



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه‌دو سراسری انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۴

جمعه ۱۴۰۰/۰۵/۲۹

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۶۰	مدت پاسخگویی: ۱۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۲	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی ۲	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	دین و زندگی ۲	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۲	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه
۵	ریاضیات	۱۰	۸۱	۹۰	۶۰ دقیقه
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
		۱۰	۱۰۱	۱۱۰	
		۵	۱۱۱	۱۱۵	
		۵	۱۱۶	۱۲۰	
		۵	۱۲۱	۱۲۵	
		۵	۱۲۶	۱۳۰	
۶	فیزیک	۱۰	۱۳۱	۱۴۰	۳۰ دقیقه
		۱۰	۱۴۱	۱۵۰	
		۱۰	۱۵۱	۱۶۰	
۷	شیمی	۱۰	۱۶۱	۱۷۰	۲۰ دقیقه
		۱۰	۱۷۱	۱۸۰	
		۱۰	۱۸۱	۱۹۰	



فارسی

۱- معنی درست واژه‌ها: پالیز: باغ، جالیز / نکبت‌بار: شوم و ایجادکننده بدبختی و خواری / صباحت: جمال، زیبایی / بالبداهه: ارتجالاً، بدون اندیشه قبلی

۲- معنی درست واژه‌ها: رحیل: از جایی به جای دیگر رفتن، کوچ کردن، سفر کردن / راه‌وار: آنچه با شتاب، اما نرم و روان حرکت می‌کند؛ خوش حرکت و تندرو / سترگ: بزرگ، عظیم

۳- املاي درست واژه: مرهم: دارویی که روی زخم گذارند.

۴- املاي درست واژه‌ها:

بیت «ج»: حلول: آغاز، شروع / بیت «د»: قبطی: مردم مصر قدیم

۵- هم‌صدا با حلق اسماعیل: سید حسن حسینی

۶- ۱- ایهام تناسب (بیت «ج»): کام: ۱- آرزو (معنی موجود در بیت) ۲- دهان (معنی نامتناسب با بیت، متناسب با چشم)

تضاد (بیت «د»): انجام ≠ آغاز

کنایه (بیت «الف»): گردن‌کشی به طور کلی کنایه از نافرمانی؛ در این جا کنایه از ناز کردن / سرافراز بودن کنایه از بلندمرتبیگی و مفتخر بودن پارادوکس (بیت «ب»): این‌که از یک پدیده «بی‌صدا»، آواز به گوش برسد.

استعاره (بیت «ه»): خون‌گریه کردن در و دیوار، تشخیص و استعاره است. / در و دیوار روزگار: اضافه استعاره

۷- ۳- استعاره: این‌که زلف معشوق از درد اسیران آگاه شده باشد، تشخیص و استعاره است.

واج‌آرایی: تکرار مصوّت بلند «ا» و صامت «ر»

حسن تعلیل: شاعر دلیل پریشانی زلف معشوق را آگاهی یافتنش از درد عاشقان می‌داند. تشبیه: تشبیه زلف معشوق به مارگزیده

۸- ۳- حس‌آمیزی: شنیدن بو / جناس: —

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- حسن تعلیل: شاعر دلیل آشفته‌گی و بی‌سروسامانی باد صبا را عشق باد نسبت به معشوق خود می‌داند. / استعاره: دماغ باغ (اضافه استعاره)

۲- تشبیه (اضافه تشبیهی): شطرنج نظر / نقد دین و دل / ایهام تناسب: رخ: ۱- چهره (معنی درست) ۲- مهره قلعه در شطرنج (معنی نادرست، متناسب با شطرنج و دست) / دست (مصراع اول): ۱- عضو بدن (معنی درست) ۲- هر نوبت از بازی (معنی نادرست، متناسب با شطرنج و با دست در مصراع دوم) / دست (مصراع دوم): ۱- هر نوبت از بازی (معنی درست) ۲- عضو بدن (متناسب با نظر و رخ و دل و با دست در مصراع اول)

۴- ایهام: دور از رخ او: ۱- در فراق رخ او ۲- از رخ او دور باد / اغراق: سیلاب سرشک / طوفان بلا

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- سزا (سز + ا)

۳- زیبا (زیب + ا)

۱۰- ۱- ترکیب‌های وصفی: خصوصیات بارز / لویی چهاردهم / اشتیاق بسیار / حقایق تلخ / این علاقه / رشته‌ای پایان‌ناپذیر (۶ ترکیب)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- ماندنی

۴- شنیدنی

۱۲- ۳- مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه (۳): قناعت و مناعت طبع

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱- فقر

۴- استغناي معشوق و خونین دل بودن عاشقان

۱۳- ۳- مفهوم بیت سؤال: خاموشی لازمه عشق‌ورزی است.

مفهوم گزینه (۳): تقابل عشق و خاموشی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱- توصیه به خاموشی عاشقانه / تقابل عشق و زهد

۲- خاموشی زمینه‌ساز وصال است.

۴- جبرگرایی / گله‌مندی همیشگی آدمی / ناپایداری دنیا

۱۴- ۳- مفهوم گزینه (۳): دعوت به تلاش

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: توکل / تسلیم و رضا

مفهوم بیت‌ها:

۱۵- ۴- ج) احترام به حقوق دیگران

الف) خدمت به هم‌نوع

ب) نکوهش تزویر

۱۶- ۳- مفهوم گزینه (۳): نکوهش گناه‌کاری و انداختن گناه خود به گردن تقدیر / نفی تقدیرگرایی

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: تقدیرگرایی

۱۷- ۱- مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۱): پاک‌بازی و جان‌فشانی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۲- رنج و اندوه جان‌گناه عاشق و ارادت و خاکساری او نسبت به معشوق

۳- طلب توجه و عنایت از معشوق

۴- بسنده کردن عاشقان به کم‌ترین بهره‌مندی از معشوق

۱۸- ۴- مفهوم گزینه (۴): عاقبت در تنهایی و عزلت‌گزینی است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: بلاکشی عاشق

۱۹- ۳- مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۳): خاموشی و رازداری

عاشقانه

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱- تقابل عشق و آسایش

۲- دل‌فریبی عشق

۴- توصیه به هشیاری

۲۰- ۲- مفهوم گزینه (۲): بی‌توجهی به ملاک‌ها و اعتبارات دنیوی

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: گریزان بودن پدیده‌های پست از رویارویی با زشتی خود

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا تعریف یا مفهوم مشخص کن (۲۷-۲۱):

۲۱- ۴- ترجمه کلمات مهم: أَنْ تُسْتَفِيدَ: که استفاده کنی (بهره ببری، به‌کار ببری) [رد گزینه (۲)]

كَلَامًا لَيِّنًا: سخنی نرم، سخن نرمی؛ ترکیب وصفی نکره است. [رد گزینه (۲)]

يُؤَثِّرُ: که تأثیر بگذارد (اثر می‌گذارد)؛ فعل بعد از اسم نکره با حرف «که» می‌آید. [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

عُقُول: خرده‌ها؛ جمع است. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

لِكِي يُقْبَحَ: تا قانع کند؛ فعل مضارع در صیغه للغائب است. [رد گزینه‌های (۱) و (۳)]

۲۲- ۱- ترجمه کلمات مهم: تَلَسَّكَ منطقة: آن منطقه‌ای است. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

تَغْصِفُ: می‌وزد [رد گزینه (۳)]

رياح شديدة: بادهای شدیدی، بادهایی شدید؛ ترکیب وصفی نکره است. [رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

تَكْسِيزُ: می‌شکند؛ فعل مضارع معلوم است [رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

تَنْقُلُ: منتقل می‌کند، می‌برد؛ فعل معلوم است. [رد گزینه (۳)]



۳۰ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

- (۱) بی‌گمان دروغ کلید هر بدی است! (با گفتن دروغ راه برای انجام بدی‌های دیگر هموار می‌شود.)
(۲) دروغ، دروغ می‌آورد! (مطابق متن دروغ‌ها به تدریج بزرگ و بزرگ‌تر می‌شوند.)
(۳) ریسمان دروغ کوتاه است! (به این معنا که دروغ عاقبت آشکار می‌شود. چنین مفهومی در متن نیامده است.)
(۴) هر کس دروغ بگوید دزدی [هم] می‌کند! (همانند مفهوم گزینه (۱)، از دروغگو هر خطایی برمی‌آید)
■ گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۱ و ۳۲):

۳۱ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۲) مجهول ← معلوم «يَتَوَقَّفُ» معلوم است. / فاعله محذوف ← فعل معلوم فاعل دارد.
(۳) مصدره: توقیف ← مصدره: توقُّف / متعدّد ← لازم
(۴) مفعوله: إنتاج ← فاعله: إنتاج

۳۲ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۱) صفة ← خبر «أَعْظَمُ» خبر برای مبتدای «هو» است.
(۲) صفة ← خبر
(۴) معرفة ← نكرة
■ گزینه مناسب را در پاسخ به سؤالات زیر مشخص کن (۴۰ - ۳۳):

- ۳۳ «المخاطبين» اسم مفعول است و باید به این شکل حرکت‌گذاری شود ← «المُخَاطَبِينَ»

۳۴ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «لَهْ: به نفع او» ≠ «عَلَيْه: به زیان او»
(۲) «كَمْ: کامل شد» ≠ «نَقَصَ: کم شد»
(۳) «قُرْبَتْ: نزدیک می‌کند» ≠ «يُبْعَدُ: دور می‌کند» / «الْبَعِيد: دور» ≠ «القريب: نزدیک»
(۴) «نور: روشنایی» = «ضياء: روشنایی»
۲۵ در این گزینه «لِ» به معنای «تا، برای این‌که» است. ترجمه: بشتاب برای این‌که شام را بخوریم سپس به سرعت برویم.
در سایر گزینه‌ها به ترتیب «ليستمع: باید گوش فرا دهند»، «لنعتبر: باید پند بگیریم» و «فليتبّع: باید پیروی کند» معنای امری دارند نه سبب و دلیل.

- ۳۶ «أَنْ نحاول: که سعی کنیم» و «لننجح: برای این‌که موفق شویم» هر دو مضارع التزامی است.
دقت کنید: «لَنْ» در گزینه (۴)، معادل آینده منفی است.

۳۷ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «قَدْ اكْتَسَفَ: کشف کرده‌اند»؛ ماضی نقلی ← قد + ماضی
(۲) «يَفْتَخِرُ: افتخار می‌کرد»؛ فعل ماضی (شاهدتُ) + اسم نکره (رجلاً) + فعل مضارع بعد از اسم نکره «يَفْتَخِرُ» ← ترجمه فعل مضارع به ماضی استمراری
(۳) «أَجْتَنِبُ: اجتناب می‌کنم»؛ مضارع اخباری
(۴) «كَانَ ... لَبِثَ: مانده بود»؛ كَانَ + فعل ماضی ← ماضی بعید
۳۸ «طالبات» اسم نکره و خبر و «مجتهدات» صفت اسم برای آن است و فعل «شاركن» جمله وصفیه می‌باشد.

- دقت کنید: جواب شرط نمی‌تواند جمله وصفیه باشد. در گزینه‌های (۱) و (۳) به ترتیب «بصل» و «نجا» جواب شرط هستند، حواستان باشد آن‌ها را با جمله وصفیه اشتباه نگیرید. در گزینه (۲)، بعد از کلمه «حي» که نکره است، حرف «و» آمده و ارتباط را با فعل بعد از خودش قطع کرده است و در این گزینه جمله وصفیه نداریم.

- ۲۳ ترجمه کلمات مهم: لا تستشر: مشورت نکن؛ نهی و مخاطب است [رد گزینه (۲)]

- کالسراب: مانند سراب [رد گزینه (۱)]
هر دو «عليك» در گزینه (۴) ترجمه نشده است.

۲۴ ترجمه سایر گزینه‌ها:

- (۱) انسانی را دوست دارم که مردم از زبانش و دستش نمی‌ترسند!
(۲) مردی را شناختم که به فقیران کمک می‌کرد! (ماضی + اسم نکره + مضارع ← ترجمه مضارع به ماضی استمراری)
(۴) خدایا، همانا من به تو پناه می‌برم از علمی که به مردم سود نرساند (نمی‌رساند)!

- ۲۵ ترجمه کلمات مهم: يجب أن لا نسمح لكم: نباید به شما اجازه دهیم [رد سایر گزینه‌ها] / «الامتحان» مفرد است و در متن دو مرتبه تکرار شده، اما در گزینه (۳)، به صورت جمع و یک مرتبه آمده که نادرست است.

- ۲۶ ترجمه کلمات مهم: کیفی: حقیقه؛ نکره است. [رد گزینه (۳)]
خریدم: اِشْتَرَيْتُ؛ فعل ماضی است. [رد گزینه (۳)]
در بازار: في السوق [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]

- ۲۷ ترجمه عبارت سؤال: «فكر كن سپس سخن بگو تا از لغزش سالم بمانی!»

- مفهوم: مفهوم همه گزینه‌ها به جز گزینه (۴) همانند عبارت سؤال این است که انسان قبل از سخن گفتن بهتر است فکر کند. مفهوم گزینه (۴) این است که انسان با سخن گفتن، زیبایی‌ها و زشتی‌هایش آشکار می‌شود.

- متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سؤالات زیر پاسخ بده (۳۲-۲۸):

پژوهش علمی جدیدی نشان داده است که کسانی که قصد پنهان کردن حقایق یا تغییر آن‌ها را دارند، در آغاز از [دست] خودشان احساس ناراحتی می‌کنند اما این احساس به تدریج با گفتن دروغ‌های پی‌درپی از بین می‌رود. و این احساس ناراحتی را، زمانی که انسان چیزی را که برخلاف حقیقت است، می‌گوید، قسمتی از مغز تولید می‌کند، اما تولید آن (احساس) متوقف می‌شود زمانی که انسان به این حالت عادت می‌کند. پس دروغ‌ها بیشتر و بیشتر بزرگ می‌شود و محاسبه نفس بر آن‌ها پنهان می‌شود. در مورد آن چه به همه انواع دروغ ارتباط دارد، دروغگوها می‌گویند که آن‌ها با دروغ‌هایی کوچک شروع کرده‌اند، سپس کار به آن چه بزرگ‌تر است، رسیده است!

- ۲۸ «احساس ناراحتی» با توجه به متن، این احساس نزد همه هست و هنگامی که شخص برای بار اول گناهی (مانند دروغ) مرتکب شود، در او به وجود می‌آید.

ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) نزد کسی دیده می‌شود که زیاد دروغ می‌گوید!
(۲) زمانی که شخص برای اولین بار اقدام به گفتن دروغی می‌کند، ظاهر می‌شود!
(۳) حالتی است که افراد قصد دارند آن را همیشه پنهان کنند!
(۴) زمانی که انسان به دروغ عادت می‌کند، زیاد می‌شود!

۲۹ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

- (۱) از (میان) مردم کسانی هستند که حقایق را به نفع خودشان تحریف می‌کنند! (مطابق سطر اول متن صحیح است.)
(۲) هر کس خودش را محاسبه نکند، در گناهان غرق می‌شود! (محاسبه نفس باعث می‌شود انسان خطاهایش را تکرار نکند.)
(۳) جرایم انسان با خطاهای کوچک شروع می‌شوند! (در پایان متن همین مطلب به عنوان نتیجه آمده است.)
(۴) در انسان چیزی که او را از ارتکاب گناهان منع کند، وجود ندارد! (نادرست است چون مطابق متن، محاسبه نفس و احساس‌های ناخوشایند پس از انجام گناه از جمله بازدارنده‌ها در انسان هستند.)

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

(۱) عبارت قرآنی «وَ مَا مُحَمَّدٌ إِلَّا رَسُولٌ قَدْ خَلَتْ مِنْ قَبْلِهِ الرُّسُلُ أَفَإِنْ مَاتَ أَوْ قُتِلَ ...» و محمد نیست مگر رسولی که پیش از او رسولان دیگری بودند، پس اگر او بمیرد یا کشته شود ...» بیانگر این حقیقت است که حضرت محمد (ص) نیز مانند تمام پیامبران دیگر تابع قوانین و سنت‌های الهی هم‌چون مرگ است و این آیه ارتباطی با قبول پیوستگی رسالت انبیا ندارد.

(۲) در این آیه به پرهیز از تفرقه و اختلاف اشاره‌ای نشده است.

(۴) همان‌طور که در گزینه (۱) توضیح داده شد، عبارت ابتدایی آیه تنها بیانگر این حقیقت است که حضرت رسول (ص) نیز مانند سایر پیامبران تابع سنت‌های الهی چون مرگ است و در این آیه به نقش پیامبر (ص) در تکمیل رسالت سایر انبیا هیچ اشاره‌ای نشده است.

۴۵ ۳

در نتیجهٔ ممنوعیت از نوشتن احادیث پیامبر (ص)، مردم و محققان از یک منبع مهم هدایت بی‌بهره شدند و در نتیجه سلیقه‌های شخصی را در احکام دینی دخالت دادند و گرفتار اشتباهات بزرگ شدند. دقت شود که گمراهی مسلمین، نتیجهٔ جعل و تحریف در احادیث پیامبر (ص) بود. (دلیل نادرستی گزینه‌های (۱) و (۴))

۴۶ ۴

اسم «شیعه» باید با عمل صالح همراه باشد تا پیرو حقیقی امامان شویم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) دانستن این مطلب برای پیرو حقیقی بودن، کافی نیست.

(۲) فدا کردن جان به عنوان کار امامان است، نه شیعیان.

(۳) سبب بدبینی به شیعیان نشدن نیز برای پیرو حقیقی بودن کافی نیست.

۴۷ ۳

پس از رحلت رسول خدا (ص) حوادثی رخ داد که رهبری امت را از مسیری که پیامبر (ص) برنامه‌ریزی کرده و بدان فرمان داده بود، خارج کرد و در نتیجه، نظام حکومت اسلامی که بر مبنای «امامت» طراحی شده بود، تحقق نیافت.

۴۸ ۲

با گسترش سرزمین‌های اسلامی، سؤال‌های مختلفی در زمینه‌های احکام، اخلاق، افکار و نظام کشورداری پدید آمد. ثمرهٔ حضور سازندهٔ ائمهٔ اطهار (ع) در جهت تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو، فراهم آمدن کتاب‌های بزرگ در حدیث و سیرهٔ ائمهٔ اطهار (ع) در کنار سیرهٔ پیامبر (ص) و قرآن کریم است.

۴۹ ۲

ورود جاهلیت با شکلی جدید به زندگی اجتماعی مسلمانان بازتاب و نتیجهٔ تبدیل حکومت عدل نبوی به سلطنت بوده است که ثمرهٔ آن تبدیل جامعهٔ مؤمن و فداکار عصر پیامبر (ص) به جامعه‌ای راحت‌طلب، تسلیم و بی‌توجه به سیرهٔ نبوی می‌باشد.

۵۰ ۴

رفتار ائمهٔ اطهار (ع) در طول ۲۵۰ سال بعد از رحلت پیامبر تا امامت امام عصر (ع) و غیبت ایشان، چنان مکمل یکدیگر است که گویی یک شخص می‌خواهد برای رسیدن به یک مقصد مسیری را بپیماید، ولی مسیر یک دست نیست. پس روش‌ها و رویه‌های مختلفی را می‌طلبند. این امر، به انتخاب شیوه‌های درست مبارزه از اصول کلی امامان در مبارزه با حاکمان اشاره دارد.

۵۱ ۴

خوشنوت و ستمگری حاکمان بنی‌امیه و بنی‌عباس در بیشتر این سال‌ها به گونه‌ای بود که اگر کسانی به عنوان پیرو و شیعهٔ امامان شناخته می‌شدند به سختی آزار و اذیت می‌شدند و در بسیاری مواقع به شهادت می‌رسیدند. از این‌رو، ائمهٔ اطهار (ع) می‌کوشیدند آن بخش از اقدامات و مبارزات خود را که دشمن به آن حساسیت داشت، در قالب «تقیه» پیش ببرند.

۵۲ ۳

ابوسفیان سرسختانه با پیامبر اکرم (ص) مبارزه می‌کرد و فقط هنگامی تسلیم شد که پیامبر اکرم (ص) شهر مکه را فتح کرد و راهی جز تسلیم و اطاعت نداشت. ابوسفیان که رهبری مشرکان را بر عهده داشت، حدود دو سال قبل از رحلت پیامبر (ص) به ناچار تسلیم شد و به ظاهر، اعلام مسلمانی کرد.

یزید هر کار زشت و ناپسندی را انجام می‌داد؛ احکام خداوند، مانند نماز را به بازی و سخره می‌گرفت، آشکارا شراب می‌خورد.

۳۹ ۲ ترجمه عبارت سؤال: فعلی را معین کن که در فارسی معادل ماضی استمراری باشد.

فعل مضارع «يساعد» چون بعد از اسمی نکره آمده است، جملهٔ وصفیه است. فعل جملهٔ وصفیه با توجه به فعل ما قبل این‌طور ترجمه می‌شود:

ماضی + مضارع (فعل جملهٔ وصفیه) ← ماضی استمراری

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فعل ماضی «خاف» چون پس از اسم شرط «مَنْ» هر کس آمده می‌تواند به صورت ماضی ساده یا مضارع التزامی ترجمه شود.

(۳) فعل مضارع «تَعْرُضُ» پس از اسمی نکره آمده (جملهٔ وصفیه) و چون قبل از آن نیز فعل مضارع است، مضارع التزامی ترجمه می‌شود.

(۴) کان + قد + فعل ماضی (نَسِيَ) ← ماضی بعید

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) هر کس مردم از زیانش ترسیدند (بترسند)، پس او نادان است.

(۲) جست‌وجو کردم معجمی را که در فهم متون کمک می‌کرد.

(۳) در موضوعی دخالت نمی‌کند که خودش را در معرض تهمت قرار دهد.

(۴) دانش‌آموز کتابش را در منزل فراموش کرده بود.

۴۰ ۴

«السَّيَّاحُ» مفعول برای فعل «تَجَذَّبَ» و «العَالَمُ» مضاف‌الیه برای مضاف «كُلُّ» است.

ترجمه: به روستایی سفر کردیم که گردشگران را از تمام جهان جذب می‌کند.

ترجمه و بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «العربیَّة» صفت برای موصوف «اللُّغَةُ»

(۲) «الفُقَرَاءُ» مضاف‌الیه برای مضاف «بُيُوتُ»

(۳) «ما» در «ما تَعْلَمُ» از نوع نافییه نیست و به معنای «آن‌چه» می‌باشد.

ترجمه: نگو آن‌چه را که نمی‌دانی بلکه [حتی] همهٔ آن‌چه را که می‌دانی، نگو!

دین و زندگی**۴۱ ۱**

حدیث «كَلِمَةُ لَا إِلَهَ إِلَّا اللَّهُ حِصْنِي فَمَنْ دَخَلَ حِصْنِي أَمِنَ مِنْ عَذَابِي؛ بشروطها و أنا مِنْ شروطها» به جهت توالی و پشت سر هم آمدن اسامی امامان در آن، به حدیث سلسله الذهب (زنجیرهٔ طلایی) مشهور است.

۴۲ ۳

امام علی (ع) می‌فرمایند: «در آن شرایط [اوضاع نابسامان جامعهٔ اسلامی پس از حضرت]، در صورتی می‌توانید راه رستگاری را تشخیص دهید که ابتدا پشت‌کنندگان به صراط مستقیم را شناسایی کنید و وقتی می‌توانید به عهد خود با قرآن وفادار بمانید که پیمان‌شکنان را تشخیص دهید؛ و آن‌گاه می‌توانید پیرو قرآن باشید که فراموش‌کنندگان قرآن را بشناسید.» بنابراین توفیق پیروی از قرآن کریم، مشروط به تشخیص فراموش‌کنندگان قرآن است.

۴۳ ۴

پس از سقوط بنی‌امیه، حکومت به دست بنی‌عباس افتاد. آنان با این‌که خود را از عموزادگان پیامبر (صلی الله علیه و آله) می‌دانستند و به نام اهل بیت، قدرت را از بنی‌امیه گرفته بودند، روش سلطنتی بنی‌امیه را ادامه دادند و در ظلم و ستم به اهل بیت پیامبر (صلی الله علیه و آله) از چیزی فروگذار نکردند، به گونه‌ای که اگر تحول معنوی و فرهنگی ایجاد شده در عصر پیامبر (صلی الله علیه و آله) و دو میراث‌گزار قدر آن حضرت - قرآن کریم و ائمهٔ اطهار (علیه‌السلام) - نبود، جز نامی از اسلام باقی نمی‌ماند.

۴۴ ۳

با توجه به آیه شریفه «وَ مَا مُحَمَّدٌ إِلَّا رَسُولٌ قَدْ خَلَتْ مِنْ قَبْلِهِ الرُّسُلُ ...» و محمد نیست، مگر رسولی که پیش از او رسولان دیگری بودند، پس اگر او بمیرد یا کشته شود، آیا شما به گذشته [و آیین پیشین خود] باز می‌گردید؟ و هر کس به گذشته بازگردد، به خدا هیچ گزند و زبانی نرساند و خدا به زودی سیاسگزاران را پاداش می‌دهد. «مهم‌ترین خطر برای جامعهٔ اسلامی بازگشت به دوران جاهلیت و پشت پا زدن به معیارها و ارزش‌های اسلامی است (انْقَلَبْتُمْ عَلَيَّ أَعْقَابِكُمْ)».



زبان انگلیسی

- ۶۱ ۲ مطالعات نشان می‌دهند که بی‌حرکی جسمانی با [بالا رفتن] سن افزایش می‌یابد و در بین آن‌هایی که درآمد پایین‌تر و تحصیلات کم‌تری دارند متداول‌تر است.
- (۱) سبک زندگی، شیوه زندگی (۲) آموزش؛ تحصیلات (۳) فراوانی؛ فرکانس (۴) جمع، افزایش
- ۶۲ ۱ طبق این مطالعه، افرادی که افسرده هستند بیش‌تر از افرادی که وضعیت ذهنی طبیعی دارند بیمار می‌شوند.
- (۱) افسرده (۲) فرهنگی (۳) قابل شمارش (۴) احتمالی، محتمل
- ۶۳ ۴ آشنا بودن با موضوعی که در زبان دوم در مورد آن [مطلب] می‌خوانید حدس زدن معنی واژگان جدید را آسان‌تر می‌کند.
- (۱) شمردن (۲) جواب دادن، پاسخ دادن (۳) در نظر گرفتن، لحاظ کردن (۴) حدس زدن
- ۶۴ ۳ دماسنج‌های الکلی می‌توانند به نسبت دماسنج‌های جیوه‌ای دماهای پایین‌تری را اندازه بگیرند چون که جیوه در [دمای] منفی ۳۸/۸ درجهٔ سلسیوس منجمد می‌شود در حالی که الکل در [دمای] منفی ۱۱۵ درجهٔ [سلسیوس] منجمد می‌گردد.
- (۱) [تلویزیون و غیره] پخش کردن (۲) تبدیل کردن؛ معاوضه کردن (۳) اندازه گرفتن؛ اندازه‌گیری کردن (۴) دریافت کردن، گرفتن
- ۶۵ ۱ با همسرم بحثی طولانی در مورد رابطه‌مان داشتم و تصمیم گرفتم [که] واقعاً نیاز داریم به یک مشاور مراجعه کنیم.
- (۱) رابطه؛ پیوند (۲) هویت (۳) آزمایش (۴) دقت، توجه
- ۶۶ ۴ آن دانشمند دارویی را کشف کرد که [کاربرد آن] در پیشگیری کردن از انواع خاصی از سرطان تا حد زیادی موفقیت‌آمیز است.
- (۱) اتفاق افتادن، رخ دادن (۲) دنبال کردن؛ پیروی کردن (۳) شامل ... بودن (۴) پیشگیری کردن از
- ۶۷ ۱ پزشک نگران وضعیت پزشکی پدر بزرگم است و به ما در مورد امکان حملهٔ قلبی هشدار داده است.
- (۱) حمله (۲) فشار (۳) کارکرد، عملکرد (۴) شکل، صورت
- توضیح: حملهٔ قلبی: "heart attack"
- ۶۸ ۱ به دلیل راه‌انداز، پیش‌بینی کردن [این‌که] چقدر طول خواهد کشید تا به ایستگاه راه‌آهن برسیم دشوار است.
- (۱) پیش‌بینی کردن؛ پیشگویی کردن (۲) انتظار داشتن (که)؛ توقع داشتن (که) (۳) مقایسه کردن، سنجیدن (۴) به نظر رسیدن؛ ظاهر شدن
- ۶۹ ۳ هر چه سوخت‌وساز کندتر باشد، شخص باید میزان کالری‌ها را بیش‌تر کاهش دهد تا جلوی اضافه کردن وزن را بگیرد.
- (۱) درست کردن؛ باعث ... شدن (۲) بردن؛ گرفتن (۳) کسب کردن، به دست آوردن (۴) نگه داشتن؛ برگزار کردن
- توضیح: وزن اضافه کردن، چاق شدن: "gain weight"

- ۵۳ ۱ امامان بزرگوار در هر فرصتی که به دست می‌آوردند، معارف قرآن کریم را بیان می‌کردند و رهنمودهای آن را آشکار می‌ساختند. در نتیجهٔ این اقدام، مشتاقان معارف قرآنی توانستند از این کتاب الهی بهره ببرند.
- ۵۴ ۲ با این‌که سال‌ها بعد، منع نوشتن حدیث پیامبر (ص) برداشته شد و حدیث‌نویسی رواج یافت، اما به دلیل عدم حضور اصحاب پیامبر (ص) در میان مردم، به دلیل فوت یا شهادت، احادیث زیادی جعل یا تحریف شد، به طوری‌که احادیث صحیح از غلط به سادگی قابل تشخیص نبود.
- ۵۵ ۱ امام علی (ع) آیندهٔ سرپیچی از دستورات امام و اختلاف و تفرقه میان مسلمانان را که موجب سوار شدن بنی‌امیه بر تخت سلطنت بود؛ می‌دید و مردم را از چنین روزی بیم می‌داد:
- «به خدا سوگند، بنی‌امیه چنان به ستمگری و حکومت ادامه دهند که حرامی باقی نماند جز آن‌که حلال شمارند ... تا آن‌که در حکومتشان دو دسته بگیرند: دسته‌ای بر دین خود که آن را از دست داده‌اند و دسته‌ای برای دنیای خود که به آن نرسیده‌اند.»
- ۵۶ ۴ به علت عدم توجه مسلمانان به هشدارهای امیرالمؤمنین علی (ع) و ضعف و سستی‌شان در مبارزه با بنی‌امیه، تمام هشدارها و پیش‌بینی‌های امام علی (ع) در رابطه با آیندهٔ نابسامان جامعهٔ اسلامی به وقوع پیوست.
- توجه: دقت داشته باشید که امام بر مبنای روشن‌بینی و درک عمیقی که از نتیجهٔ رفتارها و وقایع داشت، آیندهٔ نابسامان جامعهٔ اسلامی را پیش‌بینی کرد اما علت تحقق این پیش‌بینی تنها ضعف، سستی و عدم توجه مسلمانان به هشدارهای ایشان بود.
- ۵۷ ۲ با توجه به سخن امام علی (ع) خطاب به مسلمانان که می‌فرمایند: «سوگند به خداوندی که جانم به دست قدرت اوست، آن مردم [شامیان] بر شما پیروز خواهند شد؛ نه از آن جهت که آنان به حق نزدیک‌ترند، بلکه به این جهت که آنان در راه باطلی که زمامدارشان می‌رود شتابان فرمان او را می‌برند و شما در حق من بی‌اعتنایی و کندی می‌کنید. این مطلب قلب انسان را به درد می‌آورد که آن‌ها در مسیر باطل خود این چنین متحدند، و شما در راه حق این‌گونه متفرق و پراکنده‌اید.» درمی‌یابیم که آن‌چه قلب انسان را به درد می‌آورد، اتحاد شامیان در مسیر باطل خود در برابر تفرقهٔ مسلمانان در مسیر حق خود می‌باشد.
- توجه: گزینهٔ (۱) دلیل پیروزی شامیان از دیدگاه امام علی (ع) است، نه مطلبی که قلب انسان را به درد بیاورد.
- ۵۸ ۲ امامان (ع) همهٔ حاکمان عصر خود را در غصب خلافت و جانشینی رسول خدا (ص) یکسان می‌دیدند. آنان تفاوت‌های اخلاقی و رفتاری حاکمان را در نظر می‌گرفتند و اگر حاکمان در موردی بر طبق دستور اسلام عمل می‌کردند، آن مورد را تأیید می‌کردند.
- ۵۹ ۱ چالش ارائهٔ الگوهای نامناسب بر این مینا صورت گرفت که عموم مردم در اعتقادات و عمل خود، دنباله‌روی شخصیت‌های برجستهٔ جامعه هستند و آن‌ها را اسوه قرار می‌دهند.
- حاکمان اموی و عباسی، تلاش می‌کردند که شخصیت‌های اصیل اسلامی، به خصوص اهل بیت پیامبر (ص) را در انزوا قرار دهند و افرادی را که در اندیشه و عمل و اخلاق از معیارهای اسلامی دور بودند، به جایگاه برجسته برسانند و آن‌ها را راهنمای مردم معرفی کنند.
- ۶۰ ۲ امامان، شیوهٔ مبارزه با حاکمان را متناسب با شرایط زمان برمی‌گزیدند؛ به گونه‌ای که هم تفکر اسلام راستین باقی بماند (معارف و آیات قرآن و سخنان و سیرهٔ پیامبر اکرم (ص))، هم به تدریج، بنای ظلم و جور بنی‌امیه و بنی‌عباس سست شود و هم روش زندگی امامان (ع) به نسل‌های آینده معرفی گردد.



۷۶ ۲ کلمه "their" که در پاراگراف دوم که زیر آن خط کشیده شده به "children" اشاره دارد.

(۱) کارخانه‌ها (۲) کودکان
(۳) تماشا کردن و بازی کردن (۴) بازی‌های ویدئویی
۷۷ ۳ کدام یک از موارد زیر دلیلی نیست [که] چرا کودکان غذاهای سالم کافی نمی‌خورند؟

(۱) کودکان غذاهای آمادهٔ بیش‌تری نسبت به غذاهای خانگی می‌خورند.
(۲) کودکان نسبت به گذشته بیش‌تر بیرون در رستوران‌ها غذا می‌خورند.
(۳) کودکان نسبت به گذشته وزن بیش‌تری دارند.
(۴) این روزها غذاهای ناسالم راحت‌تر در دسترس هستند.

۷۸ ۴ معنی کلمه "maintain" (نگه داشتن، حفظ کردن) در این متن چیست؟

(۱) افزایش دادن؛ افزایش یافتن (۲) شامل بخشی از ... بودن
(۳) به ... فکر کردن (۴) یکسان نگه داشتن
۷۹ ۱ کدام یک از گزاره‌های زیر بهترین خواهد بود تا به آخر متن افزوده شود؟

(۱) کودکان باید در مورد غذاهایی [که] می‌خورند و انتخاب‌های غذایی‌ای که انجام می‌دهند تعلیم ببینند.
(۲) والدین کودکان چاق نیز چاق هستند و دارای اضافه‌وزن [می‌باشند].
(۳) پزشکان متوجه می‌شوند که کودکان به شکل فزاینده‌ای چاق هستند.
(۴) دانشمندان در مورد غذاهایی [که] کودکان می‌خورند نگران هستند.

۸۰ ۲ کدام یک از موارد زیر می‌تواند عنوان خوبی برای متن باشد؟
(۱) انواع غذاهای در دسترس برای مردم
(۲) چاقی دوران کودکی در جهان امروز
(۳) چرا کودکان به اندازهٔ کافی فعال نیستند؟
(۴) چگونگی تشویق کودکان به ورزش کردن

ریاضیات

۸۱ ۳ $\log_5(\log_3(\log_2 x)) = 0 \Rightarrow \log_3(\log_2 x) = 5^0$
 $\Rightarrow \log_3(\log_2 x) = 1 \Rightarrow \log_2 x = 3^1 = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$

۸۲ ۴ $\log_{3/6} = \log(2^2 \times 3^2 \times 10^{-1}) = \log 2^2 + \log 3^2 + \log 10^{-1}$
 $= 2\log 2 + 2\log 3 - 1\log 10 = 2(0.3) + 2(0.47) - 1$
 $= 0.6 + 0.94 - 1 = 1.54 - 1 = 0.54$

۸۳ ۴ $\log_{1/10} 1/5 = 5 \Rightarrow (1/10)^5 = 1/5$
هزار نفر $t=0 \Rightarrow y = 500(1/10)^0 = 500$

هزار نفر $t=5 \Rightarrow y = 500(1/10)^5 = 500 \times (1/10^5) = 525$
بنابراین پس از گذشت ۵ سال، تقریباً ۲۵ هزار نفر به جمعیت جامعه افزوده می‌شود.

۸۴ ۱ $\log_2 x^2 - \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{x} = 4 \log_4 \sqrt{3}$
 $\Rightarrow 2\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}} x^{-1} = 4\log_{2^2} 3^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow 2\log_2 x - \frac{-1}{\frac{1}{2}} \log_2 x = 4 \cdot \frac{1}{2} \log_2 3$

۷۰ ۱ شما نمی‌توانید تأثیر افزایش حقوقتان را بدون در نظر گرفتن افزایش هزینه‌ی زندگی اندازه بگیرید.
(۱) اندازه گرفتن، اندازه‌گیری کردن (۲) بهبود بخشیدن؛ بهبود یافتن
(۳) متعادل کردن، متوازن کردن (۴) جلوگیری کردن از، پیشگیری کردن از

ورزش ملی ژاپن گشتی سومو است. آن جمعیت زیادی را جذب می‌کند و در تلویزیون نمایش داده می‌شود. [در این ورزش] دو شرکت‌کننده سعی می‌کنند یکدیگر را از یک میدان (تشک گشتی) کوچک بیرون بکشند. موفقیت [آن‌ها] به توانایی و وزن [ایشان] بستگی دارد، از این رو گشتی‌گیران سومو به آموزشگاه‌هایی می‌روند که آموزش ببینند و رژیم غذایی خاصی را دنبال کنند. گشتی‌گیران موفق ممکن است بسیار ثروتمند و مشهور شوند. این ورزش سنتی است و از الگوی دقیقی که توسط مسئولان در لباس محلی تزئینی کنترل می‌شود، پیروی می‌کند.

۷۱ ۴ (۱) بیان کردن، ذکر کردن (۲) قصد داشتن؛ در پی ... بودن
(۳) اشاره کردن؛ ارجاع دادن (۴) جذب کردن؛ جلب کردن

۷۲ ۱ توضیح: طبق مفهوم جمله و با توجه به این‌که در این نوع از ورزش گشتی هر کدام از گشتی‌گیران در تلاش است دیگری را از تشک گشتی خارج کند، جمله با "each other" (یکدیگر) کامل می‌شود.

۷۳ ۳ (۱) اندازه؛ اقدام (۲) مقدار، میزان
(۳) وزن (۴) الگو؛ طرح

۷۴ ۱ رژیم غذایی (۲) مورد؛ نمونه
(۳) نوع؛ گونه (۴) ذهن

۷۵ ۳ توضیح: فعل وجهی "may" می‌تواند برای بیان احتمال و امکان در زمان حال و آینده به کار رود و فعل اصلی پس از آن (در این مورد "become") به شکل ساده استفاده می‌شود.

این روزها، کودکان به شکل فزاینده‌ای اضافه‌وزن دارند. یک نام برای اضافه‌وزن خیلی زیاد، چاق است. چرا این [موضوع] اتفاق می‌افتد؟ پزشکان، معلمان و سایر بزرگسالان بر این باورند که کودکان به اندازهٔ کافی ورزش نمی‌کنند و انواع مناسب مواد غذایی را نمی‌خورند.

در گذشته، کودکان بیش‌تر فعال بودند. در قدیم، کارهای زیادی برای انجام شدن وجود داشت. کودکان در مزارع و در کارخانه‌ها کمک می‌کردند. کودکان زمان زیادی برای تلف کردن (انجام کارهای بیهوده) نداشتند. امروزه کودکان به مدرسه می‌روند و برای تماشای تلویزیون یا بازی کردن [با] بازی‌های ویدئویی به خانه می‌آیند. تعداد بسیاری از فعالیت‌های آن‌ها شامل نشستن و عدم [داشتن] فعالیت کافی است. بچه‌ها به اندازهٔ کافی ورزش‌هایی از قبیل دویدن، پساده‌روی یا دوچرخه‌سواری را انجام نمی‌دهند.

دلیل اصلی دیگر برای اضافه‌وزن کودکان انواع مواد غذایی‌ای است که آن‌ها می‌خورند. خانواده‌های بیش‌تر و بیش‌تری در رستوران‌ها غذا می‌خورند یا غذاهای سریعی (فست‌فود) که سرشار از کالری هستند را آماده می‌کنند. [مصرف] این انواع مواد غذایی روزبه‌روز (به سرعت) به [میزان] بالا [کالری] منتج می‌شود. کودکان غذاهای ناسالم بسیار زیادی می‌خورند و [به میزان] کافی غذاهای مناسب نمی‌خورند.

برخی از غذاهایی که کودکان باید بخورند شامل میوه‌ها و سبزیجات، لبنیات، غلات و حبوبات و گوشت و مرغ است. این نوع غذاها می‌توانند به کودکان [در] حفظ وزنشان و [هم‌چنین] به بدن [برای] مبارزه با بیماری‌ها کمک کنند.



۹۰ می‌دانیم $4^{-1} < 0/6 < 4^0$ ، پس $-1 < \log_4 0/6 < 0$ و در نتیجه $[\log_4 0/6] = -1$. هم‌چنین با بررسی توان‌های $0/3$ داریم:

$$(0/3)^0 = 1, (0/3)^{-1} = \frac{1}{3} \approx 0/33, \dots, (0/3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \approx 0/11, \dots$$

بنابراین $(0/3)^{-2} < 0/3 < (0/3)^{-1}$ و در نتیجه $[\log_{0/3} 10] = -2$. پس:

$$[\log_4 0/6] + [\log_{0/3} 10] = -3$$

۹۱ بازتاب تحت یک نقطه شیب خط را حفظ می‌کند، بنابراین با توجه به این‌که خطوط با شیب یکسان، زوایای یکسانی نسبت به محورها دارند، نتیجه می‌گیریم که بازتاب تحت یک نقطه، زاویه خطوط نسبت به محورها را حفظ می‌کند.

۹۲ با توجه به تعریف دوران، مرکز دوران از دو نقطه A و A' به یک فاصله است، بنابراین روی عمودمنصف پاره خط AA' قرار دارد. داریم:

$$m_{AA'} = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{-1 - 2}{2 - (-4)} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

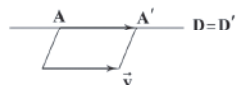
بنابراین شیب خط عمودمنصف برابر ۲ است. از طرفی نقطه وسط پاره خط AA' در معادله عمودمنصف صدق می‌کند:

$$M = \frac{A + A'}{2} = \left(\frac{2 + (-4)}{2}, \frac{-1 + 2}{2}\right) = (-1, \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow \text{معادله عمودمنصف: } y - \frac{1}{2} = 2(x - (-1)) \Rightarrow y = 2x + \frac{5}{2}$$

با توجه به گزینه‌ها تنها نقطه $(-2, -\frac{3}{2})$ در معادله فوق صدق می‌کند.

۹۳ در انتقال یک خط اگر بردار انتقال موازی خط مفروض باشد، آن‌گاه تصویر خط بر خودش منطبق است.



۹۴ اگر نقاط A' و B' مجانس نقاط A و B با نسبت تجانس $k=3$ باشند، در این صورت داریم:
(فاصله دو نقطه A' و B' ، برابر طول پاره خط $A'B'$ است)

$$\frac{A'B'}{AB} = |k|$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-3 - (-5))^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} \\ \Rightarrow A'B' &= |k| \cdot AB = 3 \times \sqrt{20} = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

۹۵ برای به دست آوردن بازتاب نقطه A نسبت به خط d (نقطه A') ابتدا معادله خط عمود بر d که از A می‌گذرد را به دست آورده (خط d') و تقاطع آن با d را H می‌نامیم. در واقع پای عمود A بر روی d است و حال برای به دست آوردن بازتاب A نسبت به d ، کافیست A را نسبت به نقطه H قرینه کنیم.

$$d \text{ شیب } 2 \Rightarrow d' \text{ شیب } = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d': (y - y_A) = -\frac{1}{2}(x - x_A)$$

$$\Rightarrow d': y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow d': y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\begin{cases} d: y = 2x + 1 \\ d': y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع خط}} 2x + 1 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow 4x + 2 = -x + 4$$

$$\Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = 0/4, y = 1/2 \Rightarrow H = (0/4, 1/2)$$

$$\frac{A + A'}{2} = H \Rightarrow A' = 2H - A = (0/8, 3/6) - (2, 1)$$

$$\Rightarrow A' = (-1/2, 2/6)$$

$$\Rightarrow 2\log_4 x + 2\log_4 x = 4 \times \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4\log_4 x = 1 \Rightarrow \log_4 x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 4^{1/4} = 2^{1/2}$$

$$\begin{aligned} \log_5 x^2 &= \frac{2\log x}{\log 5} = \frac{2\log_2 (2^{1/2})}{1 - \log_2 2} \\ &= \frac{2(0/25)\log_2 2}{1 - \log_2 2} \approx \frac{(0/5)(0/3)}{(0/7)} = \frac{0/15}{0/7} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14} \end{aligned}$$

۸۵ با توجه به دامنه توابع لگاریتمی داریم:

$$\begin{cases} x > 0 & (1) \\ x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 & (2) \\ x^2 - 1 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 2 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2} & (3) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow x > 1, x \neq \sqrt{2}$$

بنابراین دامنه تابع فقط شامل عدد طبیعی ۱ نیست.

۸۶ در حل نامعادلات نمایی اگر پایه بین صفر و یک باشد، باید جهت نامساوی را عوض کنیم.

$$0 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 1 \Rightarrow |2x - 1| > 7 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 7 \Rightarrow x > 4 \\ 2x - 1 < -7 \Rightarrow x < -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اجتماع}} (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$$

که شامل بی‌نهایت عدد صحیح است.

$$9^{1-x} = 3\sqrt[3]{3} \Rightarrow (3^2)^{1-x} = 3^1 \times 3^{1/3} \Rightarrow 3^{2-2x} = 3^{4/3} \Rightarrow 2 - 2x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 2 - 2x = \frac{4}{3} \Rightarrow -2x = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\log_3 (12x + 5) \stackrel{x=1/3}{=} \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$$

۸۸ نکته:

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a \quad (a, b > 0, b \neq 1, m, n \in \mathbb{R})$$

$$g(x) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x} = \log_{3^{-1}} x^{-1} = \log_3 x = f(x)$$

$$D_f = D_g = (0, +\infty)$$

در نتیجه نمودار این دو تابع بر یکدیگر منطبق است.

$$\log_4 125 = \log_5 3 = 3 \log_5 5 = b \Rightarrow \log_5 5 = \frac{b}{3}$$

$$\log_4 5 = \log(3^2 \times 5) = \log 3^2 + \log 5 = 2 \log 3 + \frac{b}{3} = a$$

$$\Rightarrow \log 3 = \frac{a - \frac{b}{3}}{2} = \frac{3a - b}{6}$$

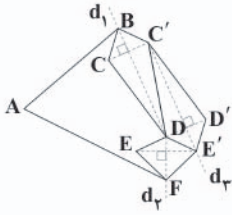
حال به محاسبه $\log_{11} 8$ بر حسب a و b می‌پردازیم:

$$\log_{11} 8 = \log_{3^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_3 2 = \frac{3}{2} \times \frac{\log 2}{\log 3} = \frac{3}{2} \times \frac{(1 - \log 5)}{\log 3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{2} \times \frac{1 - \frac{b}{3}}{\frac{3a - b}{6}} = \frac{3}{2} \times \frac{\frac{3 - b}{3}}{\frac{3a - b}{6}} = \frac{9 - 3b}{6a - 2b} \end{aligned}$$

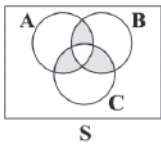


۱۰۰ ۴ با توجه به شکل زیر، می‌توان حداکثر ۳ تبدیل بازتاب پیدا کرد که تحت آن شکل بیشترین مساحت را خواهد داشت.



۱۰۱ ۱ علم احتمال، بررسی یک نمونه‌ی نامعلوم از یک جامعه‌ی معلوم است ولی علم آمار، شناختن جامعه‌ی نامعلوم، با استفاده از نمونه‌های جمع‌آوری‌شده‌ی معلوم است.

۱۰۲ ۱ فرض کنیم A مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۵، B مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۳ و C مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۲ باشد. حال مطابق نمودار ون، اشتراک فقط دو مجموعه از سه مجموعه A، B و C ناحیه‌ی هاشورخورده را می‌سازند که تعداد اعضای آن با فرمول زیر قابل محاسبه است:



$$n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - 3n(A \cap B \cap C)$$

بنابراین داریم:

$$P = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 3P(A \cap B \cap C)$$

$$\frac{\left[\frac{300}{15}\right] + \left[\frac{300}{10}\right] + \left[\frac{300}{6}\right] - 3\left[\frac{300}{30}\right]}{\binom{300}{1}}$$

$$= \frac{20 + 30 + 50 - 3(10)}{300} = \frac{7}{30}$$

$$P(b') = 1 - P(b) \quad (*)$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(d) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad (**)$$

$$P\{b, d\} = \frac{4}{7} \Rightarrow P(b) + P(d) = \frac{4}{7} \xrightarrow{(**)} P(b) = \frac{4}{7} - \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$$

$$\Rightarrow P(b') = 1 - \frac{6}{35} = \frac{29}{35}$$

۱۰۴ ۴

عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقسوم علیه	{1}	{1, 2}	{1, 3}	{1, 2, 4}	{1, 5}	{1, 2, 3, 6}

حال اگر یکی از احتمالات یک‌عضوی را X فرض کنیم، در این صورت سایر احتمالات یک‌عضوی را برحسب X می‌نویسیم. داریم:

$$P(1) = x \Rightarrow P(2) = P(3) = P(5) = 2x, P(4) = 3x, P(6) = 4x$$

بنابراین:

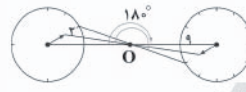
$$P(1) + \dots + P(6) = 1$$

$$x + 3(2x) + 3x + 4x = 1 \Rightarrow 14x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{14}$$

$$P(3) = x \Rightarrow P(3) = P(3) = P(3) = P(3) = P(3) = P(3) = P(3) = P(3)$$

$$= 2x + 4x = 6x = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

۹۶ ۳ می‌دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط متقاطع، یک دوران به اندازه‌ی ۲ برابر زاویه‌ی بین دو خط به مرکز نقطه‌ی تقاطع دو خط می‌باشد، در نتیجه زاویه‌ی دوران $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ است.



در نتیجه پس از این ۲ بازتاب، عقربه ساعت را نشان می‌دهد.

۹۷ ۲ نقطه (۱، ۱) روی خط $y = 4x + 5$ است، در نتیجه تصویر آن تحت T باید روی خط $y = 4x + 3$ باشد، زیرا خط $y = 4x + 3$ تصویر خط $y = 4x + 5$ تحت T است.

بررسی گزینه‌ها:

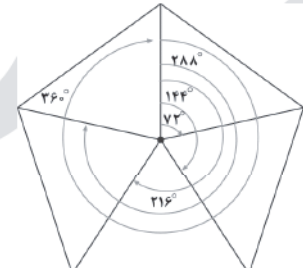
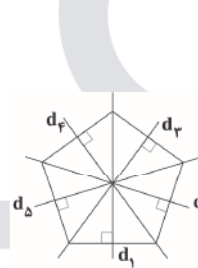
$$۱) (1, 8) \Rightarrow 8 = 4 \times 1 + 3 \Rightarrow 8 \neq 7 \quad \times$$

$$۲) (0/5, 5) \Rightarrow 5 = 4 \times 0/5 + 3 \Rightarrow 5 = 5 \quad \checkmark$$

$$۳) (-2, -3) \Rightarrow -3 = 4 \times (-2) + 3 \Rightarrow -3 \neq -5 \quad \times$$

$$۴) (2, 13) \Rightarrow 13 = 4 \times 2 + 3 \Rightarrow 13 \neq 11 \quad \times$$

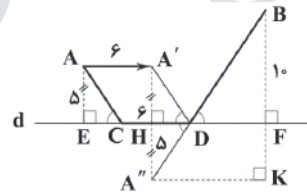
۹۸ ۲ تبدیل تقارنی، تبدیلی است که تصویر هر شکل تحت آن بر خود شکل منطبق می‌شود، بنابراین با توجه به شکل زیر، بازتاب نسبت به عمودمنصف‌های اضلاع و دوران‌های به مرکز نقطه برخورد عمودمنصف‌ها و زوایای $36^\circ, 72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ$ و 360° تبدیل‌های تقارنی یک پنج‌ضلعی منتظم هستند. در نتیجه یک پنج‌ضلعی منتظم حداکثر دارای ۱۰ تبدیل تقارنی است.



نکته: در پنج‌ضلعی منتظم چون عمودمنصف‌های اضلاع، نیمساز زوایای روبه‌روی آن‌ها نیز هستند، بنابراین فقط ۵ تقارن بازتابی وجود دارد.

در حالت کلی هر n ضلعی منتظم، دارای n تبدیل تقارن بازتابی و n تبدیل تقارن دورانی است.

۹۹ ۴ A را تحت انتقال با \vec{v} (بردار موازی خط d، به طول ۶ و در جهت B) تصویر می‌کنیم، نقطه A' به دست می‌آید. قرینه‌ی A' را نسبت به خط d، A'' می‌نامیم و نقطه تلاقی خط d و پاره‌خط A''B را D می‌نامیم. سپس CD را برابر ۶ روی خط d جدا می‌کنیم، نقطه C به دست می‌آید. مسیر ACDB کوتاه‌ترین است و طول آن به شرح زیر به دست می‌آید:



$$AC + CD + BD = A'D + CD + BD$$

$$= A''D + BD + CD = A''B + CD$$

$$EF = 14 \text{ (فرض)}$$

$$A''B^2 = A''K^2 + BK^2 = HF^2 + (BF + FK)^2$$

$$= (EF - EH)^2 + (BF + FK)^2 = (14 - 6)^2 + (10 + 5)^2$$

$$\Rightarrow A''B^2 = 8^2 + 15^2 = 289 \Rightarrow A''B = 17$$

$$\Rightarrow AC + CD + BD = A''B + CD$$

$$= 17 + 6 = 23$$



$$\left. \begin{aligned} P(0) &= P(D) = \frac{1}{8} \\ P(1) &= P(C) = \frac{3}{8} \\ P(2) &= P(B) = \frac{3}{8} \\ P(3) &= P(A) = \frac{1}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) + P(D) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$|P(B) - P(C)| = \left| \frac{3}{8} - \frac{3}{8} \right| = 0$$

فضای احتمال غیر هم‌شانس است.

$$S = \{m_1, m_2, w_1, w_2, w_3\}$$

$$P(m_1) = P(m_2) = x$$

$$P(w_1) = P(w_2) = P(w_3) = \frac{x}{2}$$

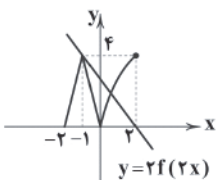
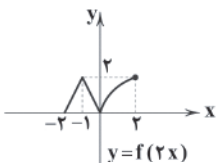
$$P(m_1) + P(m_2) + P(w_1) + P(w_2) + P(w_3) = 1$$

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{7x}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow P(\{m_1, w_2\}) = P(m_1) + P(w_2) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

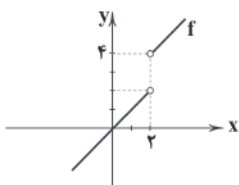
از روی نمودار $f(x)$ ، نمودار $2f(2x)$ را در دو مرحله

الف) $f(2x)$ و ب) $2f(2x)$ رسم می‌کنیم. خط $y = -\frac{4}{3}(x-2)$ از دو نقطه $A(2, 0)$ و $B(-1, 4)$ عبور می‌کند.



ملاحظه می‌کنید که دو تابع در دو نقطه متقاطع‌اند.

تابع را برای دو حالت $x > 2$ و $x < 2$ بررسی می‌کنیم:



$$x > 2 \Rightarrow f(x) = x + 1 + \frac{x-2}{x-2} = x + 2$$

$$x < 2 \Rightarrow f(x) = x + 1 - \frac{x-2}{x-2} = x$$

با توجه به نمودار، تابع f اکیدا صعودی است.

ابتدا نمودار $y = x^3$ را در نظر می‌گیریم و سپس مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

$$(1) \text{ واحد به چپ } \leftarrow y = (x+1)^3$$

$$(2) \text{ واحد به بالا } \leftarrow y = (x+1)^3 + 3$$

$$(3) \text{ قرینه نسبت به محور y ها } \leftarrow y = -(x+1)^3 + 3$$

$$y = -(x+1)^3 + 3 = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1 + 3$$

$$= -x^3 + 3x^2 - 3x + 4$$

برای آن‌که تابع f در فاصله $(0, 4)$ یکنواکید نباشد، باید

رأس سهمی در این بازه قرار گیرد:

$$-\frac{1}{2} < \frac{a}{2} < 4 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2a} < 4 \xrightarrow{\text{عکس}} 2a > \frac{1}{4} \Rightarrow a > \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B') + P(A' \cup B) = P(A' \cap B)' + P(A \cap B')'$$

$$= 1 - P(A' \cap B) + 1 - P(A \cap B')$$

$$= 2 - P(B-A) - P(A-B) = \frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow P(A-B) + P(B-A) = 2 - \frac{10}{7} = \frac{4}{7} (*)$$

$$P[(A-B) \cup (B-A)]$$

$$= P(A-B) + P(B-A) - \underbrace{P[(A-B) \cap (B-A)]}_{0} \stackrel{(*)}{=} \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow P[(A-B) \cup (B-A)] = \frac{4}{7}$$

فضای نمونه‌ای پرتاب هر تاس، ۶ برآمد دارد، بنابراین پرتاب ۲ تاس، $6 \times 6 = 36$ برآمد دارد. $(n(S) = 36)$

روش اول:

مجموع اعداد دو تاس، عددی اول و بزرگ‌تر از ۶، یعنی مجموع اعداد دو تاس ۷ یا ۱۱ شود:

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (5, 6), (6, 5)\} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

روش دوم: می‌توان از جدول زیر استفاده نمود و تعداد دفعاتی که برآمد مورد نظر رخ می‌دهد، یعنی مجموع اعداد روشده ۷ یا ۱۱ می‌شود را محاسبه نمود.

مجموع اعداد روشده	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
در پرتاب ۲ تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$P(A) = \frac{6+2}{36} = \frac{2}{9}$$

با فرض (۱) x (برد حمید) داریم:

$$P(\text{برد حسن}) = \frac{1}{3} P(\text{برد حمید}) = \frac{x}{3}$$

$$P(\text{باخت حمید}) = 2P(\text{برد رضا})$$

$$\Rightarrow 1 - P(\text{برد حمید}) = 2P(\text{برد رضا}) \Rightarrow P(\text{برد رضا}) = \frac{1-x}{2} \quad (3)$$

$$P(\text{برد رضا}) = \frac{1}{3} P(\text{باخت علی}) \Rightarrow 3P(\text{برد رضا}) = 1 - P(\text{برد علی})$$

$$\Rightarrow P(\text{برد علی}) = 1 - 3P(\text{برد رضا}) \stackrel{(3)}{=} 1 - 3\left(\frac{1-x}{2}\right) = \frac{3x-1}{2} \quad (4)$$

$$P(\text{برد علی}) + P(\text{برد رضا}) + P(\text{برد حسن}) + P(\text{برد حمید}) = 1$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3), (4)} x + \frac{x}{3} + \frac{1-x}{2} + \frac{3x-1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{5x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{5} \Rightarrow P(\text{برد حمید}) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(\text{باخت حمید}) = \frac{3}{5}$$

می‌دانیم که اگر فضای نمونه‌ای دارای n عضو باشد، در این

صورت 2^n پیشامد قابل تعریف است. حال چون برآمدهای a_1 و a_2 رخ داده‌اند، پس پیشامدهایی مدنظر است که برآمدهای a_1 و a_2 را شامل باشند، بنابراین مطلوب مسئله، تعداد زیرمجموعه‌هایی از S است که دو عضو a_1 و a_2

را شامل شوند که تعداد آن‌ها برابر است با: $2^4 - 2 = 16 - 2 = 14$

۳ 109 فضای نمونه‌ای تعداد فرزندان دختر است، بنابراین:

$$S = \{0, 1, 2, 3\}$$



$$\Rightarrow y = -x^2 - 2x + 1 \xrightarrow{\text{تلافی با محور } x \text{ ها}} x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$\xrightarrow{n > 0} n = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow m + n + k = (-1) + (-1 + \sqrt{2}) + 1 = -1 + \sqrt{2}$$

۱ ۱۲۱ حاصل ضرب دو ماتریس سطری و ستونی داده شده، یک معادله درجه دوم است.

$$x(x+1) + 2x + m(1-x) = 0 \Rightarrow x^2 + x + 2x + m - mx = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + (3-m)x + m = 0 \xrightarrow{x=2} 4 + (3-m)2 + m = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 6 - 2m + m = 0 \Rightarrow m = 10$$

$$\text{معادله: } x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = 2, 5$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$$

۴ ۱۲۲

ابتدا با ضرب کردن ماتریس‌های داده شده، ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 3 \times 2 - 5 \times 1 & 3 \times 5 - 5 \times 3 \\ -1 \times 2 + 2 \times 1 & -1 \times 5 + 2 \times 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{یک ماتریس قطری است.}} A^5 = \begin{bmatrix} (1)^5 & 0 \\ 0 & (2)^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 32 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس A، برابر ۳۳ است.

۴ ۱۲۳

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5a+3 & 4a \\ 8 & a+3 \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5a+3 & 8 \\ 4a & a+3 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = B \times A \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

۲ ۱۲۴

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$ab + cd = 5 \times 3 + 3 \times 2 = 15 + 6 = 21$$

۳ ۱۲۵ ماتریس C از مرتبه ۳×۲ خواهد بود.

$$C = [c_{ij}]_{3 \times 4} \times [j+1]_{4 \times 2} = [c_{ij}]_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix}$$

درایه‌های سطر آخر c_{31} و c_{32} هستند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \\ 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$c_{31} = 6 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 2 = 4 \times 6 \times 2 = 4 \times 12 = 48$$

$$c_{32} = 6 \times 3 + 6 \times 3 + 6 \times 3 + 6 \times 3 = 4 \times 18 = 72$$

مجموع درایه‌های سطر آخر ماتریس C برابر $48 + 72 = 120$ می‌باشد.

۲ ۱۱۵ اگر نقطه $A(x_0, y_0)$ روی تابع $y = g(x)$ قرار گیرد

یعنی $y_0 = g(x_0)$. آن‌گاه نقطه $A(\frac{x_0-1}{2}, y_0)$ روی تابع $f(x) = g(2x+1)$ قرار می‌گیرد، چون:

$$y_0 = g(2(\frac{x_0-1}{2})+1) = g(x_0)$$

چون نقطه $(2, 5)$ روی $g(x)$ قرار دارد، پس نقطه $(\frac{2-1}{2}, 5)$ روی

تابع $g(2x+1)$ قرار می‌گیرد، در نتیجه جواب مسئله $(\frac{1}{2}, 5)$ است.

۴ ۱۱۶

$$\frac{3^{0/5} \times 9^{0/25}}{11^{-0/1}} = \frac{3^{0/5} \times (3^2)^{0/25}}{(3^4)^{-0/1}}$$

$$= \frac{3^{0/5} \times 3^{0/5}}{3^{-0/4}} = 3^{0/5+0/5-(-0/4)} = 3^{0/5+0/5+0/4} = 3^{0/95}$$

۴ ۱۱۷

$$\begin{aligned} 4^{\frac{3}{2}} \times \sqrt[4]{32} \times (\frac{1}{16})^{\frac{3}{4}} \times \sqrt[4]{456} &= (2^2)^{\frac{3}{2}} \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} \times (\frac{1}{2^4})^{\frac{3}{4}} \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} \\ &= 2^3 \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} \times \frac{1}{2^3} \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} = 2^3 \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} \times \frac{1}{2^3} \times \sqrt[4]{2^3 \times 3 \times 19} = 8 \end{aligned}$$

۱ ۱۱۸

$$(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}) + \frac{4}{x+1} = \frac{ax+b}{cx^2+d}$$

$$\xrightarrow{\text{سمت چپ تساوی}} \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} + \frac{4}{x+1} = \frac{2}{x-1} + \frac{4}{x+1}$$

$$= \frac{2x+2+4x-4}{x^2-1} = \frac{6x-2}{x^2-1} = \frac{ax+b}{cx^2+d}$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی فوق، به ازای هر } x \text{ از دامنه، اتحاد است.}} a=6, b=-2, c=1, d=-1$$

$$\sqrt[3]{a^b \sqrt[3]{c}} = \sqrt[3]{6^{-2} \sqrt[3]{1}} = \sqrt[3]{6^{-2}} = \sqrt[3]{(6^{-1})^2} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$$

۲ ۱۱۹

$$P(x) = \frac{2x^2+3}{x+4} - 1 = \frac{2x^2+3-x-4}{x+4} = \frac{2x^2-x-1}{x+4}$$

$$\begin{cases} 2x^2-x-1=0 \Rightarrow x=1, x=-\frac{1}{2} \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases}$$

	-4	$-\frac{1}{2}$	1	
$2x^2-x-1$	+	+	-	+
$x+4$	-	+	+	+
$P(x)$	-	+	-	+

بنابراین $P(x)$ در بازه $[-\frac{1}{2}, 1]$ و $(-\infty, -4)$ نامثبت است و لذا:

b = بیشترین مقدار ۱

۱ ۱۲۰

$$x_S = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow \frac{2}{2m} = -1 \Rightarrow -2m = 2 \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow y = -x^2 - 2x + k \xrightarrow{(-1, 2)} 2 = -(-1)^2 - 2(-1) + k$$

$$\Rightarrow 2 = \underbrace{-1+2}_1 + k \Rightarrow k = 1$$



$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{25}{4} S_{\triangle A'B'C'} = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{4} \times 2 \times 5 \right) = \frac{25 \times 5}{4} = \frac{125}{4} = 31 \frac{1}{4}$$

روش دوم:

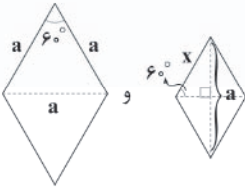
$$\frac{h'}{h} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{5}{12/5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{h} = \frac{2}{5} \Rightarrow h = 5$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12/5 = 2/5 \times 12/5 = 31 \frac{1}{4}$$

هر دو لوزی دارای زوایای 60° و 120° می باشند:

$$120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

پس هر دو لوزی با هم متشابه اند و داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{طول ضلع} = \text{قطر کوچک} \\ \text{طول ضلع} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \text{طول ضلع} = \sqrt{3} \end{cases}$$

اگر ضلع لوزی کوچک تر x و ضلع لوزی بزرگ تر a باشد، داریم:

قطر کوچک لوزی بزرگ تر = قطر بزرگ لوزی کوچک تر

$$\Rightarrow 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) = a \Rightarrow \sqrt{3} x = a \Rightarrow \frac{a}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه دو لوزی} = \left(\frac{a}{x} \right)^2 = 3$$

فیزیک

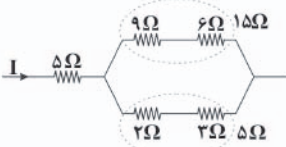
توان خروجی باتری همان توان مفید باتری یا توان مصرفی در مقاومت R است، بنابراین:

$$P = 3P' \Rightarrow RI^2 = 3 \times rI^2 \Rightarrow R = 3r$$

در مدار جریان برقرار می شود و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری از رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ به دست می آید که در این رابطه V برحسب I تابع درجه یک با شیب منفی است که به ازای $I = 0$ داریم:

$$V = \mathcal{E}$$

در این گونه مسائل که نسبت توان ها مورد سؤال قرار می گیرد، توصیه می شود که ابتدا جریان کلی را میان تمام مقاومت ها تقسیم کرده و سپس با توجه به جریان تقسیم شده و مقاومت های معلوم، نسبت توان ها را به دست آوریم. در این جا داریم:



$$\Rightarrow \frac{I_{\text{بالا}}}{I_{\text{پایین}}} = \frac{R_{\text{پایین}}}{R_{\text{بالا}}} \Rightarrow \frac{I_{\text{بالا}}}{I_{\text{پایین}}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow I_{\text{پایین}} = 3I_{\text{بالا}} \Rightarrow I_{\text{پایین}} + I_{\text{بالا}} = I \Rightarrow 4I_{\text{بالا}} = I$$

$$\Rightarrow I_{\text{بالا}} = \frac{I}{4}, I_{\text{پایین}} = \frac{3I}{4}$$

$$I_1 = I_3 = I_{\text{پایین}} = \frac{3I}{4}$$

بنابراین:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_5}{P_3} = \frac{R_5}{R_3} \times \left(\frac{I_5}{I_3} \right)^2 = \frac{5}{3} \times \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{5}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{5}{81}$$

چون بیشترین مقدار x را می خواهد، x باید بزرگترین ضلع مثلث باشد ($x > 4 > 3$)، بنابراین حالت های زیر را خواهیم داشت:

$$1) y > 5 > 4 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \text{ (غقیق)}$$

$$2) 5 > y > 4 \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{4}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$3) 5 > 4 > y \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{4}{4} = \frac{3}{y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (غقیق) زیرا دو مثلث هم نهشت می گردند.}$$

بنابراین بیشترین مقدار x همان $\frac{15}{4}$ است.

$$BC^2 = 12^2 + 5^2 = 13^2 \Rightarrow BC = 13 \Rightarrow BH = 13 - y$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12^2 = 13(13 - y)$$

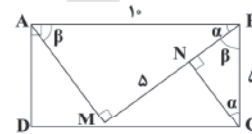
$$\Rightarrow 13 - y = \frac{144}{13} \Rightarrow y = 13 - \frac{144}{13} = \frac{25}{13}$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$\Rightarrow x \times 13 = 12 \times 5 \Rightarrow x = \frac{60}{13}$$

$$\Rightarrow x - y = \frac{60 - 25}{13} = \frac{35}{13}$$

دو مثلث قائم الزاویه AMB و BNC متشابه اند، بنابراین:



$$\frac{AM}{BN} = \frac{BM}{NC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{5 + BN}{NC} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow 5 + BN = 2NC \Rightarrow BN = 2NC - 5 \quad (*)$$

از طرفی بنا به رابطه فیثاغورس در $\triangle BNC$ داریم:

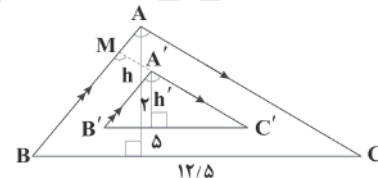
$$BN^2 + NC^2 = BC^2 \xrightarrow{(*)} (2NC - 5)^2 + NC^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow 4NC^2 - 20NC + 25 + NC^2 = 25$$

$$\Rightarrow 5NC^2 - 20NC = 0 \Rightarrow 5NC(NC - 4) = 0$$

$$\xrightarrow{NC > 0} NC = 4$$

با امتداد ضلع $A'C'$ و تقاطع آن با AB در نقطه M داریم:



$$\begin{cases} MC' \parallel AC \text{ و } AB \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A} = \hat{M} \\ A'B' \parallel AB \text{ و } MC' \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A}' = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$

و به طور مشابه $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{C} = \hat{C}'$ است.

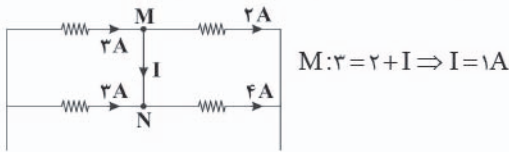
بنابراین دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه اند و در نتیجه:

روش اول:

$$\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{B'C'}{BC} \right)^2 = \left(\frac{5}{12/5} \right)^2 = \left(\frac{1}{2/5} \right)^2 = \left(\frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{4}$$



با توجه به شکل زیر و جریان‌ها، برای گره M می‌نویسیم:



۱۴۰ اتصال کوتاه L_1 یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر شود و لامپ L_1 خاموش می‌شود در نتیجه چون همه لامپ‌ها با L_1 موازی‌اند، پس همه آن‌ها ΔV شان صفر شده و همه خاموش می‌شوند.

t	5
v	+ -

۳ ۱۴۱ سرعت متحرک در لحظه $t = 5s$ صفر می‌شود:

$$v = 20 - 4t^2 = 0 \Rightarrow 4t^2 = 20 \Rightarrow t^2 = 5 \Rightarrow t = \sqrt{5}$$

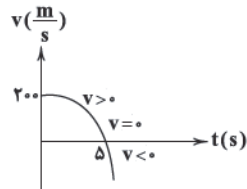
با تعیین علامت معادله بالا داریم:

t	5
v	+ -

$$0 \leq t < \sqrt{5} \Rightarrow v > 0$$

$$t > \sqrt{5} \Rightarrow v < 0$$

بنابراین متحرک ابتدا در جهت محور X و از لحظه $t = 5s$ به بعد در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند.

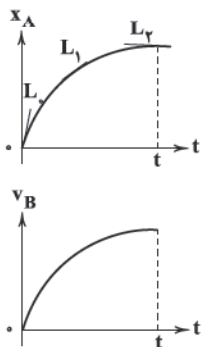


نمودار سرعت - زمان متحرک نشان می‌دهد دقیقاً چه اتفاق افتاده است. از همین نمودار مطمئن می‌شویم بزرگی سرعت متحرک تا لحظه $t = 5s$ کاهش و بعد از آن افزایش می‌یابد.

۳ ۱۴۲ نمودار مکان - زمان متحرک A

نشان می‌دهد که در بازه زمانی t شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک A رو به کاهش است، پس تسندی متحرک A تا لحظه t مرتب کاهش می‌یابد.

نمودار سرعت - زمان متحرک B در بازه زمانی t تا t مرتب از محور زمان دور و دورتر می‌شود، بنابراین تسندی متحرک B تا لحظه t مرتب افزایش می‌یابد.

۴ ۱۴۳ وقتی می‌گوییم تسندی متحرک $\frac{2}{s}$ است دو تا احتمال برای

سرعت وجود دارد؛ سرعت متحرک یا $\frac{2}{s}$ یا $-\frac{2}{s}$. از طرفی متحرک از مکان‌های مثبت وارد مکان‌های منفی شده است؛ پس سرعت آن منفی است و معادله مکان - زمان آن به شکل مقابل است:

$$\begin{aligned} \text{در لحظه } t = 4s \text{ متحرک از مکان } x_P = -3x_0 \text{ عبور می‌کند، بنابراین:} \\ -3x_0 = -2 \times 4 + x_0 \Rightarrow 4x_0 = 8 \Rightarrow x_0 = 2m \\ x = -2t + 2 \end{aligned}$$

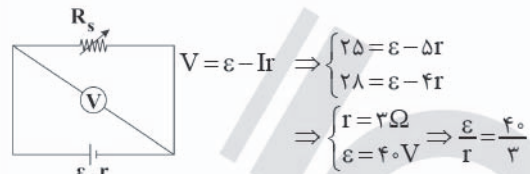
بنابراین:

۳ ۱۴۴

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow 650 = v_A \times 30 + x_{0A} \\ x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow 600 = v_B \times 30 + x_{0B} \end{cases} \\ \Rightarrow \underbrace{650 - 600}_{50} = \underbrace{30(v_A - v_B)}_{-430} + \underbrace{(x_{0A} - x_{0B})}_{-430} \\ \Rightarrow v_A - v_B = \frac{480}{30} = 16 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

۱ ۱۳۴ ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را نشان

می‌دهد، بنابراین:

۳ ۱۳۵ با کاهش مقاومت رئوستا (R_p)، مقاومت معادل مدار نیز

کاهش می‌یابد. بنابراین تغییر عدد آمپرسنج به صورت زیر است:

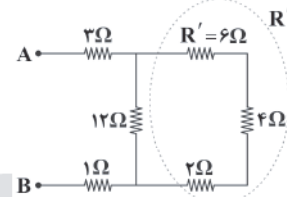
$$\text{افزایش: } \textcircled{A} \Rightarrow \text{افزایش } I \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \text{کاهش } R_{eq}$$

برای تشخیص عدد ولت‌سنج (ولتاژ دو سر باتری) می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow V: \text{کاهش} \Rightarrow \textcircled{V} \Rightarrow \text{کاهش } I$$

۲ ۱۳۶ دو مقاومت 12Ω موازی با یکدیگرند: $R' = \frac{12}{2} = 6\Omega$ در شکل زیر، مقاومت R' ، 4Ω و 2Ω با یکدیگر متوالی و با مقاومت 12Ω موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R'' = 6 + 4 + 2 = 12\Omega \Rightarrow R''' = \frac{12 \times R''}{12 + R''} = \frac{12 \times 12}{12 + 12} = 6\Omega$$



مقاومت‌های 3Ω ، R''' و 1Ω با یکدیگر متوالی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

۲ ۱۳۷ رابطه توان مفید باتری برحسب جریان گذرنده از آن به

صورت $P = \varepsilon I - rI^2$ است. با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} 8 = \varepsilon \times 2 - r \times 4 \\ 0 = \varepsilon \times 4 - r \times 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 2\varepsilon - 4r \\ 0 = \varepsilon - 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 4r \\ 8 = 2(4r) - 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 4r \\ 8 = 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 4r \\ r = 2\Omega \end{cases}$$

۳ ۱۳۸ می‌دانیم مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد بوده و اگر به

صورت متوالی در مدار بسته شود، جلوی عبور جریان از شاخه خود را می‌گیرد، بنابراین از مقاومت‌های R_1 و R_p نیز جریانی نمی‌گذرد و می‌توان این دو مقاومت را نادیده گرفت. از طرفی مقاومت آمپرسنج ایده‌آل، صفر است و جریانی از طریق آن از مدار شامل باتری و آمپرسنج می‌گذرد، بنابراین عددی

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{10}{0 + 2} = 5A$$

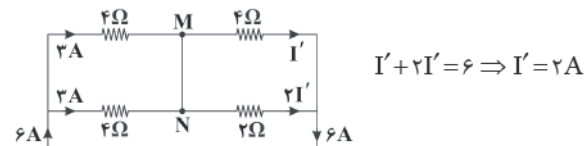
که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است با:

بنابراین عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI = 10 - 2 \times 5 = 0$$

۱ ۱۳۹ جریان $6A$ در دو مقاومت موازی 4Ω اهمی به نسبت مساوی

تقسیم می‌شود. اما در دو مقاومت موازی 2Ω و 4Ω جریان به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌گردد، یعنی از مقاومت 4Ω جریان I' و از مقاومت 2Ω جریان $2I'$ عبور می‌کند، (چرا؟). برای محاسبه I' می‌توان نوشت:





۱۴۹ ۳ در گزینه‌های (۱) و (۴) اندازه سرعت و در گزینه (۲) جهت سرعت تغییر می‌کند، بنابراین شتاب دارند. چون نور با سرعت ثابت در خلأ حرکت می‌کند، شتاب ندارد.

۱۵۰ ۴ رأس سهمی وسط لحظه‌های $t=2s$ و $t=6s$ قرار گرفته است، بنابراین:

$$t_s = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4s$$

سرعت متوسط زمانی صفر می‌شود که متحرک به مکان اولیه‌اش ($x_0 = 15m$) برگردد، بنابراین متحرک در لحظه t_1 در مکان $x = 15m$ قرار می‌گیرد.

به شکل مقابل نگاه کنید! چند ثانیه است؟ با توجه به تقارنی که از سهمی سراغ داریم $t_1 = 2t_s = 8s$ است؛ متحرک در چهار ثانیه اول $-20m$ و در چهار ثانیه دوم به اندازه $20m$ جابه‌جا می‌شود و در مجموع مسافت $40m$ را طی می‌کند، بنابراین:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{40}{8} = 5 \frac{m}{s}$$

۱۵۱ ۴ با توجه به صورت سؤال و رابطه انرژی جنبشی، نسبت $\frac{K_2}{K_1}$ برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_1 + \frac{2}{100}m_1}{m_1} \times \left(\frac{v_1 - \frac{25}{100}v_1}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{102}{100} \times \left(\frac{75}{100}\right)^2 = \frac{27}{40}$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی متحرک برابر است با:

$$K_2 = \frac{27}{40}K_1 \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{27}{40}K_1 - K_1}{K_1} \times 100 = -32.5\%$$

علامت منفی نشان می‌دهد که انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.

۱۵۲ ۱ اندازه نیروی \vec{F} برابر است با:

$$W_F = Fd \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 120 = F \times 5 \times \cos 60^\circ \Rightarrow F = 24N$$

برای محاسبه شتاب حرکت جسم می‌توان نوشت:

$$F - mg = ma$$

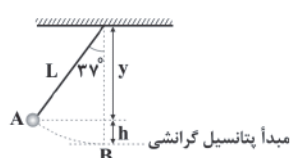
$$\Rightarrow 24 - 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۱۵۳ ۱ انرژی مکانیکی آونگ در نقطه A برابر است با:

$$\begin{cases} E_A = K_A + U_A = 0 + mgh = 0.2mgL \\ \cos 37^\circ = \frac{y}{L} \Rightarrow y = 0.8L \\ h = L - y \Rightarrow h = L - 0.8L = 0.2L \end{cases}$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی آونگ داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow 0.2mgL = K_B + 0 \Rightarrow K_B = 0.2mgL$$



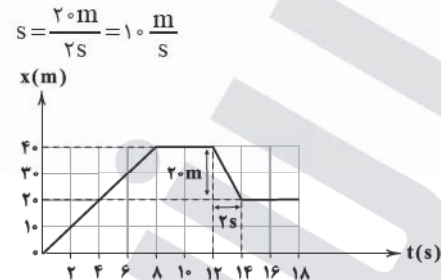
۱۴۵ ۳ برای مسافت پیموده‌شده توسط متحرک در دو حالت نتیجه می‌گیریم:

$$l_1 = l_2$$

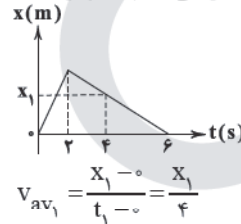
$$\Rightarrow s_1 \Delta t_1 = s_2 \Delta t_2 \Rightarrow v_0 \times 8 = (v_0 + 3) \times 5$$

$$\Rightarrow 8v_0 = 5v_0 + 15 \Rightarrow 3v_0 = 15 \Rightarrow v_0 = 5 \frac{m}{s}$$

۱۴۶ ۳ شیب نمودار در بازه زمانی بین دو لحظه $t=12s$ تا $t=14s$ بیشتر از سایر بازه‌های زمانی است. پس تندی متحرک در این بازه بیشینه است. تندی برابر با بزرگی شیب خطی است که دو نقطه موردنظر از نمودار را به هم وصل می‌کند، بنابراین:



۱۴۷ ۴ فرض کنید متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ در مکان x_1 قرار دارد. سرعت متوسط متحرک را در ۴ ثانیه اول با v_{av} نشان می‌دهیم، بنابراین:



سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ با v_{av2} نشان می‌دهیم، بنابراین:

$$v_{av2} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - x_1}{6 - 4} = -\frac{x_1}{2}$$

$$\frac{v_{av1}}{v_{av2}} = \frac{\frac{x_1}{4}}{-\frac{x_1}{2}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۱۴۸ ۱ شناگر طول استخر را در مدت ۱۵s طی می‌کند:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 \Rightarrow 30 = 2 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 15s$$

متحرک ۵ ثانیه بعدی را با سرعت $-\frac{3}{5} \frac{m}{s}$ برمی‌گردد و ۱۵m در خلاف جهت اولیه جابه‌جا می‌شود:

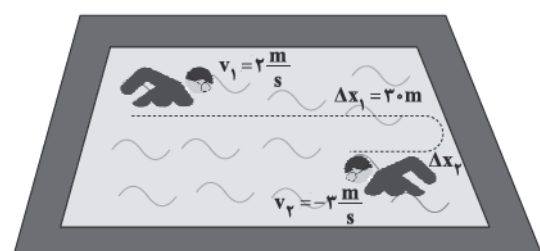
$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = -3 \times 5 = -15m$$

با توجه به محاسبات بالا، جابه‌جایی شناگر در ۲۰ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 30 - 15 = 15m$$

بنابراین سرعت متوسط شناگر در ۲۰ ثانیه اول برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75 \frac{m}{s}$$





۱۵۹ ۳ با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و چشم‌پوشی از مقاومت هوا، بدیهی است که تندی برخورد هر سه گلوله با زمین یکسان است، ولی از آن‌جا که گلوله (۱) بیشترین مسیر را می‌پیماید، زمان بیشتری را تا هنگام رسیدن به زمین در راه خواهد بود و گلوله‌های (۲) و (۳) به ترتیب زمان‌های کم‌تری را در راه خواهند بود.

۱۶۰ ۳ بازده (Ra) این موتور برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{5 \times 10^2 W}{4 \times 10^3 W} \times 100 = 12.5\%$$

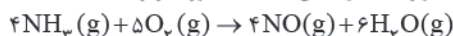
آب به اندازه ۶ متر جابه‌جا می‌شود.

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} = \frac{5 \times 10^2 \times 10 \times 6}{60} = 5 \times 10^2 W$$

شیمی

۱۶۱ ۴ در بین واکنش‌های داده‌شده، فقط گرمای واکنش (IV) را می‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.

۱۶۲ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

✓ واکنش b را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش a را در عدد ۲ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش c را در عدد ۳ ضرب کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = -2\Delta H_b + 2\Delta H_a + 3\Delta H_c$$

$$= -2(-92) + 2(+182) + 3(-484) = -904 \text{ kJ}$$

مقدار گرمای آزادشده به‌ازای سوختن یک مول NH_3 ، برحسب kCal برابر است با:

$$? \text{ kCal} = 1 \text{ mol NH}_3 \times \frac{904 \text{ kJ}}{4 \text{ mol NH}_3} \times \frac{1 \text{ kCal}}{4.18 \text{ kJ}} = 54 \text{ kCal}$$

۱۶۳ ۴ می‌دانیم ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات با هم برابر است. بنابراین ارزش سوختی ۳۰g از ماده غذایی موردنظر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(4 \times 28) + (3 \times 17) + (1/5 \times 17) = 228/5 \text{ kJ}$$

به این ترتیب ارزش سوختی این ماده برحسب $\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ برابر خواهد بود با:

$$\frac{228/5 \text{ kJ}}{30 \text{ g}} = 7/61 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

۱۶۴ ۱ با فرض این‌که حالت فیزیکی اجزای واکنش یکسان باشد، گرمای سوختن اتن (C_2H_4) بیشتر از اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) است (حذف گزینه‌های ۳ و ۴). از طرفی چون سطح انرژی اتن‌گازی بالاتر از اتن مایع است، از سوختن اتن‌گازی شکل، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۱۶۵ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

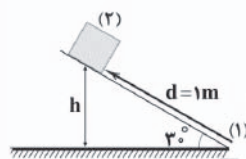
(آ) افزودن محلول سدیم‌کلرید به محلول نقره‌نیتрат باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.

(ب) اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند.

(پ) انفجار، یک واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

(ت) زرد و پوسیده شدن کتاب‌های قدیمی در گذر زمان نشان می‌دهد که واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد.

۱۵۴ ۲ اگر جسم روی سطح شیب‌دار، مسافت ۱m را طی کند، تا ارتفاع h روی سطح بالا می‌رود:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{1} \Rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

با توجه به اتلاف انرژی، برای محاسبه کار نیروی اصطکاک جنبشی روی جسم می‌توان نوشت:

$$E_p - E_k = W_{f_k} \Rightarrow K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = W_{f_k} \Rightarrow 2 \times 10 \times 0.5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow 10 - 25 = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -15 \text{ J} \Rightarrow |W_{f_k}| = 15 \text{ J}$$

۱۵۵ ۲ حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی هنگامی در فنر ذخیره می‌شود که به بیشترین کشیدگی نسبت به طول عادی‌اش برسد، بنابراین برای نقاط A و C می‌توان نوشت:

$$E_C = E_A \Rightarrow K_C + U_{gC} + U_{eC} = K_A + U_{gA} + U_{eA}$$

$$\Rightarrow mgh_C + U_{e_{\max}} = mgh_A$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 0.3 + U_{e_{\max}} = 2 \times 10 \times 0.5$$

$$\Rightarrow 6 + U_{e_{\max}} = 10 \Rightarrow U_{e_{\max}} = 4 \text{ J}$$

۱۵۶ ۱ چون نیروی واردشده هم جهت با جابه‌جایی است، بنابراین $\cos \theta = 1$ می‌باشد و $W = Fd$ حالا کافی است اندازه کار انجام‌شده در هر مرحله را به دست آورده و آن‌ها را با هم جمع کنیم:

$$W_F = W_1 + W_2 + W_3 = F_1 d_1 + F_2 d_2 + F_3 d_3$$

$$\Rightarrow W_F = 4 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 10 = 40 \text{ J}$$

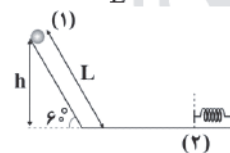
۱۵۷ ۱ هنگامی فنر دارای حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی است که گلوله متوقف شود ($K_p = 0$) و با توجه به این‌که مسیر بدون اصطکاک است می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = U_2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h_1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 20 \Rightarrow 20h_1 = 16 \Rightarrow h_1 = \frac{4}{5} \text{ m}$$

بنابراین طول سطح شیب‌دار برابر است با:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{0.8}{L} \Rightarrow L = 1 \text{ m}$$



حداکثر فشردگی فنر

۱۵۸ ۲ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} = 0$$

$$\Rightarrow W_F + (mg \cos 15^\circ) d + (f_k \cos 18^\circ) d = 0$$

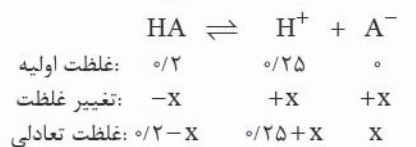
$$\cos 15^\circ = -\cos 3^\circ$$

$$W_F + (25 \times 10 \times (-0.8)) \times 10 + (10 \times (-1)) \times 10 = 0$$

$$\Rightarrow W_F = 2100 \text{ J} = 2.1 \text{ kJ}$$



$$[HA]_{\text{اولیه}} = \frac{0.1 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 0.025 \text{ mol.L}^{-1}$$



$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 0.1 = \frac{(0.025+x)(x)}{0.025-x}$$

$$\Rightarrow 0.025 - 0.01x = 0.025x + x^2 \Rightarrow x^2 + 0.025x - 0.025 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 0.05)(x + 0.4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0.05 \text{ ق ق} \\ x = -0.4 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$[HA]_{\text{تعادلی}} = 0.025 - x = 0.025 - 0.05 = 0.015 \text{ M}$$

فقط عبارت «ب» درست است. ۱ ۱۷۴

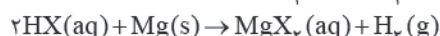
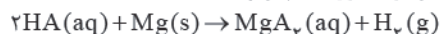
سرعت تولید گاز در محلول (a) بیشتر است، بنابراین می‌توان گفت که اسید موجود در محلول (a) قدرت اسیدی بیشتری دارد و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) در هر دو واکنش گاز H_2 آزاد می‌شود.

(ب) اغلب فلزها با اسیدها واکنش می‌دهند.

(ت) حجم گاز تولیدشده در دو محلول با هم برابر است:



۱۷۵ ۲ • آمونیاک، آهک، پتاسیم و باریم اکسید، باز آرنیوس محسوب

می‌شوند. زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شوند.

• متانول در آب به صورت مولکولی حل می‌شود و غلظت هیچ‌کدام از یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ را افزایش نمی‌دهد. در نتیجه مطابق مدل آرنیوس، متانول خاصیت اسیدی یا بازی ندارد.

• گوگرد تری‌اکسید، اسید آرنیوس محسوب می‌شود. زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود.

۱۷۶ ۲ • مطابق رابطه $K_a = \alpha^2 \cdot M$ ، مقدار ثابت K_a ثابت

است و در نتیجه رابطه میان α و M به صورت وارونه است (حذف گزینه‌های (۳) و (۴)). از طرفی این ارتباط به صورت خطی نیست (حذف گزینه (۱)).

۱۷۷ ۲ • سوسپانسیون و کلوئیدها، برخلاف محلول‌ها نور را پخش

می‌کنند. طبقه‌بندی مخلوط‌های داده شده در سؤال به صورت زیر است:

• سوسپانسیون: شربت معده، شربت خاکشیر

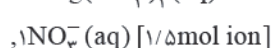
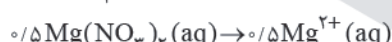
• کلوئید: شیر، مخلوط آب و روغن و کمی صابون

• محلول: ضدیخ، مخلوط آب و کمی شکر، مخلوط آب و اتانول، مخلوط آب و کمی کات کبود

بنابراین مخلوط‌های آورده‌شده در گزینه (۲) نور را پخش می‌کنند.

۱۷۸ ۴ • هیدروسیانیک اسید (HCN)، اسید ضعیف و اوره،

غیرالکترولیت است. به این ترتیب رسانایی الکتریکی $HCN(aq)$ ، کم و اوره نیز نارسا است. برای مقایسه میان رسانایی الکتریکی دو محلول باقی‌مانده که جزو الکترولیت‌های قوی هستند، باید شمار یون‌های آن‌ها را حساب کنیم:



بنابراین محلول منیزیم نیترات که شمار یون‌های آن بیشتر است، رسانایی بهتری است.

۱۶۶ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تهیه آمونیاک به روش هابر، یک واکنش دو مرحله‌ای است که مرحله اول آن برخلاف مرحله دیگر، یک واکنش گرماگیر است.

(۲) گرمای یک واکنش معین به دما و فشار انجام آن وابسته است.

(۴) شیمی‌دان‌ها، آنتالپی سوختن یک ماده را هم‌ارز با آنتالپی واکنشی می‌دانند که در آن یک مول ماده در اکسیژن کافی به طور کامل می‌سوزد. یکی از فراورده‌های سوختن کامل مواد آلی در دمای اتاق، H_2O است و حالت مایع دارد.

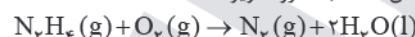
۱۶۷ ۴ در بین ویژگی‌های اشاره شده، فقط دمای جوش اتانول بیشتر از دمای جوش اتان است.

۱۶۸ ۲ به‌جز عبارت «ب» سایر عبارت‌ها درست هستند.

تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن، ممکن نیست.

۱۶۹ ۱ هر چهار عامل اشاره شده در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثر هستند.

۱۷۰ ۲ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به این واکنش باید تغییرات زیر را اعمال کرد:

✓ ضرایب واکنش (I) را در عدد $\frac{1}{4}$ ضرب کرد.

✓ ضرایب واکنش (II) را در عدد $\frac{3}{4}$ ضرب و سپس این واکنش را وارونه کرد.

✓ ضرایب واکنش (III) را در عدد $\frac{1}{8}$ ضرب و سپس این واکنش را وارونه کرد.

✓ ضرایب واکنش (IV) را در عدد $\frac{9}{8}$ ضرب کرد.

سپس هر چهار واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H = (\frac{1}{4}\Delta H_I) + (\frac{-3}{4}\Delta H_{II}) + (\frac{-1}{8}\Delta H_{III}) + (\frac{9}{8}\Delta H_{IV})$$

$$\Delta H = (\frac{1}{4}(-101.2)) + (\frac{-3}{4}(-316)) + (\frac{-1}{8}(-288)) + (\frac{9}{8}(-568))$$

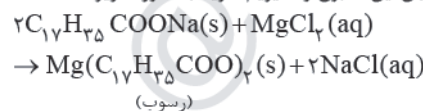
$$= (-25.3) + (237) + (36) + (-639) = -61.3 \text{ kJ}$$

۱۷۱ ۲ فرمول عمومی صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، به

صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ است. شمار اتم‌های کربن این صابون برابر با $n+1$ بوده و در نتیجه n پیوند $C-C$ در ساختار آن وجود دارد. از طرفی شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر با $2n+1$ بوده و در نتیجه $2n+1$ پیوند $C-H$ در ساختار آن وجود دارد. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$(2n+1) - (n) = 18 \Rightarrow n+1 = 18 \Rightarrow n = 17$$

بنابراین فرمول شیمیایی این صابون به صورت $C_{17}H_{35}COONa$ خواهد بود. معادله موازنه‌شده واکنش میان این صابون و منیزیم کلرید به صورت زیر است:



$$\frac{\text{گرم رسوب}}{\text{گرم صابون}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{183.6 \text{ g}}{2 \times 306} = \frac{x \text{ g}}{1 \times 95} \Rightarrow x = 177 \text{ g}$$

۱۷۲ ۴ با داشتن فرمول مولکولی استر سه عاملی به راحتی می‌توان فرمول

مولکولی اسید چرب سازنده آن را به دست آورد. برای این کار باید یک گروه C_4H_9

از فرمول استر کم کرد و سپس شمار هر کدام از اتم‌های باقی‌مانده را بر عدد ۳

تقسیم کرد. به عنوان مثال، اگر فرمول استر سه عاملی به صورت $C_{57}H_{110}O_6$

باشد، فرمول مولکولی اسید چرب سازنده به صورت زیر به دست می‌آید:





ضرایب H_2O و H_2O_2 را به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم و برای موازنه اتم‌های اکسیژن و هیدروژن، معادله‌های زیر را تشکیل می‌دهیم:

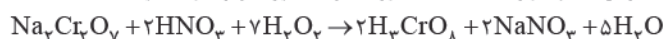
$$b = (2 \times 3) + (2 \times 3) + 2a = (2 \times 8) + (2 \times 3) + b$$

$$\Rightarrow 13 + 2a = 22 + b \Rightarrow 2a - b = 9 \quad (1)$$

$$2b = (2 \times 1) + 2a = (2 \times 3) + 2b$$

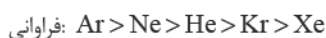
$$\Rightarrow 2 + 2a = 6 + 2b \Rightarrow a - b = 2 \quad (2)$$

از حل معادله‌های (۱) و (۲) مقادیر a و b به ترتیب برابر ۷ و ۵ به دست می‌آید. بنابراین شکل موازنه‌شده معادله مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

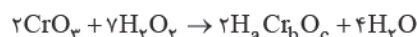


به این ترتیب مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۱۰ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با ۹ و تفاوت آن‌ها برابر با ۱ است.

۱۸۷ مقایسه فراوانی گازهای نجیب در هوای پاک و خشک به صورت مقابل است:



۱۸۸ فرمول پرکرومیک اسید را به صورت $H_aCr_bO_c$ در نظر می‌گیریم. مطابق اطلاعات سؤال معادله مورد نظر به صورت زیر خواهد بود.



با توجه به مفهوم موازنه خواهیم داشت:

$$H: (7 \times 2) = 2a + (4 \times 2) \Rightarrow a = 3$$

$$Cr: (2 \times 1) = 2b \Rightarrow b = 1$$

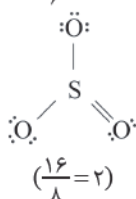
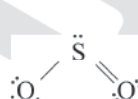
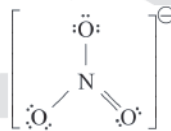
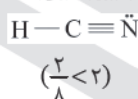
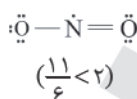
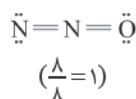
$$O: (2 \times 3) + (7 \times 2) = (2 \times c) + (4 \times 1) \Rightarrow c = 8$$

بنابراین فرمول پرکرومیک اسید به صورت H_3CrO_8 و هر واحد فرمولی از آن دارای ۱۲ اتم است.

۱۸۹ با توجه به نقطه جوش گازهای نیتروژن ($-196^\circ C$)، آرگون ($-186^\circ C$) و اکسیژن ($-183^\circ C$)، با افزایش تدریجی دمای هوای مایع، ابتدا گاز N_2 ، سپس Ar و در نهایت O_2 جدا می‌شود.

فراوانی N_2 در هواکره بیشتر از دو گاز دیگر و فراوانی Ar در هواکره، کم‌تر از دو گاز دیگر است.

۱۹۰ ساختار لوویس تمام گونه‌ها به همراه نسبت مورد نظر در زیر آورده شده است:



در سه گونه SO_3 ، SO_2 ، NO_3^- ، نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی حداقل برابر با ۲ است.



از آن‌جا که به‌ازای یونش هر مولکول اسید، دو یون (H^+ ، A^-) پدید می‌آید، شمار مولکول‌های یونیده‌نشده اسید، ۶ برابر شمار یون H^+ (یا A^-) است. به این معنی که به‌ازای حل شدن هر ۷ مولکول اسید HA ، ۶ مولکول آن به صورت یونیده‌نشده باقی می‌ماند و یک مولکول آن که یونیده می‌شود، دو یون H^+ و A^- پدید می‌آورد.

$$\frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} = \frac{1}{7} = \text{درجه یونش}$$

$$= \frac{1}{7} \times 100 = 14.28\%$$

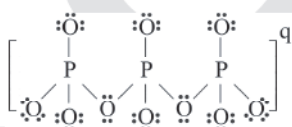
۱۸۰ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{[H^+]}{K_a} = \gamma \Rightarrow \frac{\alpha \cdot M}{\left(\frac{\alpha^2 \cdot M}{1 - \alpha}\right)} = \gamma \Rightarrow \frac{1 - \alpha}{\alpha} = \gamma \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\gamma}$$

$$K_a = \frac{\alpha^2 \cdot M}{1 - \alpha} = \frac{\left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 (0.07)}{\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)} = 1/25 \times 10^{-3}$$

۱۸۱ به شکل ۱۷ صفحه ۶۸ کتاب درسی شیمی دهم مراجعه کنید.

۱۸۲ با قرار دادن جفت الکترون‌های ناپیوندی بر روی اتم‌های یون مورد نظر، مجموع شمار الکترون‌های موجود در یون را به دست می‌آوریم:



جفت الکترون‌های پیوندی $= 2$ مجموع شمار الکترون‌های موجود

$$+ [\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}] = 2[12 + 28] = 80e^-$$

$$= 75e^- \quad \left((3 \times 5) + (10 \times 6) = 75e^- \right)$$

واضح است که بار الکتریکی این یون برابر ۵- است.

۱۸۳ دما در انتهای لایه استراتوسفر به $+7^\circ C$ می‌رسد.

۱۸۴ بررسی گزینه‌هاک نادرست:

(۲) نام دیگر سیلیس (SiO_2)، سیلیسیم دی‌اکسید است.

(۳) برخی از فلزها مانند طلا و پلاتین در برابر اکسیژن، اکسایش نمی‌یابند.

(۴) اتم عنصر کروم در ترکیب‌های خود اغلب به صورت کاتیون Cr^{2+} یا Cr^{3+} یافت می‌شود.

۱۸۵ عبارتهای «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) معیار جداسازی گازها در برج تقطیر، نقطه جوش آن‌هاست و چگالی گازها اهمیتی ندارد.

(ب) اتمسفر مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله حدود ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.

۱۸۶ موازنه را به ترتیب با Na ، Cr و N انجام می‌دهیم. در این صورت خواهیم داشت:

