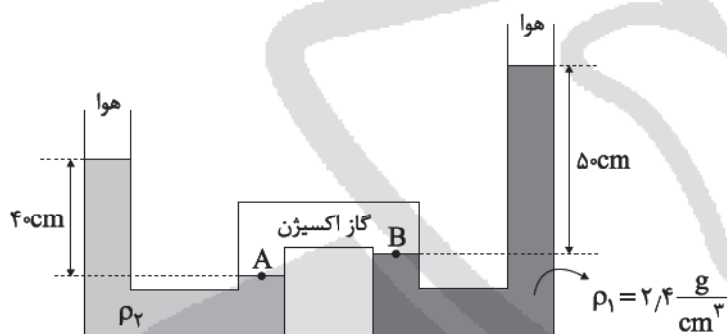
(۴) ۱۶۰

۱۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

حجم مایع عبوری در هر ثانیه از دو مقطع لوله یکسان است، چون از لوله پهن در هر دقیقه ۹۰۰ لیتر آب وارد می‌شود، پس در هر ثانیه $\frac{900}{60}$ یا ۱۵ لیتر آب وارد لوله پهن می‌شود، پس حجم آب عبوری در هر ثانیه از لوله باریک هم ۱۵ لیتر بوده و زمان عبور ۶۰۰ لیتر مایع از این مقطع، $\frac{600}{15}$ یا ۴۰ ثانیه است.

(فیزیک دهم، صفحه ۴۵)

۱۵۵- در شکل زیر، دو مایع با چگالی $\rho_1 = 2/4 \frac{g}{cm^3}$ و ρ_2 در لوله قرار داشته و میان دو لوله گاز اکسیژن وجود دارد. چگالی ρ_2 چند



$\frac{g}{cm^3}$ است؟

(۱) $1/2$

(۲) $1/8$

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

دقت کنید که فشار گاز در قسمت محبوس در تمامی نقاط یکسان است.

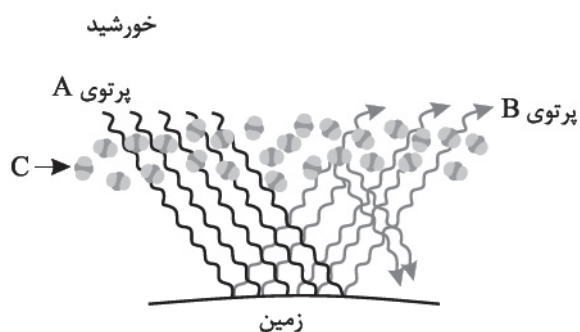
$$P_B = P_1 + \rho_1 g \times \frac{50}{100} \quad P_A = P_2 + \rho_2 g \times \frac{40}{100}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 \times 50 = \rho_2 \times 40$$

$$\rho_2 = \frac{5}{4} \times \rho_1 = \frac{5}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

(فیزیک دهم، فصل ۲، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۵۶- با توجه به شکل زیر، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) انرژی پرتوی A از انرژی پرتوی B بیشتر است.
- (۲) مولکول‌های C، نوعی گاز گلخانه‌ای به شمار می‌روند و خاصیت بازی دارند.
- (۳) زمین در اثر تابش پرتوهای A گرم شده و همانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد.
- (۴) گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزادشده توسط زمین می‌شوند.

۱۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

مولکول‌های CO_2 گاز گلخانه‌ای محسوب شده و مانع از خروج کامل گرمای آزادشده توسط زمین می‌شوند. همچنین CO_2 یک اکسید اسیدی است. (شیمی دهم، صفحه‌های ۶۰، ۶۸ و ۶۹)

۱۵۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

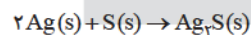
- (آ) هنگامی که به شکر گرما داده می‌شود، با انجام یک تغییر فیزیکی رنگ آن تغییر می‌کند.
 - (ب) یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی آن است که بسیاری از آنها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.
 - (پ) نماد $\xrightarrow{1000^\circ\text{C}}$ به معنای گرماگیر بودن واکنش است.
 - (ت) نماد $\xrightarrow{\text{Pd(s)}}$ به معنای استفاده از کاتالیزگر پلاتین در واکنش است.
 - (ث) از واکنش فلز نقره و گوگرد در شرایط مناسب نقره سولفید با فرمول شیمیایی Ag_2S تولید می‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

فقط مورد پنجم درست است.

بررسی موارد:

- (آ) تغییر رنگ شکر در اثر گرما دادن به آن، نشان‌دهنده یک تغییر شیمیایی در آن است.
- (ب) یکی از ویژگی‌های تمامی واکنش‌های شیمیایی، پیروی از قانون پایستگی جرم است.
- (پ) نماد $\xrightarrow{1000^\circ\text{C}}$ به این معنی است که واکنش در دمای 1000°C انجام می‌شود. این نماد اشاره‌ای به گرماگیر بودن واکنش ندارد.
- (ت) نماد $\xrightarrow{\text{Pd(s)}}$ به معنی استفاده از کاتالیزگر پالادیم در واکنش است.
- (ث) واکنش موردنظر به صورت زیر است:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۵۸- با توجه به شکل روبه‌رو که به آلوتروپ‌های اکسیژن مربوط است، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) مولکول A و B را می‌توان به ترتیب به اوزون و اکسیژن نسبت داد.

(۲) در شرایط یکسان، گاز A آسان‌تر از گاز B به مایع تبدیل می‌شود.

(۳) از ماده A در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

(۴) ترکیب B برخلاف ترکیب A، در حالت مایع بی‌رنگ است.

۱۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

هر دو ماده، در حالت فیزیکی مایع رنگی‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

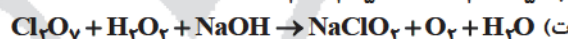
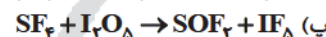
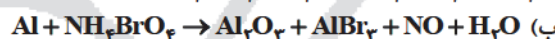
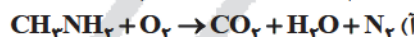
(۱) مدل فضاپرکن A و B به ترتیب به O_2 و O_3 مربوط است.

(۲) نقطه جوش اوزون بالاتر از اکسیژن بوده و در شرایط یکسان، گاز اوزون آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

(۳) از گاز اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

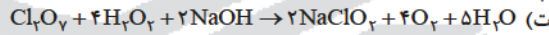
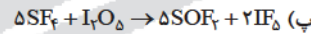
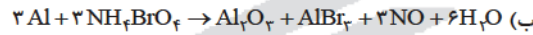
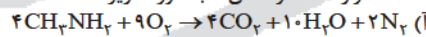
۱۵۹- در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه، مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۶ است؟



(۱) آ، ب، ت (۲) ب، پ (۳) پ، ت (۴) آ، پ

۱۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

معادله موازنه‌شده واکنش‌ها به‌صورت زیر است:



مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش‌های «ب» و «پ» برابر ۶ است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۰- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) اتانول و روغن‌های گیاهی در ساختار خود اکسیژن دارند و جزو سوخت‌های سبز دسته‌بندی می‌شوند.

(ب) در مراکز صنعتی، CO_2 تولیدشده را در واکنش با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید، به مواد معدنی تبدیل می‌کنند.

(پ) پلاستیک‌های سبز زیست تخریب‌پذیرند و در ساختار آنها اکسیژن نیز وجود دارد.

(ت) سنگ‌های متخلخل در زیرزمین، چاه‌های قدیمی نفت و میدان‌های قدیمی گاز، جاهای مناسب برای دفن CO_2 هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۰. گزینه ۴ صحیح است.

تمامی عبارت‌ها درست است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

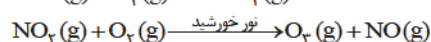
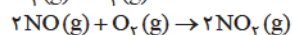
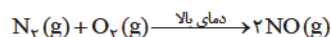
۱۶۱- همه عبارت‌های زیر نادرست است، به جز:

- (۱) واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن برخلاف واکنش سوختن متان، برگشت پذیر است.
- (۲) اوزون تروپوسفری به دلیل افزایش گازهای گلخانه‌ای و انتقال گاز اوزون از لایه دوم هواکره به لایه اول پدید می‌آید.
- (۳) هوای شهرهای آلوده به دلیل حضور دی‌نیتروژن اکسید در هوا، به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.
- (۴) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوزون بزرگ‌تر از این نسبت در کربن دی‌اکسید است.

۱۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

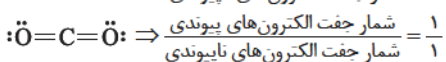
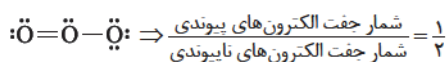
بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) اوزون تروپوسفری طی واکنش‌های زیر در لایه تروپوسفر تولید می‌شود:



(۳) هوای شهرهای آلوده به دلیل حضور نیتروژن دی‌اکسید در هوا، به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

(۴) ساختار لوویس دو ترکیب به صورت زیر است:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۱۶۲- کدام گزینه نادرست است؟

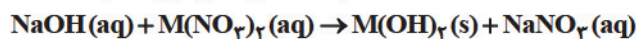
- (۱) حجم یک نمونه گاز، با حجم ظرف محتوی آن برابر است و گازها برخلاف مواد جامد و مایع تراکم پذیرند.
- (۲) حجم و شکل یک نمونه جامد به شکل ظرف بستگی ندارد.
- (۳) در دمای ثابت، اگر فشار یک نمونه گاز کاهش یابد، فاصله میان مولکول‌های آن کاهش می‌یابد.
- (۴) برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر دما و فشار، مقدار آن نیز باید مشخص باشد.

۱۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

در دمای ثابت، با کاهش فشار یک نمونه گازی، فاصله میان مولکول‌های آن افزایش می‌یابد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۶۳- از واکنش ۵۲/۸ گرم از نیترات فلز M با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، ۲۵/۸ گرم هیدروکسید این فلز تولید می‌شود. فلز M کدام است؟ ($\text{Cu} = ۶۴$, $\text{Fe} = ۵۶$, $\text{Cr} = ۵۲$, $\text{Mg} = ۲۴$, $\text{N} = ۱۴$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{H} = ۱$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (معادله واکنش موازنه شود.)



Mg (۴)

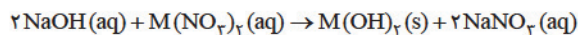
Cu (۳)

Fe (۲)

Cr (۱)

۱۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



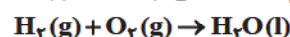
جرم مولی عنصر M را x در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} & ۵۲/۸ \text{ g M(NO}_3)_r \times \frac{1 \text{ mol M(NO}_3)_r}{(x + ۱۲۴) \text{ g M(NO}_3)_r} \times \frac{1 \text{ mol M(OH)}_r}{1 \text{ mol M(NO}_3)_r} \\ & \times \frac{(x + ۳۴) \text{ g M(OH)}_r}{1 \text{ mol M(OH)}_r} = ۲۵/۸ \text{ g M(OH)}_r \\ & \Rightarrow \frac{۵۲/۸(x + ۳۴)}{x + ۱۲۴} = ۲۵/۸ \Rightarrow x = ۵۲ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

جرم مولی عنصر موردنظر برابر ۵۲ گرم بر مول بوده که با جرم مولی عنصر Cr مطابقت دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۴- از واکنش چند گرم فلز آلومینیم با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید، ۲۲/۵ لیتر گاز با چگالی ۰/۸ گرم بر لیتر تولید می‌شود و اگر این مقدار گاز در واکنش با مقدار کافی گاز اکسیژن شرکت کند، به ترتیب از راست به چپ، چند گرم آب تولید می‌شود؟

($\text{Al} = ۲۷$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{H} = ۱$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۸/۱، ۱۶/۲ (۴)

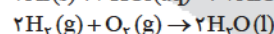
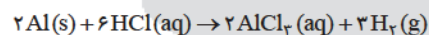
۱۶/۲، ۱۶/۲ (۳)

۸/۱، ۸/۱ (۲)

۱۶/۲، ۸/۱ (۱)

۱۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



قسمت اول سؤال:

$$۲۲/۵ \text{ L H}_2 \times \frac{۰/۸ \text{ g H}_2}{1 \text{ L H}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{۲ \text{ g H}_2} \times \frac{۲ \text{ mol Al}}{۳ \text{ mol H}_2} \times \frac{۲۷ \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = ۱۶/۲ \text{ g Al}$$

قسمت دوم سؤال:

$$\begin{aligned} & ۲۲/۵ \text{ L H}_2 \times \frac{۰/۸ \text{ g H}_2}{1 \text{ L H}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{۲ \text{ g H}_2} \times \frac{۲ \text{ mol H}_2\text{O}}{۲ \text{ mol H}_2} \times \frac{۱۸ \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \\ & = ۱۶/۲ \text{ g H}_2\text{O} \end{aligned}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۵- برای سوختن کامل ۲/۸۷ گرم از یک هیدروکربن با فرمول شیمیایی C_xH_x ، به ۳۵/۷ لیتر هوا نیاز است. مقدار x کدام است؟ (۲۰ درصد حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد و حجم مولی گازها را برابر ۲۴ لیتر در نظر بگیرید.) ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$) (معادله این واکنش به صورت $2C_xH_x + 17O_2 \rightarrow 12CO_2 + xH_2O$ است.)

۱۴ (۴)

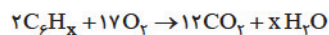
۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

۱۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

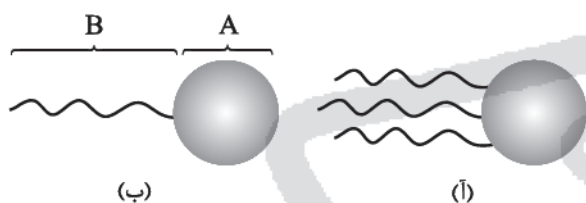
واکنش سوختن هیدروکربن به صورت زیر است:



$$35.7L \text{ هوا} \times \frac{20L O_2}{100L \text{ هوا}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22.4L O_2} \times \frac{2 \text{ mol } C_xH_x}{17 \text{ mol } O_2} \times \frac{(72+x)g C_xH_x}{1 \text{ mol } C_xH_x} = 2.87g \Rightarrow 72+x=87 \Rightarrow x=15$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۶- با توجه به شکل‌های زیر کدام مطلب درست است؟



- (۱) شکل (آ) مربوط به یک اسید سه عاملی است که بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه دارد.
- (۲) چربی‌ها ترکیب‌هایی ناقطبی بوده و می‌توان آنها را مخلوطی از مواد (آ) و (ب) در نظر گرفت.
- (۳) شکل (ب) را می‌توان به اسید چرب نسبت داد که بخش A سبب انحلال آن در آب می‌شود.
- (۴) روغن زیتون هیدروکربنی ناقطبی است و شکل (آ) را می‌توان برای آن در نظر گرفت.

۱۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

شکل (آ) را می‌توان به یک استر سه‌عاملی بلندزنجیر و شکل (ب) را می‌توان به یک اسید چرب نسبت داد. چربی‌ها مخلوطی از استرهای بلندزنجیر و اسیدهای چرب هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) شکل (آ) مربوط به یک استر سه‌عاملی است نه اسید چرب سه‌عاملی!

(۳) اسیدهای چرب مواد ناقطبی بوده و علی‌رغم داشتن بخش قطبی در آب حل نمی‌شوند.

(۴) در ساختار روغن زیتون علاوه بر هیدروژن و کربن، اکسیژن نیز یافت می‌شود. بنابراین، هیدروکربن نیست.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۶۷- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) شربت معده برخلاف شیر، نوعی سوسپانسیون است و به مرور زمان ته نشین می شود.
 (ب) مخلوط آب، روغن و صابون نوعی کلویید است و ته نشین نمی شود.
 (پ) مخلوط مس (II) سولفات و آب همگن است و برخلاف محلول سدیم کلرید در آب، نور را پخش نمی کند.
 (ت) سس مایونز از توده های مولکولی با ابعاد متفاوت تشکیل شده است و نوعی مخلوط ناهمگن و پایدار به شمار می آید.
- (۱) آ، ب، ت (۲) ب، پ، ت (۳) آ، ب، پ (۴) آ، پ، ت

۱۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت های «آ»، «ب» و «ت» درست است.
 بررسی عبارت ها:

- (آ) شربت معده سوسپانسیون، اما شیر یک کلویید است.
 (ب) قطره های روغن در آب به کمک صابون پایدار می شوند و به شکل کلویید درمی آیند.
 (پ) مس (II) سولفات و سدیم کلرید هر دو در آب محلول تشکیل داده و نور هنگام عبور از محلول آن ها پخش نمی شود.
 (ت) سس مایونز نوعی کلویید است و از توده های مولکولی با ابعاد متفاوت تشکیل شده است. این مخلوط، ناهمگن و پایدار است.
 (شیمی دوازدهم، صفحه های ۶ و ۷)

۱۶۸- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

- (آ) در شرایط یکسان، ارتفاع کف ایجاد شده در مخلوط صابون و آب دریا کمتر از مخلوط صابون و آب چشمه است.
 (ب) لکه های سفید برجای مانده حاصل از شست و شوی لباس در آب شور مناطق کویری به دلیل تشکیل رسوب صابون با یون های فلزهای قلیایی است.
 (پ) در شرایط یکسان، میزان چسبندگی لکه چربی روی پارچه نخی کمتر از پارچه پلی استر است.
 (ت) افزودن آنزیم به صابون همچون افزایش دما قدرت پاک کنندگی صابون ها را افزایش می دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

موارد «آ»، «ب» و «ت» درست است.
 بررسی موارد:

- (آ) آب دریا برخلاف آب چشمه، حاوی یون های Mg^{2+} و Ca^{2+} بوده و آب سخت به شمار می رود. به همین دلیل در آب دریا بخشی از مولکول های صابون رسوب کرده و ارتفاع کف ایجاد شده کمتر است.
 (ب) لکه های سفید ایجاد شده روی لباس، ناشی از تشکیل رسوب حاصل از صابون و یون های Mg^{2+} و Ca^{2+} (یون های فلزهای قلیایی خاکی) است.
 (پ) پارچه نخی از سلولز تشکیل شده و قطبی است. در حالی که پارچه پلی استر عمدتاً از بخش های ناقطبی تشکیل شده و جاذبه قوی تری با لکه چربی برقرار می کند.
 (ت) افزودن آنزیم به صابون همچون افزایش دما، قدرت پاک کنندگی صابون را افزایش می دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹ و ۱۰)

۱۶۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) هرچه شمار اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده صابونی کمتر باشد، قدرت انحلال‌پذیری و پاک‌کنندگی آن بیشتر می‌شود.
- (۲) از نوعی پاک‌کننده غیرصابونی در تنور نان سنگک برای چرب کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.
- (۳) صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است و خاصیت بازی دارد.
- (۴) صابون مراغه را از واکنش پیه گوسفند با پتاس سوزآور در آب جوش تهیه می‌کنند.

۱۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

- (۱) هرچه شمار اتم‌های کربن در پاک‌کننده‌های غیرصابونی کمتر باشد، جاذبه وان‌دروالس با لکه چربی کمتر می‌شود و قدرت پاک‌کنندگی نیز کاهش می‌یابد.
- (۲) از نوعی صابون سنتی در تنور نان سنگک برای چرب کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.
- (۴) صابون مراغه را از واکنش پیه گوسفند با سود سوزآور (NaOH) در آب جوش تهیه می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸ و ۱۱)

۱۷۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها، به آنها نمک‌های فسفات مانند کلسیم فسفات می‌افزایند.
- (۲) از ترکیب‌های کلردار به‌منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی مواد شوینده استفاده می‌شود.
- (۳) به‌دلیل وجود مواد شیمیایی در شوینده‌ها، مصرف زیاد شوینده‌ها و تنفس بخار آن‌ها عوارض پوستی و بیماری‌های تنفسی ایجاد می‌کند.
- (۴) از صابون شیمیایی گوگرددار به‌منظور از بین بردن جوش‌های صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

۱۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده از نمک‌های فسفات استفاده می‌کنند، زیرا این نمک‌ها با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت واکنش می‌دهند. دقت کنید نمک فسفات مورد استفاده باید محلول در آب باشد، در حالی که کلسیم فسفات در آب نامحلول است. پس نمی‌توان از کلسیم فسفات برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی استفاده کرد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

- ۱۷۱- چند مورد از ویژگی‌های زیر جزو شباهت‌های صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی به‌شمار می‌رود؟
 (آ) برخورداری از دو بخش آب‌دوست و چربی‌دوست
 (ب) برقراری برهم‌کنش‌های وان‌دروالس با لکه چربی
 (پ) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در جزء آنیونی
 (ت) تشکیل رسوب در اثر اضافه شدن محلول متیازیم نیترات

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

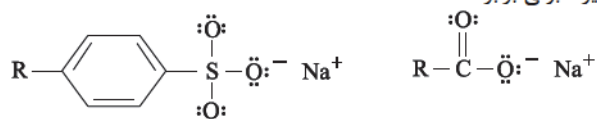
دو مورد از ویژگی‌های داده‌شده جزو شباهت‌های این دو پاک‌کننده محسوب می‌شود.

بررسی موارد:

(آ) صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، از دو جزء آنیونی و کاتیونی تشکیل شده‌اند که جزء آنیونی آن‌ها دارای دو بخش آب‌دوست و آب‌گریز (چربی‌دوست) است.

(ب) صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، با لکه چربی جاذبه وان‌دروالس برقرار می‌کنند.

(پ) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در صابون برابر ۵ و در پاک‌کننده غیرصابونی برابر ۹ است.



(ت) پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف صابون‌ها در آب سخت رسوب تشکیل نمی‌دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

- ۱۷۲- پاک‌کننده‌های خورنده مانند ، برخلاف علاوه بر برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها با آن‌ها واکنش نیز می‌دهند. کاغذ pH در محلول به رنگ آبی درمی‌آید.

(۱) جوهرنمک - صابون - سرکه

(۲) سود سوزآور - صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی - هیدروکلریک اسید

(۳) هگزان - صابون - سدیم هیدروکسید

(۴) سفیدکننده‌ها - صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی - سود سوزآور

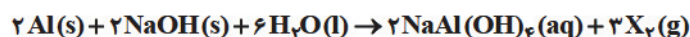
۱۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

پاک‌کننده‌های خورنده از نظر شیمیایی فعال هستند و برخلاف صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، علاوه بر برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها با آن‌ها واکنش نیز می‌دهند. از جمله پاک‌کننده‌های خورنده می‌توان به هیدروکلریک اسید، سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها اشاره کرد.

مواد بازی (مانند صابون و سدیم هیدروکسید) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۲)

۱۷۳- با توجه به واکنش زیر که مربوط به یک پاک‌کننده خورنده است که به شکل پودری عرضه می‌شود، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) فراورده گازی تولیدشده، گاز هیدروژن است که با ایجاد فشار موضعی در اطراف تجمعات آلاینده، به صورت فیزیکی سبب جدا شدن آن‌ها می‌شود.

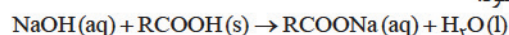
(۲) از مخلوط پودری برای باز کردن مجاری و مسیرهایی استفاده می‌شود که در اثر رسوب چربی بسته شده‌اند.

(۳) واکنش انجام‌شده گرماده است و با افزایش دمای آب سبب نرم شدن و ذوب شدن تجمعات چربی و جدا شدن آسان‌تر آن‌ها می‌شود.

(۴) از واکنش فلز آلومینیم با چربی‌ها ترکیب محلول در آب به دست می‌آید که این عمل به پاک‌کنندگی مخلوط کمک می‌کند.

۱۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

از واکنش سدیم هیدروکسید با چربی‌ها ترکیب محلول در آب (صابون جامد) تولید می‌شود:



(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۳)

۱۷۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

(ب) ذرات تشکیل‌دهنده سوسپانسیون‌ها از کلوئیدها کوچک‌تر و از محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(پ) صابون از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده است که در اثر انحلال در آب بخش قطبی و ناقطبی از هم جدا می‌شود.

(ت) سطح بیرونی قطره روغن پایدارشده با صابون در آب، دارای بار الکتریکی منفی است.

(ث) بخش قطبی صابون با مولکول‌های آب جاذبه یون-دوقطبی و بخش ناقطبی آن با مولکول‌های چربی جاذبه وان‌دروالس برقرار می‌کند.

(۱) ب، پ، ث (۲) آ، ت، ث (۳) ب، پ (۴) آ، پ

۱۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) مقایسه اندازه ذرات سازنده سوسپانسیون، کلوئید و محلول به صورت زیر است:

محلول > کلوئید > سوسپانسیون

(پ) در اثر انحلال صابون در آب جزء آنیونی و کاتیونی آن از هم جدا شده و آب‌پوشی می‌شوند، اما بخش قطبی و ناقطبی در جزء آنیونی با پیوند کووالانسی به هم متصل بوده و از یکدیگر جدا نمی‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۷۵- جرم مولی یک صابون مایع پتاسیم‌دار که زنجیر هیدروکربنی آن دارای دو پیوند دوگانه است برابر ۳۰۴ گرم بر مول می‌باشد. شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی این صابون کدام است؟ ($C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶, K = ۳۹ : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

۱۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول عمومی صابون مایع پتاسیم‌دار به صورت RCOOK است که در آن R بخش هیدروکربنی می‌باشد. اگر جرم مولی گروه R را برابر x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$x + ۱۲ + ۲(۱۶) + ۳۹ = ۳۰۴ \Rightarrow x = ۲۲۱ g \cdot mol^{-1}$$

در زنجیر R دو پیوند دوگانه وجود دارد. بنابراین، فرمول شیمیایی R را می‌توان به صورت C_nH_{2n-3} در نظر گرفت. (زیرا از زنجیر آلکیل چهار اتم H کمتر دارد.) حال شمار اتم‌های کربن و سپس هیدروژن را تعیین می‌کنیم:

$$۱۲(n) + ۲n - ۳ = ۲۲۱ \Rightarrow ۱۴n = ۲۲۴ \Rightarrow n = ۱۶$$

$$H = ۲(۱۶) - ۳ = ۲۹$$

شمار اتم‌های هیدروژن برابر است با:

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

