

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲۶ خرداد ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۱۶

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

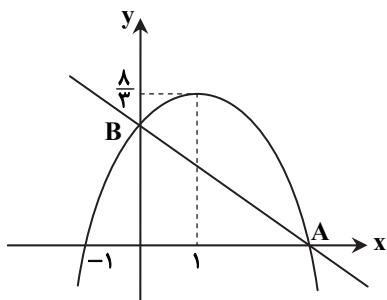
۱- در یک دنباله حسابی با بیست جمله، مجموع تمام جملات ۱۰۸۰ و مجموع جملات با شماره‌های زوج ۵۷۰ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- اگر $A = \sqrt[3]{2\sqrt{3}-2} + \sqrt[3]{2\sqrt{3}+2}$ ، حاصل $A^3 - 6A$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت شکل روبه‌رو است. معادله خط AB کدام است؟



(۱) $2x + 3y = 2$

(۲) $3x + 4y = 1$

(۳) $3y + 2x = 6$

(۴) $4x + 3y = 2$

۴- اگر $f(x) = x^{100} - x^{99} + x + 2$ ، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(2x) - 4x$ بر $2x + 1$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۴

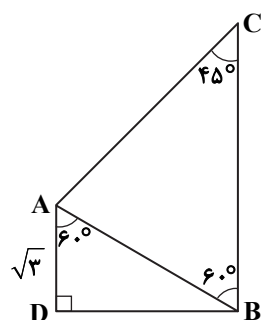
۵- اگر $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ و $(g \circ f)(x) = 1 - \frac{2}{3x+1}$ ، حاصل $g^{-1}(3)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۶- اگر $\frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{9}{(1 - \cos \theta)^2}$ ، مقدار $\tan \theta$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۷- در شکل روبه‌رو، اندازه ضلع BC کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3}$

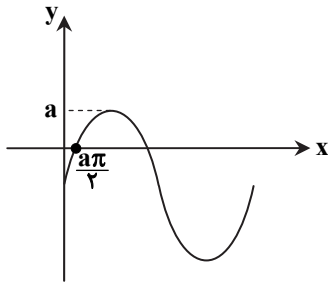
(۲) $\sqrt{3} + 3$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3} + 3$

محل انجام محاسبات

۸- قسمتی از نمودار تابع $y = -a + b\sin(x - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{9}{2}$

۹- مجموع جواب‌های معادله $\cos x + \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) 2π

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

(۳) $\frac{8\pi}{3}$

(۴) $\frac{11\pi}{3}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x + c$ ، نمودار تابع $g(x) = 2^{ax+b} - 1$ را در نقطه $(1, 2)$ و نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. مقدار $g(4)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۷

(۳) ۳

(۴) ۱۵

۱۱- طول سایه یک شخص در هر دقیقه ۴ درصد نسبت به دقیقه قبل کوتاه‌تر می‌شود. بعد از چه مدتی طول سایه به $\frac{3}{4}$ مقدار اولیه خودش می‌رسد؟

($\log 2 = 0.3$ ، $\log 3 = 0.45$)

(۱) ۳ دقیقه

(۲) ۳ دقیقه و ۲۰ ثانیه

(۳) ۲ دقیقه و ۴۰ ثانیه

(۴) ۲ دقیقه و ۳۰ ثانیه

۱۲- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}\sqrt{x}-a}{x-1} & x \neq 1 \\ b & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) $\frac{13}{8}$

(۲) $\frac{21}{8}$

(۳) $\frac{9}{2}$

(۴) $\frac{13}{4}$

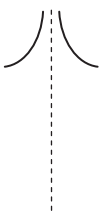
۱۳- نمودار $y = \frac{x-3}{f(x)}$ در مجاورت $x = 1$ به صورت روبه‌رو است. ضابطه $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $(x-1)^2(x+2)$

(۲) $(x-1)^2(x-2)$

(۳) $(x-1)^3(x-2)$

(۴) $(x-1)^3(x-3)$



محل انجام محاسبات

۱۴- اگر $f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})^2$ ، $g(x) = a\sqrt{x}$ و $(g \circ f)'(1) = 3$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- اگر $g'(x) = x + \frac{1}{x}$ و $f(x) = g(x^2)$ ، مقدار $f''(\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۶- اگر تابع $f(x) = ax^2 + 2\cos 2x$ همواره روبه بالا باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $a \leq 2$ (۲) $a \geq 2$ (۳) $a > 4$ (۴) $a < 4$

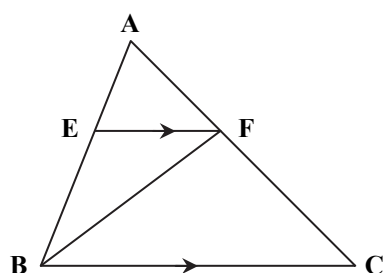
۱۷- اگر یک مقدار مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3(x - 4a)$ برابر ۲۷- باشد، طول نقطه عطف آن در ناحیه چهارم کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

هندسه

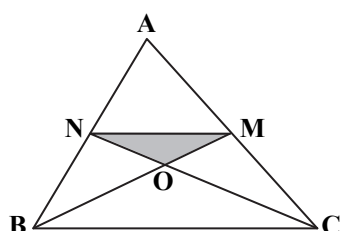
جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

۱۸- در شکل روبه رو داریم: $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ و $EF \parallel BC$. مساحت مثلث AEF چند برابر مساحت مثلث BFC است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{4}{9}$
(۴) $\frac{4}{15}$

۱۹- در شکل روبه رو، BM و CN میانه های مثلث ABC هستند. مساحت قسمت رنگی چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



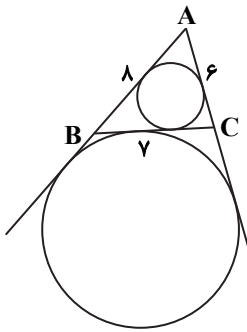
- (۱) $\frac{1}{24}$
(۲) $\frac{1}{12}$
(۳) $\frac{1}{9}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۲۰- دو کره به شعاع های ۴ و ۶ و طول خط المکزین $2\sqrt{13}$ مفروضند. محیط شکل حاصل از برخورد دو کره کدام است؟

- (۱) $\frac{24\pi}{\sqrt{13}}$ (۲) $\frac{12\pi}{\sqrt{13}}$ (۳) $\frac{18\pi}{\sqrt{13}}$ (۴) $\frac{36\pi}{\sqrt{13}}$

محل انجام محاسبات

۲۱- در مثلث ABC ، با اضلاع ۶، ۷ و ۸، دایره محاطی داخلی و یک دایره محاطی خارجی رسم شده‌اند. طول مماس مشترک خارجی دو دایره، چند برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌هاست؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۳/۵

۲۲- دو دایره به شعاع ۸ بازتاب یکدیگرند. اگر فاصله مرکز هر دایره تا محور بازتاب ۶ واحد باشد، طول وتر مشترک این دو دایره کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) ۱۰

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) ۵

۲۳- در مثلث ABC داریم: $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$. اگر نقطه‌ای دلخواه روی ضلع BC بوده و شعاع دایره‌های محیطی دو مثلث ABM و ACM را

به ترتیب R_1 و R_2 بنامیم، آنگاه نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه در معادله $AX - B = 2X + I$ ماتریس X کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲۵- A ماتریسی قطری از مرتبه ۳ است که درایه‌های آن همگی عدد صحیح بوده و داریم: $\|A\| = \|4A + A\|$. اگر $|A| \neq 0$ ، آنگاه مجموع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس A ، کدام نمی‌تواند باشد؟

(۴) ۷

(۳) ۳

(۲) -۵

(۱) -۱

۲۶- وتری از سهمی $x^2 - 4y - 4x = 0$ که در کانون بر محور تقارن سهمی عمود است، قطر یک دایره می‌باشد. این دایره محور x ها را در کدام نقطه زیر، قطع می‌کند؟

(۴) $(3, 0)$

(۳) $(1, 0)$

(۲) $(2, 0)$

(۱) $(4, 0)$

۲۷- در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{3}{5}$ ، مجموع طول قطرهای بزرگ و کوچک ۳۶ است. فاصله کانونی این بیضی کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۴

(۲) ۱۰

(۱) ۱۲

۲۸- بردارهای $\vec{a} = (-2, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (1, 0, 3)$ و $\vec{c} = (-1, -2, -1)$ مفروض‌اند. اندازه تصویر قائم بردار \vec{a} بر بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ کدام است؟

(۴) $\frac{5\sqrt{11}}{11}$

(۳) $\frac{7\sqrt{11}}{11}$

(۲) $\frac{10\sqrt{11}}{11}$

(۱) $\frac{9\sqrt{11}}{11}$

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۲۹- اگر ارزش گزاره $(r \wedge p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ به انتهای مقدم درست باشد، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(1) \quad r \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) \quad (2) \quad (r \wedge (p \wedge q)) \Rightarrow (q \wedge r)$$

$$(3) \quad (p \vee q) \Rightarrow (r \wedge q) \quad (4) \quad (q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$$

۳۰- اگر A, B و C سه مجموعه باشند به طوری که $A \subseteq B \subseteq C$ ، آنگاه حاصل $(A' \cup B') \cap (A' \cup C')$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است).

$$(1) \quad A' \quad (2) \quad B' \quad (3) \quad \emptyset \quad (4) \quad U$$

۳۱- به چند طریق می توان از میان ۶ جفت جوراب، تعداد ۵ لنگه انتخاب کرد به طوری که دقیقاً یک جفت جوراب در بین آن ها باشد؟

$$(1) \quad ۷۲۰ \quad (2) \quad ۷۹۲ \quad (3) \quad ۶۴۰ \quad (4) \quad ۴۸۰$$

۳۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و داشته باشیم: $P(A|B) = \frac{1}{3}$ ، آنگاه $\frac{P(A' - B')}{P(B)}$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4) \quad \frac{3}{4}$$

۳۳- در جعبه A ، ۳ توپ سفید و ۴ توپ قرمز و در جعبه B ، ۲ توپ سفید و ۵ توپ قرمز داریم. از جعبه A ، ۲ توپ و از جعبه B ، ۳ توپ به تصادف برداشته و در جعبه خالی C می ریزیم. سپس از جعبه C ، توپی برمی داریم. اگر این توپ سفید باشد، با کدام احتمال از جعبه A خارج شده است؟

$$(1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{3}{10} \quad (4) \quad \frac{5}{11}$$

۳۴- تیم ملی بسکتبال ایران ۱۲ بازیکن دارد که فرزند و بهزاد دو عضو این تیم هستند و در این تیم، قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر فرزند از بهزاد بلندتر باشد و بازیکنان را از لحاظ بلندی قد، به ترتیب صعودی، مرتب کنیم، احتمال اینکه بهزاد، نفر هشتم تیم باشد، کدام است؟

$$(1) \quad \frac{1}{33} \quad (2) \quad \frac{2}{33} \quad (3) \quad \frac{3}{33} \quad (4) \quad \frac{4}{33}$$

۳۵- واریانس و میانگین ۶ داده آماری به ترتیب برابر ۴ و ۲ است. اگر سه داده ۱، ۲، ۳ را به داده های قبلی اضافه کنیم، انحراف معیار داده های جدید کدام است؟

$$(1) \quad \frac{5}{3} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{26}}{9} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{26}}{3} \quad (4) \quad \frac{25}{3}$$

۳۶- باقی مانده تقسیم $(2 + 3^{104})^2$ بر ۲۸ کدام است؟

$$(1) \quad ۵ \quad (2) \quad ۷ \quad (3) \quad ۸ \quad (4) \quad ۹$$

۳۷- مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در رابطه $2x + 5y = 29$ صدق می کند، کدام است؟

$$(1) \quad ۹ \quad (2) \quad ۸ \quad (3) \quad ۳ \quad (4) \quad ۴$$

۳۸- در یک گراف ۴- منتظم با مرتبه p با اضافه کردن ۱۲ یال، به یک گراف کامل از مرتبه p تبدیل می شود. در این گراف کامل حاصل $\Delta(G) + \delta(G) + \gamma(G)$ کدام است؟

$$(1) \quad ۸ \quad (2) \quad ۱۴ \quad (3) \quad ۱۵ \quad (4) \quad ۱۷$$

۳۹- گراف G از مرتبه ۹ و اندازه ۳۴ مفروض است. این گراف حداقل چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

$$(1) \quad ۵ \quad (2) \quad ۶ \quad (3) \quad ۸ \quad (4) \quad ۹$$

۴۰- کیسه ای شامل ۶ گوی آبی، ۸ گوی نارنجی و ۱۱ گوی بنفش است. حداقل چند گوی بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که تعداد گوی های آبی خارج شده از گوی های نارنجی و بنفش کمتر است؟

$$(1) \quad ۲۵ \quad (2) \quad ۲۰ \quad (3) \quad ۲۴ \quad (4) \quad ۱۴$$

محل انجام محاسبات

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲۶ خرداد ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش ها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مرحله ۱۶

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- در کدام گزینه همه کمیت‌های ذکر شده، کمیت اصلی هستند؟

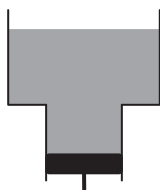
- (۱) جرم - طول - نیرو
(۲) بار الکتریکی - طول - زمان
(۳) دما - جریان الکتریکی - جرم
(۴) انرژی - جرم - بار الکتریکی

۴۲- چه تعداد از موارد زیر، نمونه‌هایی از حالت پلاسما هستند؟

«شفق‌های قطبی»، «قیر»، «آتش»، «آذرخش» و «خورشید»

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- در شکل زیر، شعاع مقطع استوانه بالایی ۲ برابر شعاع مقطع استوانه پایینی بوده و مایع داخل ظرف، آب است. اگر پیستون را ۴۰ سانتی‌متر بالا

بربریم، مقدار فشار حاصل از آب در محل پیستون چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ و طول استوانه‌ها به اندازه کافی بلند است).

(۱) ۴۰۰۰ پاسکال زیاد می‌شود.

(۲) ۳۰۰۰ پاسکال کم می‌شود.

(۳) ۵۰۰۰ پاسکال کم می‌شود.

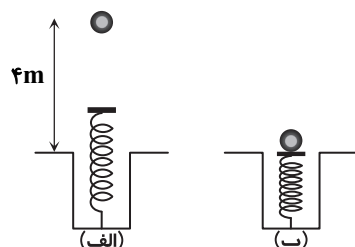
(۴) تغییر نمی‌کند.

۴۴- پرنده‌ای به جرم ۲ kg از سطح زمین و از حال سکون به پرواز درمی‌آید. اگر در ارتفاع ۳۰ متری از سطح زمین، تندی پرنده به $4 \frac{m}{s}$ برسد،کار نیروی هوا روی پرنده چند ژول بوده است؟ (فرض کنید بر پرنده، فقط دو نیروی وزن و نیروی هوا وارد می‌شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۶ (۲) ۵۸۴ (۳) ۶۰۰ (۴) ۶۱۶

۴۵- جسمی از ارتفاع ۴ متری سطح زمین، مطابق شکل (الف) رها می‌شود و پس از برخورد با فنر و فشردن کامل آن، مجموعه به صورت شکل (ب)

درمی‌آید. اگر اندازه کار نیروی وزن در این جابه‌جایی ۲J و اندازه کار نیروی مقاومت هوا، ۱/۰ اندازه کار نیروی وزن باشد، جرم جسم و

بیشینه انرژی پتانسیل فنر به ترتیب کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۲۰۰g ، ۷/۲ J -

(۲) ۲۰۰g ، ۷/۲ J +

(۳) ۵۰g ، ۱/۸ J +

(۴) ۵۰g ، ۱/۸ J -

۴۶- به میله‌ای با طول ۱۰۰cm و ظرفیت گرمایی $320 \frac{J}{^\circ C}$ ، به میزان ۱۶ kJ گرما می‌دهیم. طول میله چند میلی‌متر تغییر می‌کند؟($\alpha = 1/2 \times 10^{-5} K^{-1}$)

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

محل انجام محاسبات

۴۷- دمای ۲۰۰g از مایعی را 50°C افزایش می‌دهیم تا به نقطه جوش برسد. سپس به گرما دادن ادامه می‌دهیم تا همه مایع به بخار تبدیل شود. اگر در کل، $61/4 \text{ kJ}$ گرما داده باشیم، گرمای نهان تبخیر این مایع چقدر بوده است؟ (فرض کنید تبخیر سطحی ناچیز بوده است و

$$\left(c_{\text{مایع}} = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)$$

$$360 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (4)$$

$$320 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (3)$$

$$300 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (2)$$

$$250 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1)$$

۴۸- فشار و حجم مقدار معینی از یک گاز آرمانی (کامل) در دمای 35°C به ترتیب 45 cmHg و 2 L است. اگر فشار و حجم این گاز طی فرایندی به 15 cmHg و 8 L برسد، انرژی درونی گاز چند برابر می‌شود؟

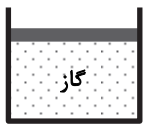
$$12 \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

۴۹- مطابق شکل، مقداری گاز داخل استوانه‌ای قرار دارد. جرم و اصطکاک پیستون ناچیز و مساحت آن 100 cm^2 است. به آرامی به گاز گرما می‌دهیم تا پیستون 2 cm بالا رود. اگر در این فرایند انرژی درونی گاز 30 J افزایش یابد، گرمای داده شده به گاز چند ژول بوده است؟ (فشار هوای محیط 10^5 Pa است.)



$$10 \quad (1)$$

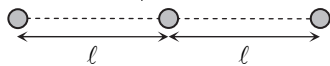
$$30 \quad (2)$$

$$50 \quad (3)$$

$$70 \quad (4)$$

۵۰- در شکل زیر، اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_1 ، برابر F است. اگر بار q_2 و q_3 را با یکدیگر جابه‌جا کنیم، اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_1 چند F می‌شود؟

$$q_1 = -4 \text{ nC} \quad q_2 = 1 \text{ nC} \quad q_3 = 8 \text{ nC}$$



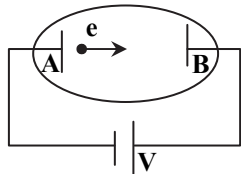
$$\frac{11}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{11} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

۵۱- الکترونی درون محیط خلأ از صفحه A جدا شده و به سمت صفحه B می‌رود. اگر دو صفحه به باتری با نیروی محرکه $7/2 \text{ V}$ وصل شده باشد، الکترون با چه سرعتی به صفحه B می‌رسد؟ (جرم الکترون $m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



$$8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2)$$

$$1/6 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

$$\frac{4\sqrt{10}}{5} \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4)$$

$$\frac{8\sqrt{10}}{5} \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3)$$

۵۲- اگر بار الکتریکی خازنی با ظرفیت $22 \mu\text{F}$ به اندازه ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول زیاد می‌شود. بار اولیه خازن چند میکروکولن است؟

$$4 \times 10^{-2} \quad (4)$$

$$2 \times 10^{-2} \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

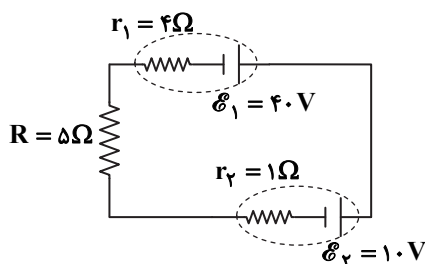
$$20 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۵۳- اگر دمای یک رسانا را 75°C افزایش دهیم، مقاومت الکتریکی آن ۹ درصد افزایش می‌یابد. ضریب دمایی مقاومت ویژه رسانا در SI کدام است؟

- (۱) $1/2 \times 10^{-3}$ (۲) $1/5 \times 10^{-3}$ (۳) $1/8 \times 10^{-3}$ (۴) 2×10^{-3}

۵۴- مداری مطابق شکل رسم شده است. توان ورودی باتری با نیروی محرکه $\mathcal{E}_2 = 10\text{V}$ چند وات است؟



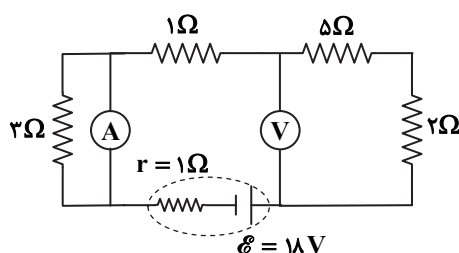
(۱) ۹

(۲) ۲۰

(۳) ۲۹

(۴) ۳۹

۵۵- در مدار نشان داده شده، اعدادی که ولت‌سنج آرمانی و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب کدام است؟



(۱) $2\text{A}, 10.5\text{V}$

(۲) $1/5\text{A}, 14\text{V}$

(۳) $2\text{A}, 14\text{V}$

(۴) $1/5, 10.5\text{V}$

۵۶- با سیم نازکی به طول 72m ، پیچۀ مسطحی به شعاع 6cm ساخته شده است. چه جریانی از این پیچه بگذرد تا بزرگی میدان مغناطیسی در

مرکز پیچه 24G شود؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$

- (۱) 0.3A (۲) 0.6A (۳) 0.9A (۴) 1.2A

۵۷- یک ذره باردار به جرم 0.8g و بار $+20\text{nC}$ با تندی $10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به صورت افقی وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود. اگر

خطوط میدان مغناطیسی، عمود بر راستای حرکت ذره بوده و ذره به طور مستقیم به حرکت خود ادامه دهد، اندازه میدان مغناطیسی

چند گاوس است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۸۰۰

۵۸- یک حلقه مربعی شکل به ضلع 50cm عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که اندازه آن در SI بر حسب زمان به صورت

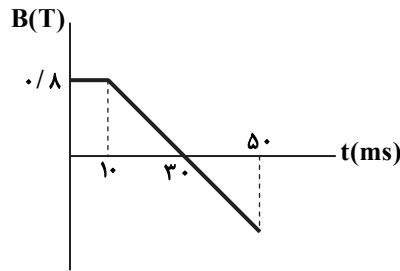
$B = (4t - 1) \times 10^{-3}$ تغییر می‌کند. اگر اندازه جریان القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی $t = 4\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$ ، برابر 0.2mA باشد،

مقاومت حلقه چند اهم است؟

- (۱) 0.05 (۲) 0.1 (۳) ۵ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۵۹- پیچهای دارای ۱۰۰ حلقه و مساحت هر حلقه آن 20 cm^2 است. اگر سطح حلقه‌های پیچه بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی که نمودار تغییرات آن بر حسب زمان مطابق شکل است عمود باشد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 40 \text{ ms}$ چند ولت است؟



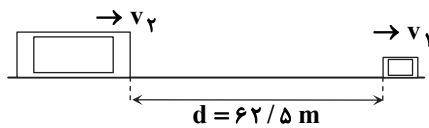
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۶ (۴)

۶۰- مطابق شکل زیر، اتومبیل با تندی ثابت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و کامیون با تندی $105 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حرکت هستند. وقتی کامیون به فاصله $62/5$ متری اتومبیل می‌رسد، راننده کامیون با شتاب ثابت a حرکت کامیون را کند می‌کند تا به اتومبیل برخورد نکند. کمینه بزرگی شتاب ترمز کامیون چقدر باشد تا برخورد اتفاق نیفتد؟



۱/۲۵ (۱)

۱/۵ (۲)

۲/۵ (۳)

۳ (۴)

۶۱- یک قطار به طول ۲۵۰ متر در مسیر مستقیم با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه در حرکت است. درست از لحظه‌ای که ابتدای قطار از نقطه A می‌گذرد، قطار با شتاب ثابت سرعت خود را اضافه می‌کند. اگر انتهای قطار ۱۰ ثانیه بعد از نقطه A بگذرد، اندازه شتاب قطار چند متر بر مربع ثانیه است؟

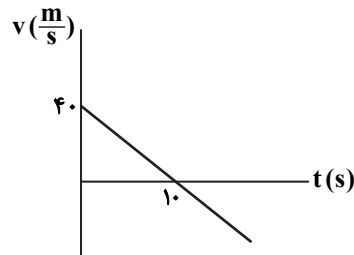
۱/۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که در $t = 0$ از $x = 48 \text{ m}$ عبور می‌کند، به شکل روبه‌رو است. در کدام زمان‌ها متحرک از $x = 240 \text{ m}$ خواهد گذاشت؟



$t = 8 \text{ s}$ و $t = 14 \text{ s}$ (۱)

$t = 6 \text{ s}$ و $t = 14 \text{ s}$ (۲)

$t = 6 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ (۳)

$t = 8 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ (۴)

۶۳- از پشت بام ساختمان بلندی، سه گلوله با فاصله زمانی ۲ ثانیه از یکدیگر، یکی پس از دیگری رها می‌شوند. در لحظه‌ای که گلوله اول به سطح زمین می‌رسد، گلوله دوم در فاصله ۸۰ متری از سطح زمین است. در این لحظه فاصله گلوله دوم و سوم از یکدیگر چند متر است؟

(مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.)

۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۴- جسمی به جرم ۵ کیلوگرم از سطح زمین و از حال سکون توسط نیروی عمودی $F = 100\text{ N}$ به طرف بالا کشیده می‌شود و پس از ۵ ثانیه حرکت، نیروی F قطع می‌شود. اگر ۴ ثانیه بعد از قطع شدن F ، جهت حرکت جسم عوض شود، اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر این جسم

چند نیوتون است؟ (اندازه مقاومت هوا را ثابت فرض کنید و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

$\frac{100}{9}$ (۲)

$\frac{50}{9}$ (۱)

۶۵- مطابق شکل، میله‌ای ساکن به جرم ۶ کیلوگرم، به یک دیوار بدون اصطکاک تکیه داده است و سر دیگر آن روی یک سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد. اگر بزرگی نیرویی که سطح دیوار به میله وارد می‌کند ۲۵ نیوتون باشد، بزرگی نیرویی که سطح افقی به میله وارد می‌کند،

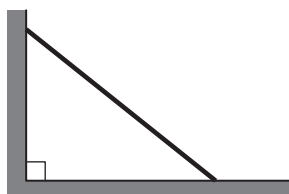
چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۸۵ (۱)

۶۵ (۲)

۶۰ (۳)

۳۵ (۴)



۶۶- اتومبیلی به جرم 1800 kg در یک جاده افقی، پیچی به شعاع 100 m را با تندی ثابت $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ بدون لغزیدن طی می‌کند. اندازه نیروی

اصطکاک بین اتومبیل و سطح جاده چند برابر اندازه وزن اتومبیل است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{9}{10}$ (۳)

$\frac{3}{7}$ (۲)

$\frac{3}{10}$ (۱)

۶۷- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنه 8 cm ، در یک لحظه معین، فاصله متحرک از وضع تعادل 4 cm است. از این لحظه به بعد، 200 ms طول می‌کشد تا متحرک مسافت 8 cm را طی کند. دوره حرکت متحرک چند میلی‌ثانیه است؟

۲۰۰ یا ۴۰۰ (۴)

۳۰۰ یا ۶۰۰ (۳)

۴۰۰ یا ۸۰۰ (۲)

۱۲۰۰ یا ۶۰۰ (۱)

۶۸- نمودار مکان- زمان یک متحرک در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در مدت $t_1 = 0/2\text{ s}$ تا

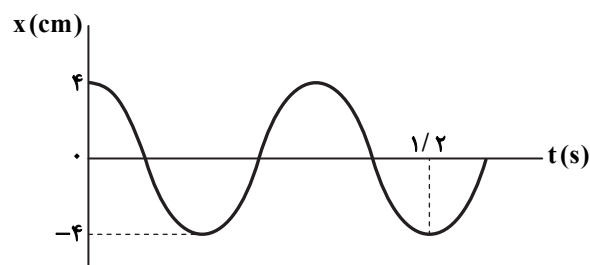
$t_2 = 0/8\text{ s}$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۲)

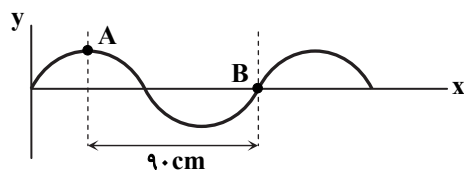
$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۴)



محل انجام محاسبات

۶۹- شکل روبه‌رو موجی عرضی با بسامد 10 Hz را در یک طناب کشیده نشان می‌دهد. اگر جرم بخش AB از طناب 150 g باشد، نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

(۳) ۳۶

(۴) ۴۸

۷۰- یک پنجره به مساحت 900 cm^2 عمود بر راستای انتشار صوت قرار دارد. اگر در مدت ۶ ثانیه، $2/7$ میلی‌ژول انرژی صوتی از سطح این پنجره عبور کند، تراز شدت صوت در این محل چند دسی‌بل است؟ ($I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$)

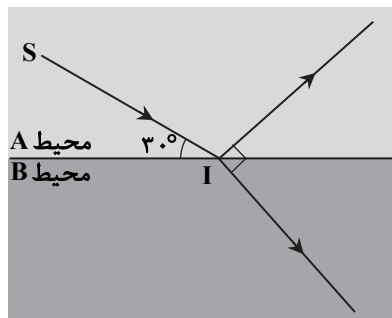
(۴) ۹۲

(۳) ۹۴

(۲) ۹۷

(۱) ۱۰۳

۷۱- مسیر پرتوی SI در مرز دو محیط A و B، مطابق شکل است. تندی انتشار نور در محیط A چند برابر تندی انتشار آن در محیط B است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\sqrt{3}$

۷۲- تارهای دو انتها بسته A و B هم‌جنس هستند، قطر آن‌ها یکسان و طول A سه برابر طول B است. اگر در حالتی که ۵ گره در تار A و ۳ گره در تار B تشکیل می‌شود، بسامد ارتعاش تارها مساوی باشد، نیروی کشش تار A چند برابر نیروی کشش تار B است؟

(۴) $\frac{9}{4}$

(۳) $\frac{9}{2}$

(۲) $\frac{81}{25}$

(۱) $\frac{81}{10}$

۷۳- طول موج یک پرتوی مرئی در خلأ 400 nm است. اگر این پرتو وارد محیط شفاف به ضریب شکست $\frac{5}{4}$ شود، انرژی هر فوتون آن چند الکترون‌ولت می‌شود؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)

(۴) $3/75$

(۳) ۳

(۲) $2/4$

(۱) ۲

۷۴- در اتم هیدروژن، طول موج فوتون خط سوم بالمر ($n' = 2$) چند نانومتر بوده و در چه محدوده‌ای از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟

$$(R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1})$$

(۴) $\frac{900}{8}$ و فرابنفش

(۳) $\frac{10000}{21}$ و مرئی

(۲) $\frac{320}{3}$ و فرابنفش

(۱) ۷۲۰ و مرئی

محل انجام محاسبات

۷۵- نیتونیم ${}^{237}_{93}\text{Np}$ ناپایدار است و با گسیل ذرات α ، β^- و α به هسته دیگری تبدیل می‌شود. عدد اتمی و عدد جرمی هسته نهایی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۸۶ - ۲۲۵ (۲) ۸۸ - ۲۲۷ (۳) ۸۶ - ۲۲۷ (۴) ۸۸ - ۲۲۵

۳۰

شیمه

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

۷۶- در نمونه‌ای از عنصر لیتیم شامل دو ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ ، به‌ازای ۲ اتم سبک، ۱۸ اتم سنگین وجود دارد. بر این اساس کدام عبارت درست است؟

- (۱) در این نمونه، در مقایسه با نمونه طبیعی عنصر لیتیم، ایزوتوپ سنگین غنی‌سازی شده است.
(۲) در این نمونه، شمار نوترون‌ها ۴/۵ برابر شمار پروتون‌ها است.
(۳) در این نمونه، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین، ۸۰ واحد بیشتر از درصد فراوانی ایزوتوپ سبک است.
(۴) در نمونه‌های خالص عنصر لیتیم، تفاوت شمار نوترون‌ها با شمار پروتون‌ها، با تعداد اتم‌های سبک‌تر برابر است.

۷۷- نمونه‌ای از منیزیم فسفید شامل یون، جرمی برابر گرم دارد. ($\text{Mg} = ۲۴$, $\text{P} = ۳۱: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۰.۲×۱۰^{۲۳} ، ۶۷ (۲) ۰.۱×۱۰^{۲۴} ، ۶۷ (۳) ۰.۲×۱۰^{۲۳} ، ۲۶ (۴) ۰.۱×۱۰^{۲۴} ، ۲۶

۷۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بور برای توجیه طیف نشری خطی و چگونگی نشر نور عناصر سنگین‌تر از هیدروژن، مدل لایه‌ای را برای ساختار اتم پیشنهاد کرد.
- اتم در مدل کوانتومی، کره‌ای در نظر گرفته می‌شود که بیشتر فضای آن را الکترون‌ها اشغال کرده‌اند.
- در مدل کوانتومی، توزیع الکترون‌ها اطراف هسته، ساختاری لایه‌ای ایجاد کرده است.
- طبق مدل کوانتومی، الکترون می‌تواند از یک لایه به لایه دیگر منتقل شود و در این انتقال، مقادیر معینی انرژی را جذب یا نشر می‌کند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۹- در اتم عنصری، شمار الکترون‌ها با $l = ۲$ با شمار الکترون‌های لایه دوم برابر است. این عنصر در گروه جدول دوره‌ای قرار داشته و در اتم خود الکترون با $l = ۰$ دارد.

- (۱) هشت - هشت (۲) ده - هشت (۳) هشت - ده (۴) ده - ده

۸۰- اگر مطابق معادله زیر، پس از پایان واکنش و مصرف شدن کامل KMnO_4 ، جرم مخلوط مواد $۶/۴$ گرم کاهش یافته باشد، کدام مطلب درست است؟ ($\text{H} = ۱$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{S} = ۳۲: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- (۱) مجموع جرم فراورده‌های واکنش، $۶/۴$ گرم کمتر از مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده است.
(۲) در معادله موازنه شده این واکنش، یک ماده با ضریب استوکیومتری ۱ وجود دارد.
(۳) در معادله موازنه شده این واکنش، مجموع ضرایب مولی ترکیب‌های دارای فلز، برابر ۱۰ است.
(۴) جرم سولفوریک اسید مصرف شده در این واکنش برابر $۲۴/۵$ گرم است.

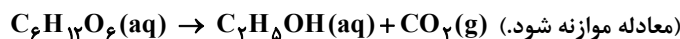
۸۱- در شرایط استاندارد، حجم نمونه‌ای از گاز متان، چهار برابر حجم نمونه‌ای از گاز اوزون است. جرم نمونه اوزون چند برابر جرم نمونه متان است؟ ($\text{H} = ۱$, $\text{C} = ۱۲$, $\text{O} = ۱۶: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $۰/۷۵$ (۲) ۱۲ (۳) $۱/۳$ (۴) $۰/۰۸۳$

محل انجام محاسبات

۸۲- گرم محلول گلوکز در شرایطی معین مطابق فرایند زیر اکسایش می‌یابد؛ برای تبدیل گاز کربن دی‌اکسید حاصل از این فرایند به کلسیم کربنات، حداقل ۱۶۸ گرم کلسیم اکسید لازم است. درصد جرمی گلوکز در محلول اولیه کدام و حجم گاز کربن دی‌اکسید حاصل از

اکسایش این مقدار گلوکز در شرایط استاندارد چند لیتر است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Ca = 40: g \cdot mol^{-1}$)



۴۴/۸ ، ۴۵ (۲) ۶۷/۵ ، ۶۷/۲ (۳) ۶۷/۲ ، ۴۵ (۴)

۸۳- یون‌های باریم موجود در یک نمونه آب با افزودن مقدار کافی به این نمونه، به صورت جامدی سفیدرنگ ته‌نشین می‌شوند. بر اثر این اتفاق
 (۱) سدیم نیترات - غلظت مولی یون‌های موجود در محلول کاهش می‌یابد.
 (۲) سدیم نیترات - غلظت مولی یون‌های موجود در محلول افزایش می‌یابد.
 (۳) سدیم سولفات - غلظت مولی یون‌های موجود در محلول کاهش می‌یابد.
 (۴) سدیم سولفات - غلظت مولی یون‌های موجود در محلول افزایش می‌یابد.

۸۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در شرایط یکسان، گاز نیتروژن آسان‌تر از گاز کربن مونوکسید مایع می‌شود.
- در مواد مولکولی با مولکول‌های ناقطبی، با افزایش جرم مولی، نقطه جوش افزایش می‌یابد.
- هیدروژن سولفید و آب مولکول‌های قطبی داشته و به دلیل قوی بودن نیروهای جاذبه بین‌مولکولی در شرایط معمولی مایع هستند.
- گشتاور دو قطبی هیدروژن سولفید تقریباً نصف گشتاور دوقطبی آب است.

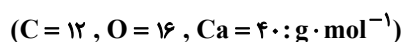
۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۸۵- عنصری در دوره دوم جدول تناوبی، سطح تیره داشته و رسانای خوب برق است. با در نظر گرفتن این عنصر، چند مورد از عبارت‌های زیر توصیف‌های درستی هستند؟

- (الف) عنصر موردنظر، دارای ۴ الکترون ظرفیتی بوده و فقط پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.
- (ب) عناصر قبل از این عنصر در دوره دوم، شعاع اتمی و واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به آن دارند.
- (پ) ترکیب‌های شناخته‌شده از این عنصر، از مجموع ترکیب‌های شناخته‌شده از دیگر عناصر بیشتر است.
- (ت) در شرایط معمولی، عنصر موردنظر در حالت آزاد و خالص، با عناصر هم‌دوره و بعد از خودش، حالت فیزیکی متفاوتی دارد.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۸۶- در نمونه‌ای ناخالص و مرطوب از کلسیم کربنات، درصد جرمی رطوبت برابر ۲۲/۵ درصد است؛ با حرارت دادن مقداری از این نمونه، پس از خشک شدن کامل و تبدیل کلسیم کربنات به کلسیم اکسید مطابق فرایند زیر، ۴۰ گرم کلسیم اکسید با خلوص ۷۰ درصد در ظرف باقی می‌ماند؛ بر این اساس، جرم نمونه اولیه چند گرم است؟ (ناخالصی‌های موجود در نمونه اولیه، طی این فرایند تغییری نمی‌کنند.)



۱۲۵ (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۷- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- همه فلزهای واسطه دوره چهارم، با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.
- در میان فلزها، تنها استخراج طلا از سنگ معدن، هماهنگ با توسعه پایدار است.
- برای استخراج آهن از سنگ معدن آن، می‌توان از واکنش سنگ معدن با کربن بهره برد.
- هر چه فلزی فعال‌تر باشد، ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است.

(۱) درست - درست - درست - نادرست (۲) نادرست - نادرست - درست - درست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست (۴) درست - نادرست - نادرست - درست

۸۸- فرمول هیدروکربنی به صورت $\text{CH}_3\text{CHCH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{CH}_3$ است؛ با توجه به آن کدام عبارت درست است؟(۱) مربوط به یک آلکان شاخه‌دار با فرمول مولکولی C_6H_{14} است.(۲) برای سوزاندن کامل یک مول از این هیدروکربن، حداقل $9/5$ مول گاز اکسیژن لازم است.

(۳) می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش داده و به آلکانی به نام ۳- متیل پنتان تبدیل شود.

(۴) فرمول مولکولی آن با هیدروکربن حلقوی سیرشده‌ای که در مولکول خود ۱۰ اتم هیدروژن دارد، یکسان است.

۸۹- در شرایطی معین، برای تبدیل $15/6$ گرم از گاز AX_2 به اتم‌های گازی سازنده، 60 کیلوژول گرما لازم است. بر این اساس، آنتالپی پیوند..... در ساختار این مولکول کیلوژول بر مول است. (مولکول AX_2 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند و تمام اتم‌های آناز قاعده هشتایی پیروی می‌کنند؛ جرم مولی عناصر A و X به ترتیب، ۸ و ۳۵ گرم بر مول در نظر گرفته شود.)(۱) $150, \text{A} - \text{X}$ (۲) $250, \text{A} - \text{X}$ (۳) $150, \text{A} = \text{X}$ (۴) $250, \text{A} = \text{X}$ ۹۰- اگر در شرایطی معین، ارزش سوختی گاز اتان 52 کیلوژول بر گرم باشد، آنتالپی سوختن اتان، چند کیلوژول بر مول است و با سوختن $0/2$ مول از آن، چند کیلوگرم آهن را می‌توان ذوب کرد؟ (آنتالپی ذوب آهن، $14\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{Fe} = 56: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)(۱) $1650, -824/5$ (۲) $1560, -248/1$ (۳) $1650, -248/1$ (۴) $1560, -824/5$ ۹۱- با توجه به معادله شیمیایی موازنه‌نشده $\text{H}_2\text{S}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g})$ که مربوط به انجام واکنش در ظرفی با حجم معیناست، چند مورد از روابط زیر در بازه زمانی معین، درست است؟ (در این روابط، نمادهای m و M به ترتیب، جرم و جرم مولی را نشان می‌دهند.)

$$\Delta[\text{SO}_2] = \Delta[\text{H}_2\text{S}] \quad (\text{الف})$$

$$\frac{\Delta[\text{SO}_2]}{2 \times \Delta t} = \frac{\Delta[\text{H}_2\text{O}]}{2 \times \Delta t} \quad (\text{ب})$$

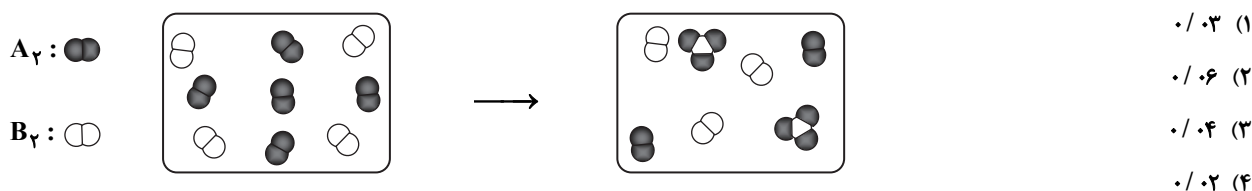
$$\overline{R}\text{SO}_2 = 2\overline{R}\text{H}_2\text{S} \quad (\text{ت})$$

$$\frac{\Delta m_{\text{SO}_2}}{M_{\text{SO}_2}} = \frac{\Delta m_{\text{H}_2\text{O}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (\text{پ})$$

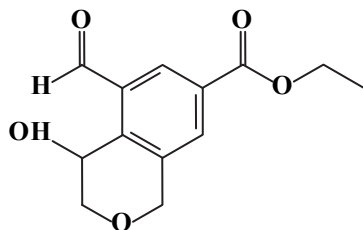
$$2\Delta m_{\text{O}_2} = 3\Delta m_{\text{H}_2\text{S}} \quad (\text{ث})$$

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۲- شکل زیر انجام یک واکنش شیمیایی در ظرفی به حجم ۲ لیتر طی مدت زمان ۲۰ دقیقه را نشان می‌دهد. اگر هر واحد (ذره) در این شکل

نماینده $0/2$ مول از ماده موردنظر باشد، سرعت واکنش در این ۲۰ دقیقه چند مول بر لیتر بر ساعت است؟

محل انجام محاسبات



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- محلولی با $\text{pH} = 4/7$ از حل شدن دی‌نیتروژن پنتاکسید در آب خالص در دمای اتاق تهیه شده است. در این محلول، غلظت مولی یون هیدرونیوم چند برابر غلظت مولی یون هیدروکسید است و در ۲۰ لیتر از آن، چند میلی گرم دی‌نیتروژن پنتاکسید حل شده است؟

($N = 14$, $O = 16$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۱/۶ ، ۴۰۰۰۰ (۴)

۲۱/۶ ، ۲۰۰۰ (۳)

۴۳/۲ ، ۴۰۰۰۰ (۲)

۴۳/۲ ، ۲۰۰۰ (۱)

۹۵- انحلال پذیری (S) برحسب میلی گرم در ۱۰۰ گرم آب) گازی فرضی در دمای اتاق، با معادله $S = 6P$ به فشار گاز (P) برحسب atm وابسته است. اگر این گاز با فشار ۱۰ اتمسفر در ۵۰۰ گرم آب حل شود، pH محلول حاصل در دمای اتاق به کدام عدد نزدیک تر است؟ (گاز مورد نظر یک باز قوی فرضی با رفتاری مشابه با سدیم هیدروکسید و جرم مولی ۳۰ گرم بر مول است؛ از تغییر حجم و چگالی آب در این فرایند چشم پوشی کنید.)

۱۲/۳ (۴)

۱۱/۳ (۳)

۱۲/۷ (۲)

۱۱/۷ (۱)

۹۶- اگر pH محلولی از یک اسید تک پروتون دار در دمای اتاق، برابر ۴/۱۵ و درصد یونش مولکول های اسید در این محلول ۲ درصد باشد؛ برای خنثی کردن کامل ۲ لیتر از این محلول، حداقل چند گرم سدیم هیدروکسید خالص باید به آن اضافه کرد؟

($H = 1$, $O = 16$, $Na = 23$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\log 7 \approx 0/85$)

۰/۲ (۴)

۰/۵۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲۸ (۱)

۹۷- با توجه به داده های جدول روبه رو، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

■ در بین اکسند های موجود، قوی ترین اکسنده، گونه A و ضعیف ترین اکسنده، اتم های C هستند.

■ واکنش $C(s) + 2B^+(aq) \rightarrow C^{2+}(aq) + 2B(s)$ را می توان با هدف تولید جریان برق در یک سلول الکتروشیمیایی انجام داد.

■ گاز A_2 می تواند به صورت طبیعی، قطعه هایی از جنس فلزهای B و C را اکسایش دهد.

■ اگر دو تیغه از جنس فلزهای B و C را در محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 0$ قرار دهیم، در سطح تیغه C برخلاف تیغه B ، حباب های گاز تشکیل می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۸- در یک سلول گالوانی، واکنشی با معادله $\text{Si}(s) + \text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{SiO}_2(s) + \text{H}_2(g)$ رخ می دهد. طی انجام این واکنش عدد اکسایش کاهنده چند واحد افزایش می یابد و به ازای تولید ۲ لیتر گاز هیدروژن با چگالی ۰/۰۶ گرم بر لیتر، چند مول الکترون از مدار بیرونی سلول عبور می کند؟ (معادله واکنش موازنه نیست، $H = 1$ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰/۰۶ ، ۲ (۴)

۰/۰۶ ، ۴ (۳)

۰/۱۲ ، ۲ (۲)

۰/۱۲ ، ۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) در حلی، فلز محافظ، قدرت کاهندگی بیشتر و پتانسیل کاهشی استاندارد کمتری از فلز آهن دارد.
 (ب) در فرایند استخراج منیزیم از برقکافت منیزیم کلرید مذاب، اتم‌های منیزیم کاهش یافته و استخراج می‌شوند.
 (پ) در سلول آبکاری، جسمی که قرار است آبکاری شود، به عنوان کاتد عمل کرده و به قطب منفی مولد متصل است.
 (ت) اگر قطعه‌ای از آهن با لایه‌ای از فلز نقره پوشانده شود، این قطعه، مشابه با آهن رنگ‌شده از خوردگی محافظت می‌شود.

(۱) الف و ب (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) پ و ت

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- سیلیس، الماس و سیلیسیم کربید، از جمله موادی با نیروهای بین‌مولکولی مشابه هستند.
- در ساختار سیلیسیم، هر اتم Si به چهار اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن به دو اتم Si متصل است.
- مواد یونی در مقایسه با مواد مولکولی، نقطه ذوب و نقطه جوش بیشتری دارند و در گستره دمایی بزرگ‌تری مایع هستند.
- در ساختار گرافن و الماس، هر اتم کربن با چهار جفت الکترون اشتراکی به دیگر اتم‌های کربن متصل شده است.
- در فرمول مولکولی سیلیس مانند فرمول مولکولی کربن دی‌اکسید، سه اتم وجود دارد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۱- کدام مطلب درست است؟

- (۱) همه ترکیب‌های یونی با مولکول‌های آب جاذبه‌های قوی برقرار می‌کنند و در آن حل می‌شوند.
 (۲) ترکیب‌های یونی در حالت جامد، ساختار بلوری داشته و به دلیل داشتن واحدهای باردار، رسانای جریان برق هستند.
 (۳) با افزایش اندازه یون‌ها و افزایش بار الکتریکی آن‌ها، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی افزایش می‌یابد.
 (۴) آنتالپی فروپاشی اکسید یک فلز از آنتالپی فروپاشی کلرید آن فلز بیشتر است.

۱۰۲- در شرایطی معین، ۹/۲ گرم گاز نیتروژن دی‌اکسید وارد ظرفی پنج لیتری شده و پس از تجزیه ۴۰ درصد از آن تعادل زیر برقرار می‌شود.

مجموع شمار مول گازهای موجود در تعادل و ثابت تعادل برقرار شده در ظرف به ترتیب، کدام است؟ ($N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۰/۲۸ ، ۱۶/۴۵۰۰ (۲) ۰/۲۴ ، ۱۶/۴۵۰۰ (۳) ۰/۲۸ ، ۸/۴۵۰۰ (۴) ۰/۲۴ ، ۸/۴۵۰۰

۱۰۳- در سامانه تعادلی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، با افزایش دما، شمار مول گازهای موجود در ظرف افزایش می‌یابد. با توجه به این

مطلب، کدام دو تغییر، تأثیر مشابهی بر درصد مولی گاز اکسیژن در مخلوط تعادلی دارند؟

- (الف) افزایش حجم ظرف (ب) کاهش دمای مخلوط تعادلی
 (پ) اضافه کردن مقداری گوگرد دی‌اکسید به ظرف (ت) افزودن کاتالیزگر به مخلوط تعادلی
 (۱) ب و پ (۲) ب و ت (۳) الف و ت (۴) الف و ب

۱۰۴- در شرایطی معین، انرژی فعال‌سازی واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ برابر ۳۳۴ کیلوژول است که در حضور کاتالیزگر X،۴۰ درصد کاهش می‌یابد. در همین شرایط و در حضور کاتالیزگر X، انرژی فعال‌سازی واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ برابر۷۶۶/۴ کیلوژول است. بر این اساس، به ترتیب، آنتالپی واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ و انرژی فعال‌سازی واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$ در عدم حضور کاتالیزگر، کدام مقادیر (برحسب کیلوژول) می‌توانند باشند؟

(۱) -۵۶۶ ، ۹۶۴ (۲) -۵۶۶ ، ۹۰۰ (۳) ۵۶۶ ، ۹۶۴ (۴) ۵۶۶ ، ۹۰۰

۱۰۵- اگر جرم مولی نمونه‌ای پلی‌اتیلن ترفتالات، ۱۴۴ کیلوگرم بر مول باشد، شمار واحدهای تکرارشونده در این پلیمر کدام است؟

($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۵۰۰ (۲) ۷۵۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۲۵۰

محل انجام محاسبات

کلاس مشاوره

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
www.gozine2.ir

بعد از آزمون سریع بیا سر کلاس

با حضور مشاوران با تجربه

بعد از آزمون قراره کلی نکته مشاوره ای یاد بگیری

- تاروند تحصیلت صعودی باشه
- تا به مرحله بعدی بهتر فکر کنی
- تا روز به روز برای رسیدن به هدف با انگیزه بیشتر تلاش کنی
- تا با نکات فنی که توسط مشاوره ارائه می شود دقیق تر در مسیر خودت حرکت کنی

ما در مؤسسه گزینه دو در کنار سنجش و ارزشیابی با کلاس مشاوره کنار شما هستیم.

- تحلیل نتایج آزمون
- ارائه نکات مشاوره ای برای آزمون مرحله بعد تا روز کنکور سراسری
- حضور دبیران متناسب با مباحث مهم و پرچالش هر درس
- حضور نفرات برتر آزمون های سراسری و انتقال تجربه ها
- بررسی تمام مسائل مشاوره ای مربوط به شما داوطلبان



گزینه دو، راهی نو



تا آخرین باهائیم

آپارات



aparat.com/gozine2/live

پس بعد از اعلام نتایج هر آزمون
(حدوداً ساعت ۱۹) سریع بیا سر کلاس

ورایگان

انتخاب رشته دقیق با گزینه دو

همزمان با اعلام نتایج اولیه کنکور ۱۴۰۲



- انتخاب رشته بر اساس علاقه مندی های شما
- امکان اولویت بندی رشته ها و شهرهای مورد نظر
- دریافت لیست اولویت بندی شده رشته محل بر اساس نتایج پذیرش کنکور ۱۴۰۱
- ارائه حدود رتبه آخرین قبولی های کنکور ۱۴۰۱
- ارائه کارنامه های کنکور ۱۴۰۱ با امکان جستجو بر اساس رتبه و رشته
- معرفی کامل رشته ها و دانشگاه ها
- دسترسی به مقالات و فیلم های مشاوره انتخاب رشته

gozine2.ir



انتخاب رشته، آخرین گام موفقیت در
آزمون سراسری است.

در این مسیر همراه شما خواهیم بود

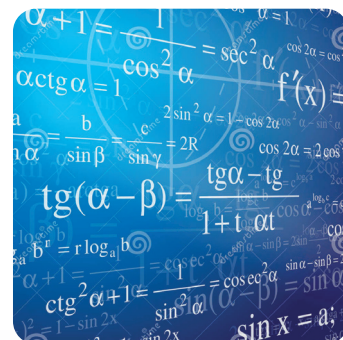
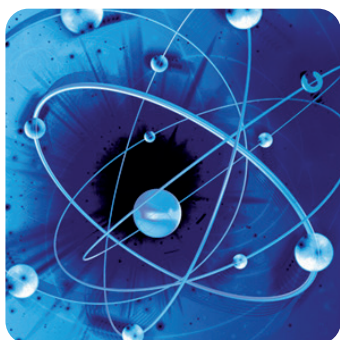
جهت کسب اطلاعات بیشتر کد بالا را اسکن نمایید

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۶ خرداد ۱۴۰۲ (مرحله ۱۶)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۱۷ گزینه دو، در روز سه شنبه ۳۰ خرداد ۱۴۰۲ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... ، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۱

۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به صورت روبه‌رو است: $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

مجموع ۲۰ جمله اول ۱۰۸۰ است، پس داریم: $S_{20} = 10(2a_1 + 19d) = 1080 \Rightarrow 2a_1 + 19d = 108$ (۱)

در جمع جملات با شماره‌های زوج، تعداد جملات ۱۰ تاست و جمله اول آن جمله دوم دنباله اصلی است و قدرنسبت ۲د است، پس:

$$a_1, \overbrace{a_2, a_3}^{2d}, \overbrace{a_4, a_5}^{2d}, a_6, \dots, a_{20}$$

$$570 = \frac{10}{2}(2a_7 + 9 \times 2d) = 10(a_7 + 9d) \Rightarrow 570 = 10(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1 + 10d = 57 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 19d = 108 \\ a_1 + 10d = 57 \end{cases} \Rightarrow -d = -114 + 108 \Rightarrow d = 6$$

از معادلات (۱) و (۲) مقدار d را به دست می‌آوریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۴ ریاضی ۱

۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته:
$$\begin{cases} (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \\ a^3 - b^3 = (a-b)(a+b) \end{cases}$$

ابتدا عدد A را به توان ۳ می‌رسانیم. به کمک نکته داریم:

$$A^3 = \sqrt[3]{(2\sqrt{3}-2)^3} + \sqrt[3]{(2\sqrt{3}+2)^3} + 3\sqrt[3]{(2\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+2)} \underbrace{\left(\sqrt[3]{2\sqrt{3}+2} + \sqrt[3]{2\sqrt{3}-2}\right)}_A$$

$$\Rightarrow A^3 = 2\sqrt{3}-2 + 2\sqrt{3}+2 + (3\sqrt{12-4})(A) \Rightarrow A^3 = 4\sqrt{3} + 6A \Rightarrow A^3 - 6A = 4\sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۴، درس ۲ ریاضی ۱

۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: معادله هر سهمی که مختصات رأس آن (α, β) باشد به صورت $y = k(x-\alpha)^2 + \beta$ قابل نوشتن است.

ابتدا ضابطه سهمی را با داشتن مختصات رأس آن یعنی نقطه $S(1, \frac{1}{3})$ و نقطه $M(-1, 0)$ می‌نویسیم:

$$y = k(x-1)^2 + \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{روی سهمی}]{\text{نقطه M}} 0 = k(-1-1)^2 + \frac{1}{3} \Rightarrow 4k = -\frac{1}{3} \Rightarrow k = -\frac{1}{12}$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -\frac{1}{12}(x-1)^2 + \frac{1}{3}$ است. حال مختصات نقاط A و B را به دست می‌آوریم. نقطه A محل برخورد سهمی با

محور x ها است که مختصات آن به صورت $A(3, 0)$ و B هم محل برخورد سهمی با محور y ها است که به صورت $B(0, 2)$ است. حال معادله

$$y = -\frac{1}{12}x + 2 \xrightarrow{\times 3} 3y + 2x = 6$$

خط گذرا از این دو نقطه را به دست می‌آوریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ حسابان ۲

۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از $f(-\frac{b}{a})$.

با توجه به نکته داریم:

$$g(x) = f(2x) - 4x \Rightarrow 2x+1 \text{ بر } g(x) \text{ باقی‌مانده تقسیم } g(-\frac{1}{2}) \Rightarrow g(-\frac{1}{2}) = f(-1) + 2 = 1+1-1+2+2 = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴ حسابان ۱

۵- پاسخ: گزینه ۲

$$f(a) = b \Rightarrow f^{-1}(b) = a$$

نکته: اگر نقطه (a, b) روی تابع وارون‌پذیر f باشد، آنگاه داریم:

$$g^{-1}(3) = a \Rightarrow g(a) = 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = a \\ 1 - \frac{2}{3x+1} = 3 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

با استفاده از نکته، مقدار $g^{-1}(3)$ را a در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow f(-\frac{2}{3}) = a \Rightarrow \frac{-\frac{4}{3}}{-\frac{5}{3}} = a \Rightarrow a = \frac{4}{5}$$

حال مقدار a را به دست می‌آوریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ ریاضی ۱

۶- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا تساوی داده شده را ساده می کنیم:

$$\frac{9}{(1-\cos\theta)^2} = \frac{1}{\sin^2\theta} \Rightarrow \frac{9}{(1-\cos\theta)^2} = \frac{1}{1-\cos^2\theta} \Rightarrow \frac{9}{(1-\cos\theta)^2} = \frac{1}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{1-\cos\theta} = \frac{1}{1+\cos\theta} \Rightarrow 9+9\cos\theta = 1-\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{-8}{10}$$

حال با جای گذاری مقدار $\cos\theta$ ، مقدار $\sin\theta$ را به دست می آوریم:

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta \Rightarrow \sin^2\theta = \frac{36}{100} \Rightarrow \sin\theta = \pm \frac{6}{10}$$

بنابراین:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\pm 0.6}{-0.8} = \pm \frac{3}{4}$$

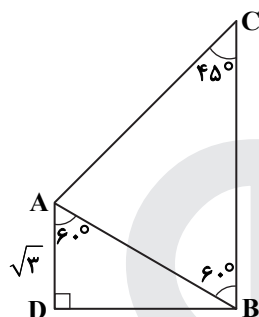
با توجه به گزینه ها، گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۱ ریاضی ۱

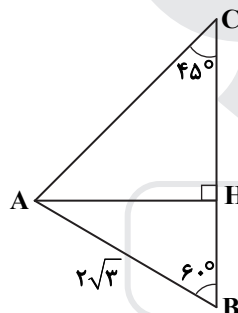
۷- پاسخ: گزینه ۲

در مثلث ABD داریم:

$$\cos \hat{A} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$$



از طرفی در مثلث ABC، با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\begin{aligned} \Delta AHB: \quad & \cos 60^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow BH = \sqrt{3} \\ & \sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow AH = 3 \\ \Delta AHC: \quad & \tan 45^\circ = \frac{AH}{CH} \Rightarrow 1 = \frac{3}{CH} \Rightarrow CH = 3 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$BC = BH + HC = \sqrt{3} + 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۱ حسابان ۲

۸- پاسخ: گزینه ۱

نکته: توابع $y = a\sin bx + c$ و $y = a\cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

در همسایگی محور y ها، تابع صعودی است، پس $b > 0$ است.

از طرفی مطابق نمودار، ماکزیمم تابع برابر a است:

$$-a + |b| = a \xrightarrow{b>0} -a + b = a \Rightarrow b = 2a$$

با جای گذاری این رابطه در ضابطه تابع داریم:

$$y = -a + 2a\sin(x - \frac{\pi}{3})$$

مطابق نمودار، تابع از نقطه $(\frac{a\pi}{3}, 0)$ عبور می کند:

$$\begin{cases} x = \frac{a\pi}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -a + 2a\sin(\frac{a\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \sin(\frac{a\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2$$

بنابراین:

$$a + b = 3$$

$$\text{نکته: } \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

نکته: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

با ساده کردن معادله داریم:

$$\cos x + \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x + \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x + \sin x(\frac{\sqrt{3}}{2}) - \cos x(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x(\frac{\sqrt{3}}{2}) + \cos x(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) = \sin(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, 2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین مجموع جوابها در بازه $[0, 2\pi]$ برابر $\frac{8\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3}$ است.ابتدا می توان فهمید که نقطه $(1, 2)$ روی تابع f قرار دارد، پس:

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4 - 4 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 1$$

نمودار توابع f و g یکدیگر را در نقاطی به طول ۱ و ۲ قطع می کنند، پس داریم:

$$g(1) = f(1) \Rightarrow 2^{a+b} - 1 = 1 - 2 + 1 \Rightarrow 2^{a+b} = 1 \Rightarrow 2^{a+b} = 2^0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$g(2) = f(2) \Rightarrow 2^{2a+b} - 1 = 4 - 4 + 1 \Rightarrow 2^{2a+b} = 2^1 \Rightarrow 2a + b = 1$$

با حل دو معادله در یک دستگاه مقدار a و b را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

$$-a = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -1$$

پس $g(x) = 2^{x-1} - 1$ ، بنابراین:

$$g(4) = 7$$

$$\text{نکته ۱: } a = b^c \Leftrightarrow \log_b a = c$$

$$\text{نکته ۲: } \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\text{نکته ۳: } \log_c ab = \log_c a + \log_c b, \quad \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

$$\text{نکته ۴: } \log_b a^n = n \log_b a$$

فرض کنیم اندازه سایه در ابتدا A بوده باشد، بعد از n دقیقه طول سایه به $A \times (\frac{96}{100})^n$ خواهد رسید، در نتیجه پس از n دقیقه می خواهیم $\frac{3}{4}$ طول سایه بماند، به همین جهت:

$$\frac{3}{4} A = A \times (\frac{96}{100})^n \Rightarrow \frac{3}{4} = (\frac{96}{100})^n \xrightarrow{\text{نکته ۱}} \log_{\frac{96}{100}} \frac{3}{4} = n \xrightarrow{\text{نکته ۲}} n = \frac{\log \frac{3}{4}}{\log \frac{96}{100}} \Rightarrow n = \frac{\log 3 - \log 4}{\log 96 - \log 100}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3 - 2 \log 2}{\log 3 + 5 \log 2 - 2} = \frac{\log 3 - 2 \log 2}{\log 3 + 5 \log 2 - 2} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{0.4771 - 2 \times 0.3010}{0.4771 + 5 \times 0.3010 - 2} = \frac{-0.1249}{-0.0735} = 3$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۵ حسابان ۱

نکته: تابع f در $x = a$ پیوسته است، هرگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

مطابق نکته می توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}\sqrt{x} - a}{x-1} = b$$

چون مخرج به ازای $x = 1$ باید صفر باشد و حاصل حد عددی حقیقی است، پس صورت کسر هم به ازای $x = 1$ باید صفر باشد
 $(\sqrt{1+3} - a = 0 \Rightarrow 2 - a = 0 \Rightarrow a = 2)$ ، حال حاصل حد را با رفع ابهام به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}\sqrt{x} - a}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}\sqrt{x} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3\sqrt{x}-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}\sqrt{x}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) \times 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1) \times 4} = \frac{5}{8} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \frac{5}{8} \Rightarrow b = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$a + b = 2 + \frac{5}{8} = \frac{21}{8}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۱ حسابان ۲

نکته:

$$\begin{aligned} \frac{\text{عدد مثبت}}{+} &= +\infty \\ \frac{\text{عدد مثبت}}{-} &= -\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{عدد منفی}}{+} &= -\infty \\ \frac{\text{عدد منفی}}{-} &= +\infty \end{aligned}$$

با توجه به نمودار داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{f(x)} = +\infty$$

که می توان نتیجه گرفت باید $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج باشد و همچنین تابع در مجاورت $x = 1$ همواره مثبت باشد.

دقت کنید که اگر مخرج فقط عامل $(x-1)^2$ باشد، صورت وقتی $x \rightarrow 1$ ، مقداری منفی می شود، پس در مخرج هم باید عاملی وجود داشته باشد که وقتی $x \rightarrow 1$ ، مقداری منفی شود تا با منفی صورت، مقدار $+\infty$ را برای حد راست و چپ داشته باشیم. با توجه به گزینه ها، گزینه ۲ می تواند ضابطه تابع f باشد.

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۲ حسابان ۲

$$\text{نکته: } (g \circ f)'(a) = f'(a) \times g'(f(a))$$

مطابق نکته می توان نوشت:

$$(g \circ f)'(1) = f'(1) \times g'(f(1)) = 3 \xrightarrow{f(1)=4} f'(1) \times g'(4) = 3$$

حال مقادیر $f'(1)$ و $g'(4)$ را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 2(x^2 + \frac{1}{x})(2x - \frac{1}{x^2}) \Rightarrow f'(1) = 2 \times 2 \times 1 = 4$$

$$g'(x) = \frac{a}{2\sqrt{x}} \Rightarrow g'(4) = \frac{a}{4}$$

بنابراین:

$$4 \times \frac{a}{4} = 3 \Rightarrow a = 3$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۴، درس ۲ حسابان ۲

$$\text{نکته: } y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$

$$\text{نکته: } (f \cdot g)' = f'g + fg'$$

از طرفین رابطه $f(x) = g(x^2)$ دو بار مشتق می گیریم و مطابق نکته داریم:

$$f'(x) = 2xg'(x^2) = 2x(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 2x^3 + \frac{2}{x}$$

$$f''(x) = 6x^2 - \frac{2}{x^2} \Rightarrow f''(\sqrt{2}) = 12 - \frac{2}{2} = 11$$

نکته: فرض کنیم $f''(x)$ به ازای هر نقطه x از بازه I موجود باشد:

(الف) اگر به ازای هر x از I ، $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار f روی بازه I تقعر روبه بالا دارد.

(ب) اگر به ازای هر x از I ، $f''(x) < 0$ ، آنگاه نمودار f روی بازه I تقعر روبه پایین دارد.

(پ) اگر به ازای هر x از I ، $f''(x) = 0$ ، آزمون بی نتیجه است.

برای اینکه تقعر تابع همواره رو به بالا باشد، باید:

$$\forall x \in \mathbb{R}; f''(x) > 0$$

پس ابتدا f'' را می یابیم:

$$f'(x) = 2ax - 4\sin 2x \Rightarrow f''(x) = 2a - 8\cos 2x$$

$$f''(x) = 2(a - 4\cos 2x)$$

$$a - 4 > 0 \Rightarrow a > 4$$

برای اینکه همواره $f''(x) > 0$ باشد، کافی است حداقل تابع مثبت باشد، یعنی:

البته دقت کنید اگر $a \geq 4$ ، تقعر تابع در همه نقاط روبه بالا نخواهد بود، بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا نقطه مینیمم نسبی را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 4x^3 - 12ax^2 = 4x^2(x - 3a)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3a \end{cases}$$

نقطه اکسترمم نسبی

با توجه به اینکه به ازای $x = 0$ مقدار تابع صفر است، پس $x = 3a$ طول نقطه مینیمم نسبی موردنظر است و داریم:

$$f(3a) = -27 \Rightarrow 27a^3(3a - 4a) = -27 \Rightarrow a^4 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad (*)$$

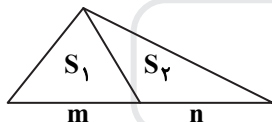
برای به دست آوردن نقطه عطف، مشتق دوم را به دست می آوریم:

$$f''(x) = 12x^2 - 24ax = 12x(x - 2a)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غلق} \\ x = 2a & \xrightarrow{(*)} x = \pm 2 \end{cases}$$

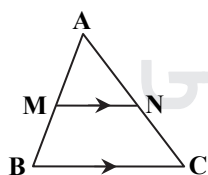
با توجه به فرض سؤال، نقطه عطف در ناحیه چهارم است، پس $x = 2$ قابل قبول است.

نکته ۱: نسبت مساحت دو مثلث که ارتفاع های برابر دارند، برابر نسبت قاعده های آنها است.



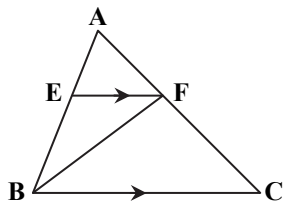
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

نکته ۲: در شکل روبه رو اگر $MN \parallel BC$ ، آنگاه:



$$\begin{cases} \text{(نسبت جزء به جزء)}: \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \\ \text{قضیه تالس} \\ \text{(نسبت جزء به کل)}: \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \\ \text{تعمیم قضیه تالس} \end{cases}$$

ابتدا طبق قضیه تالس خواهیم داشت:



$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{2}{3}$$

طبق نکته ۱ داریم:

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{AF}{FC} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{AE}{EB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle AEF} + S_{\triangle BEF}} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

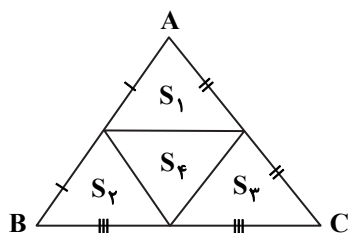
$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BFC}} \times \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

(۱) و (۲) را در هم ضرب می کنیم

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

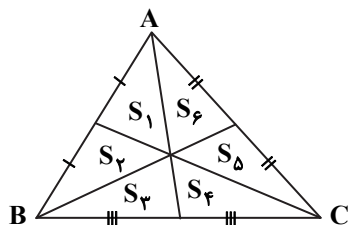
▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۱

نکته: اگر وسط اضلاع مثلثی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، ۴ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود:



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

نکته: اگر میانه‌های مثلثی را رسم کنیم، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود:



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

میانه AP را نیز رسم می‌کنیم. مطابق شکل و نکات فوق داریم:

$$S_{ANOM} = \frac{2}{6} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle OMN} = S_{ANOM} - S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} - \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$

گزینه ۲ پاسخ است.

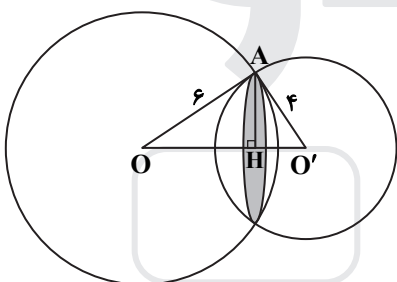
۲۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۴، درس ۲ هندسه ۱

در شکل زیر $OO' = 2\sqrt{13}$ است و مثلث OAO' قائم‌الزاویه است، زیرا رابطه فیثاغورس در آن صدق می‌کند.

$$OA^2 + O'A^2 = OO'^2 \Rightarrow 6^2 + 4^2 = (2\sqrt{13})^2 \Rightarrow 36 + 16 = 4 \times 13 \Rightarrow 52 = 52$$

حال باید محیط دایره‌ای با شعاع AH را بیابیم.



$$OA \cdot O'A = AH \cdot OO' \Rightarrow 6 \times 4 = AH \times 2\sqrt{13} \Rightarrow AH = \frac{12}{\sqrt{13}}$$

$$\text{محیط مقطع حاصل} = 2\pi \cdot AH = 2\pi \times \frac{12}{\sqrt{13}} = \frac{24\pi}{\sqrt{13}}$$

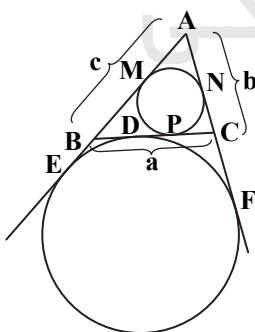
۲۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ و ۳ هندسه ۲

نکته: در مثلث ABC با دایره محاطی داخلی و یکی از دوائر محاطی خارجی به شکل روبه‌رو، روابط زیر را داریم: (P نصف محیط است).

- ۱) $AE = AF = P$
- ۲) $AM = AN = P - a$
- ۳) $BM = BP = P - b$
- ۴) $CN = CP = P - c$

با توجه به نکته، داریم:



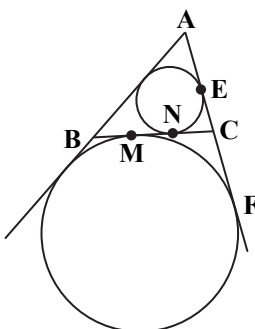
$$\left. \begin{array}{l} AF = P \\ AE = P - a \end{array} \right\} \Rightarrow EF = AF - AE = P - (P - a) = a \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AF = P \\ AC = b \end{array} \right\} \Rightarrow CM = CF = AF - AC = P - b \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} CN = P - c \\ (*): CM = P - b \end{array} \right\} \Rightarrow MN = CM - CN = P - b - (P - c) = c - b \quad (2)$$

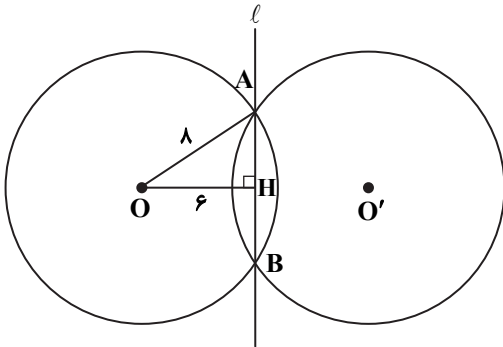
و در نهایت با استفاده از روابط (۱) و (۲) و طول اضلاع مثلث $(a = 7, b = 6, c = 8)$ ، نسبت اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به اندازه مماس مشترک داخلی آن‌ها، برابر است با:

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{EF}{MN} = \frac{a}{c - b} = \frac{7}{8 - 6} = \frac{7}{2} = 3.5$$



نکته: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود، آن وتر و کمان‌های نظیر آن را نصف می‌کند.
با توجه به شکل زیر، خط ℓ که عمود منصف OO' است، محور بازتاب می‌باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه OAH داریم:

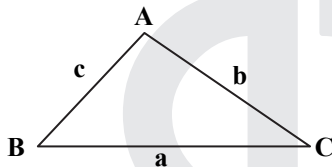
$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 8^2 - 6^2 = 28 \Rightarrow AH = 2\sqrt{7}$$



بنابراین طول وتر مشترک دو دایره برابر است با:

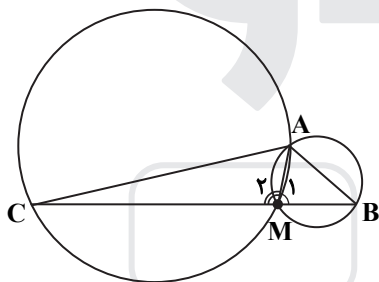
$$AB = 2 \times AH = 2 \times 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

نکته ۱: دایره محیطی هر مثلث، دایره‌ای است که همه رئوس مثلث، روی محیط آن قرار دارند.
نکته ۲ (قضیه سینوس‌ها): در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه‌های هر ضلع به سینوس زاویه مقابل به آن ضلع، برابر است با قطر دایره محیطی.



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \quad (R, \text{ شعاع دایره محیطی مثلث است.})$$

با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، در مثلث‌های ABM و ACM ، داریم:



$$\begin{cases} \Delta ABM : \frac{AB}{\sin \hat{M}_1} = 2R_1 \\ \Delta ACM : \frac{AC}{\sin \hat{M}_2} = 2R_2 \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم دو رابطه برهم}]{(\sin \hat{M}_1 = \sin \hat{M}_2)} \frac{AB}{AC} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 3$$

(یادآوری: می‌دانیم سینوس دو زاویه مکمل برابر است، یعنی $\sin \hat{M}_1 = \sin \hat{M}_2$)

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$AX - B = 2X + I \Rightarrow AX - 2X = B + I \Rightarrow \underbrace{(A - 2I)}_C X = \underbrace{B + I}_D \quad (1)$$

$$C = A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = B + I = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1)} CX = D \Rightarrow X = C^{-1} \times D, |C| = 0 - (-1) = 1 \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{+1} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = C^{-1} \times D = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۳

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{نکته ۱: } |kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}| \quad (k \in \mathbb{R})$$

نکته ۲: ماتریس قطری، ماتریسی است مربعی که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر باشند. (درایه‌های روی قطر اصلی می‌توانند صفر یا غیرصفر باشند).

نکته ۳: دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی آن.

$$\begin{vmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{vmatrix} = abc$$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$|A| = |4A + A| \Rightarrow |A| = |(4 + |A|)A| = (4 + |A|)^3 |A|$$

$$\Rightarrow |A| = (4 + |A|)^3 |A| \xrightarrow{|A| \neq 0} 1 = (4 + |A|)^3 \Rightarrow 4 + |A| = 1 \Rightarrow |A| = -3$$

با توجه به نکته ۲، اگر در نظر بگیریم $A = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{bmatrix}$ ، آنگاه با توجه به نکته ۳ داریم:

$$|A| = abc = -3$$

از آنجایی که طبق صورت سؤال $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، حالت‌های زیر و جایگشت‌هایشان برای مقادیر a, b, c می‌تواند وجود داشته باشد:

a	۱	۱	-۱
b	۱	-۱	-۱
c	-۳	۳	-۳
a + b + c	-۱	۳	-۵

بنابراین مجموع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس A می‌تواند ۱- یا ۳ یا -۵ باشد، پس گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۳

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: برای تبدیل معادلهٔ ضمنی سهمی به معادلهٔ متعارف (استاندارد):

(۱) متغیر درجه ۲ را سمت چپ نگه داشته و مربع کامل تشکیل می‌دهیم.

(۲) متغیر درجه ۱ و عدد ثابت را به سمت راست برده و از ضریب متغیر درجه ۱ فاکتور می‌گیریم.

نکته ۲: در سهمی قائم روبه‌بالا به معادلهٔ استاندارد $(x-h)^2 = 4a(y-k)$ ، داریم:

a = فاصله کانونی

$S(h, k)$: مختصات مرکز

$F(h, k+a)$: مختصات کانون

نکته ۳: خطی که در کانون بر محور تقارن سهمی عمود می‌شود، سهمی را در دو نقطه M و N قطع می‌کند که طول پاره خط MN برابر است با:

$$|MN| = |4a| \quad (a, \text{فاصله کانونی سهمی است})$$

نکته ۴: معادلهٔ استاندارد دایره به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع R به صورت $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ است.

ابتدا با توجه به نکته ۱، معادلهٔ سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$x^2 - 4y - 4x = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 4y \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 4y + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 4(y+1)$$

اینک با توجه به نکته ۲، واضح است که رأس سهمی $S(2, -1)$ ، $a = 1$ و داریم:

$$F(2, -1+1) \Rightarrow F(2, 0)$$

$$AB = |4a| = 4$$

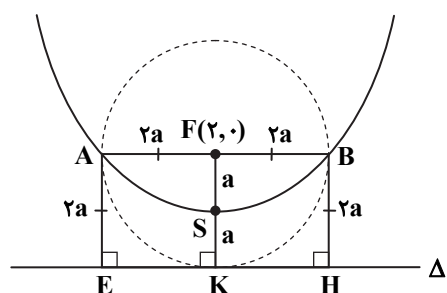
از طرفی با توجه به نکته ۳ و مطابق شکل، داریم:

پس باید معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $F(2, 0)$ و شعاع ۲ را بنویسیم. پس با توجه به

نکته ۴، داریم:

$$(x-2)^2 + y^2 = 4 \xrightarrow[\text{تلاقی یا محور } x \text{ ها}]{y=0} (x-2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-2 = -2 \Rightarrow x=0 \Rightarrow (0, 0) \\ x-2 = 2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow (4, 0) \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



نکته: در هر بیضی با طول قطر بزرگ ۲a، طول قطر کوچک ۲b و فاصله کانونی ۲c داریم:

$$۱) a^2 = b^2 + c^2 \quad ۲) \text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a}$$

با توجه به نکات، داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{c^2}{a^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{4}{5} \Rightarrow b = \frac{4}{5}a \quad (*)$$

از طرفی با توجه به صورت سؤال و نکته، داریم:

$$2a + 2b = 36 \Rightarrow a + b = 18 \xrightarrow{(*)} a + \frac{4}{5}a = 18 \Rightarrow \frac{9}{5}a = 18 \Rightarrow a = 10 \xrightarrow{\frac{c}{a} = \frac{3}{5}} \frac{c}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow c = 6$$

و فاصله کانونی بیضی، برابر است با: ۱۲ = ۲c

نکته: فرض کنیم $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار باشند. ضرب خارجی \vec{a} و \vec{b} را که با نماد $\vec{a} \times \vec{b}$ نمایش می‌دهیم به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

نکته: تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \quad \vec{a} = (-2, 1, 0), \vec{b} = (1, 0, 3), \vec{c} = (-1, -2, -1)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(0+6) - \vec{j}(-1+3) + \vec{k}(-2-0) = 6\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

ابتدا بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ را می‌یابیم:

$$\vec{d} = \vec{b} \times \vec{c} = (6, -2, -2), \vec{a} = (-2, 1, 0)$$

حال تصویر \vec{a} را بر $\vec{b} \times \vec{c}$ به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{|\vec{d}|^2} \vec{d} = \frac{-12 - 2 + 0}{36 + 4 + 4} \vec{d} = -\frac{14}{44} \vec{d} = -\frac{7}{22} \vec{d}$$

$$|\vec{a}'| = \frac{7}{22} |\vec{d}| = \frac{7}{22} \times \sqrt{36 + 4 + 4} = \frac{7}{22} \times \sqrt{44} = \frac{7}{22} \times 2\sqrt{11} = \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

نکته ۱: جدول ارزش ترکیب فصلی، عطفی، شرطی و دو شرطی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

نکته ۲: ترکیب شرطی دو گزاره زمانی به انتقای مقدم درست است که مقدم نادرست باشد.

با توجه به نکته ۲، گزاره داده شده زمانی به انتقای مقدم نادرست است که $p \Leftrightarrow q$ دارای ارزش نادرست باشد. ترکیب دوشروطی دو گزاره زمانی نادرست است که دو گزاره هم‌ارزش نباشند، پس p و q هم‌ارزش نیستند. از طرفی $r \wedge p$ ممکن است درست باشد (p و r هر دو درست) یا نادرست باشد (حداقل یکی از p یا r نادرست است). حال به سراغ تحلیل گزینه‌ها می‌رویم:

گزینه ۱: $p \Leftrightarrow q$ حتماً نادرست است ولی $r \vee (p \wedge q)$ ممکن است درست یا نادرست باشد. ارزش گزاره $p \wedge q$ نادرست است، بنابراین ارزش $r \vee (p \wedge q)$ به ارزش r بستگی دارد. اگر r درست باشد، $r \vee (p \wedge q)$ درست و ارزش کل گزاره نادرست است و اگر r نادرست باشد، $r \vee (p \wedge q)$ نادرست و ارزش کل گزاره درست است.

گزینه ۲: چون p و q هم‌ارزش نیستند، پس $p \wedge q$ حتماً نادرست است و $r \wedge (p \wedge q)$ نیز حتماً نادرست است. بنابراین ارزش کل گزاره به انتقای مقدم درست است.

گزینه ۳: $p \vee q$ درست است. $r \wedge q$ ممکن است درست یا نادرست باشد، پس ارزش کل گزاره را نمی‌توان تعیین کرد.

گزینه ۴: $p \wedge q$ نادرست است. با توجه به اینکه $q \Rightarrow p$ ممکن است درست یا نادرست باشد، ارزش کل گزاره را نمی‌توان مشخص کرد.

۳۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۳)

نکته ۱: $A \subseteq B$ است اگر و فقط اگر $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$

نکته ۲ (دمورگان): $(A \cap B)' = A' \cup B'$ و $(A \cup B)' = A' \cap B'$

نکته ۳ (پخش و فاکتورگیری): $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

مطابق خاصیت فاکتورگیری داریم: $(A' \cup B') \cap (A' \cup C') = A' \cup (B' \cap C')$

$$A' \cup (B' \cap C') \xrightarrow{\text{نکته ۲}} A' \cup (B \cup C)' \xrightarrow{\text{نکته ۱}} A' \cup C' \xrightarrow{\text{نکته ۲}} (A \cap C)' \xrightarrow{\text{نکته ۱}} A'$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: تعداد حالات انتخاب ۲ شیء متمایز از بین n شیء متمایز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ابتدا یک جفت از میان ۶ جفت انتخاب می کنیم: $\binom{6}{1} = 6$

سپس از میان ۵ جفت دیگر تعداد ۳ جفت انتخاب می کنیم: $\binom{5}{3} = 10$

حال از هر جفت از ۳ جفت انتخاب شده یک لنگه برمی داریم: $\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 8$

و در نهایت طبق اصل ضرب داریم: $6 \times 10 \times 8 = 480$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته ۱: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نکته ۲: احتمال وقوع پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با $P(A | B)$ نمایش داده و برابر است با: $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

نکته ۳: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه پیشامدهای B و A' نیز مستقل هستند و داریم: $P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$

نکته ۴: $P(A') = 1 - P(A)$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم:

$$\frac{P(A' - B')}{P(B)} = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A') \times P(B)}{P(B)} = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

و اینک با توجه به نکات ۳ و ۴، خواهیم داشت:

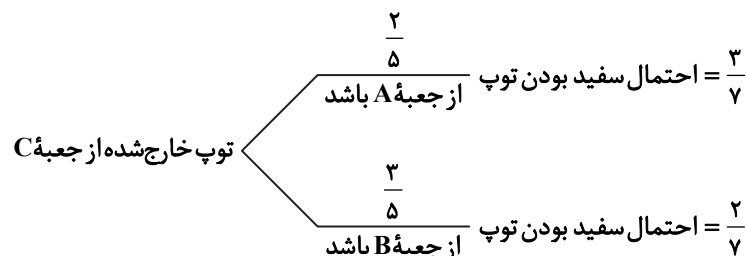
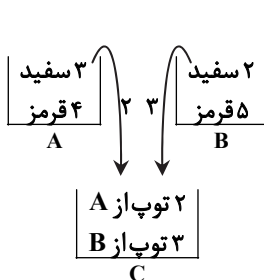
۳۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و $1 \leq n$ داریم:

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(A | B_n)$$

$$2) P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}$$



طبق نکته فوق داریم:

$$P(\text{توپ سفید باشد}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{12}{35}$$

$$P(\text{توپ سفید باشد} | \text{توپ از A باشد}) = \frac{P(\text{توپ از A باشد}) \cdot P(\text{توپ سفید باشد} | \text{توپ از A باشد})}{P(\text{توپ سفید باشد})} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{12}{35}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

نکته: احتمال وقوع پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با $P(A|B)$ نمایش داده و می‌خوانیم احتمال A به شرط B که برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اگر پیشامد B را بلندقدتر بودن فرزند از بهزاد در نظر بگیریم، داریم:

$$P(B) = \frac{1}{2} \quad (*)$$

حال اگر پیشامد A را نفر هشتم بودن بهزاد به لحاظ بلندی قد بین ۱۲ نفر در نظر بگیریم، با توجه به اطلاعات مسئله باید مقدار $P(A|B)$ را حساب کنیم که با توجه به نکته، داریم: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ یعنی اینکه بهزاد در بین دوازده نفر تیم به لحاظ بلندی قد، نفر هشتم باشد و فرزند از او بلندقدتر باشد، که احتمال آن برابر است با:

$$P(A \cap B) = \frac{10! \times 4}{12!} = \frac{10! \times 4}{12 \times 11 \times 10!} = \frac{1}{33} \quad (**)$$

$$\binom{4}{1} = 4$$

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{(**)}{(*)} = \frac{\frac{1}{33}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{33}$$

ابتدا به کمک فرمول واریانس می‌توانیم مجموع مربعات تفاضل هر داده را از میانگین به شکل زیر محاسبه کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 4 = \frac{(x_1 - 2)^2 + \dots + (x_6 - 2)^2}{6} \Rightarrow (x_1 - 2)^2 + \dots + (x_6 - 2)^2 = 24$$

میانگین سه عدد ۱، ۲، ۳ همان عدد ۲ می‌باشد، پس می‌توان واریانس ۹ داده جدید را به شکل زیر نوشت:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{(x_1 - 2)^2 + \dots + (x_6 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (3 - 2)^2}{9} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{24 + 1 + 0 + 1}{9} = \frac{26}{9}$$

جذر واریانس انحراف معیار نامیده می‌شود، پس:

$$\sigma = \frac{\sqrt{26}}{3}$$

نکته ۱: برای محاسبه باقی‌مانده اعداد توان‌دار در تقسیم به پیمانه m مانند محاسبه باقی‌مانده 3^{104} بر ۲۸، سعی می‌کنیم توان کوچکی از عدد ۳ را پیدا کنیم که در تقسیم بر عدد ۲۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ یا -۱ داشته باشد. سپس با به توان رساندن طرفین می‌توان به توان موردنظر رسید.

نکته ۲: طرفین هم‌نهشتی را می‌توان به توان عددی طبیعی رساند.

نکته ۳: طرفین هم‌نهشتی را می‌توان در یک عدد طبیعی ضرب کرد.

نکته ۴: طرفین هم‌نهشتی را می‌توان با یک عدد صحیح جمع و یا تفریق کرد.

با توجه به نکات، داریم:

$$\begin{aligned} 3^3 &= 27 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 34} (3^3)^{34} \equiv (-1)^{34} \\ &\Rightarrow 3^{102} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{104} \equiv 9 \xrightarrow{+2} 3^{104} + 2 \equiv 11 \\ &\Rightarrow (3^{104} + 2)^2 \equiv 11^2 \equiv 121 \equiv 121 - 112 \equiv 9 \end{aligned}$$

یعنی باقی‌مانده تقسیم $(3^{104} + 2)^2$ بر ۲۸ برابر ۹ است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: معادله سیاله $ax + by = c$ با تبدیل به معادله هم‌نهشتی $ax \equiv c$ یا $by \equiv c$ قابل حل است.

نکته ۲: $a \equiv b \xrightarrow[k' \in \mathbb{Z}]{m} a \pm km \equiv b \pm k'm$ ($m \in \mathbb{N}$)

نکته ۳: $ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$ ($m \in \mathbb{N}$)

نکته ۴: $x \equiv b \Rightarrow x = mk + b$ ($m \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}$)

با توجه به نکته ۱، از معادله $2x + 5y = 29$ داریم:

$$2x \equiv 29 \xrightarrow[-25]{\text{نکته ۲}} 2x \equiv 4 \xrightarrow[(2, 5)=1]{\text{نکته ۳}} x \equiv 2 \xrightarrow[\text{نکته ۴}]{\text{نکته ۲}} x = 5k + 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

برای یافتن کوچک‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی، کفایست قرار دهیم: $x \geq 100$ و خواهیم داشت:

$$5k + 2 \geq 100 \Rightarrow 5k \geq 98 \Rightarrow k \geq 20 \Rightarrow k_{\min} = 20 \Rightarrow x_{\min} = 5(20) + 2 = 102$$

بنابراین مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی x ، برابر $1 + 0 + 2 = 3$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: در هر گراف r -منتظم از مرتبه p و اندازه q داریم: $rp = 2q$

نکته ۲: تعداد یال‌های هر گراف کامل p رأسی برابر است با: $q = \frac{p(p-1)}{2}$

نکته ۳: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

با توجه به نکته ۱، در این گراف ۴-منتظم، داریم:

$$4p = 2q \Rightarrow q = 2p$$

از طرفی مطابق نکته ۲ داریم:

$$2p + 12 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p + 24 = p^2 - p \Rightarrow p^2 - 5p - 24 = 0 \Rightarrow (p-8)(p+3) = 0 \Rightarrow p = 8$$

در گراف کامل مرتبه ۸ همواره $\Delta = \delta = p - 1 = 7$ و عدد احاطه‌گری نیز همیشه برابر ۱ است، پس:

$$\Delta(G) + \delta(G) + \gamma(G) = 7 + 7 + 1 = 15$$

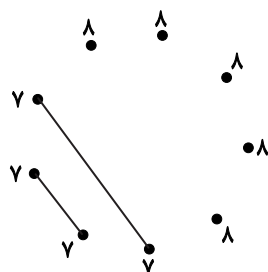
▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

گراف G از گراف کامل K_q ، ۲ یال کمتر دارد ($\frac{9 \times 8}{2} = 36$). برای اینکه حداقل تعداد مجموعه احاطه‌گر مینیمم را داشته باشد،

این دو یال را به صورت زیر از گراف K_q حذف می‌کنیم.



حال پنج رأس با درجه ۸ و چهار رأس با درجه ۷ باقی می‌ماند. هریک از رأس‌های با درجه ۸ کل گراف G را احاطه می‌کنند، پس حداقل ۵ مجموعه احاطه‌گر مینیمم وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

بدترین حالت را برای رسیدن به شرایط خواسته شده در نظر می‌گیریم. هر ۶ گوی آبی و هر ۱۱ گوی بنفش خارج شوند. حال اگر ۷ گوی نارنجی خارج شوند، مطمئناً شرایط خواسته شده به وجود می‌آید.

$$6 + 11 + 7 = 24$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

دما، جرم، زمان، طول، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده، کمیت‌های اصلی هستند.

۴۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

شفق‌های قطبی، آتش، آذرخش و خورشید نمونه‌هایی از ماده در حالت پلاسما هستند.

۴۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$r_2 = 2r_1 \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

$$|\Delta V_1| = \Delta V_2 \Rightarrow |A_1 \Delta h_1| = A_2 \Delta h_2 \Rightarrow A_1 \times 40 = 4A_1 \times \Delta h_2 \Rightarrow \Delta h_2 = 10 \text{ cm}$$

یعنی وقتی پیستون ۴۰ cm بالا می‌رود، سطح آزاد آب در استوانه بالایی ۱۰ cm بالا می‌رود؛ بنابراین ارتفاع سطح آزاد آب از پیستون ۳۰ cm کم می‌شود.

$$\Delta h_{\text{کل}} = 10 - 40 = -30 \text{ cm}$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times \frac{-30}{100} = -3000 \text{ Pa}$$

یعنی فشار به اندازه ۳۰۰۰ Pa کمتر می‌شود.

۴۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{هوا}} + W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{هوا}} + (mg \cos 180^\circ) d = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow W_{\text{هوا}} + 2 \times 10 \times (-1) \times 30 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{هوا}} = 16 + 600 = 616 \text{ J}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_{\text{وزن}} = 2 \text{ J} \Rightarrow -mg\Delta h = 2 \Rightarrow -m \times 10 \times (-4) = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{20} \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

$$|W_{\text{مقاومت هوا}}| = 0.1 \times W_{\text{وزن}} = \frac{1}{10} \times 2 = 0.2 \text{ J}$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = E_2 - E_1 \Rightarrow -0.2 = U_{\text{فتر}} - 2 \Rightarrow U_{\text{فتر}} = 1.8 \text{ J}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q = C\Delta T \Rightarrow 16000 = 320 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 50 \text{ K}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T = 100 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 = 6 \times 10^{-2} \text{ cm} = 0.6 \text{ mm}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_V$$

$$\Rightarrow 61400 = 0.2 \times 1400 \times 50 + 0.2 L_V \Rightarrow L_V = \frac{6000}{0.2} = 300 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 300 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{45 \times 2}{T_1} = \frac{15 \times 8}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3}$$

از آنجایی که انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی، فقط به دما وابسته است، داریم:

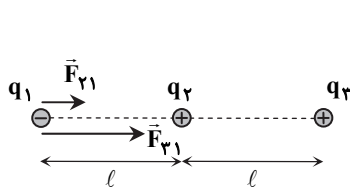
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{4}{3}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

با توجه به اینکه جرم و اصطکاک پیستون ناچیز است، فشار هوای محبوس با فشار هوای محیط برابر است. از طرف دیگر با توجه به اینکه به آرامی به گاز گرما داده‌ایم، گاز یک فرایند هم‌فشار را می‌پیماید.

$$W = -P\Delta V = -P\Delta h = -10^5 \times 100 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-2} = -20 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 30 = Q - 20 \Rightarrow Q = 50 \text{ J}$$

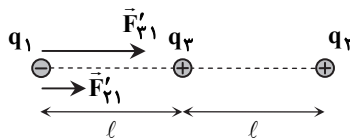


$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F_{21} = k \frac{1 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{\ell^2}$$

$$F_{31} = k \frac{8 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{4\ell^2} \Rightarrow F_{T1} = 12 \times 10^{-18} \times \frac{k}{\ell^2}$$

وضعیت جدید:



$$F'_{21} = k \frac{1 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{4\ell^2} \text{ و } F'_{31} = k \frac{8 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{\ell^2}$$

$$\Rightarrow F'_{T1} = 33 \times 10^{-18} \frac{k}{\ell^2} \Rightarrow \frac{F'_{T1}}{F_{T1}} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}$$

$$\Delta U = q\Delta V = (-e)(V_B - V_A) = -eV$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل الکتریکی ۱eV کاهش یافته، پس انرژی جنبشی آن ۱eV زیاد شده و چون ذره از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس انرژی در نقطه B برابر ۱eV است.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 7/2}{9 \times 10^{-31}}} = 1/6 \times 10^6 \frac{m}{s}$$

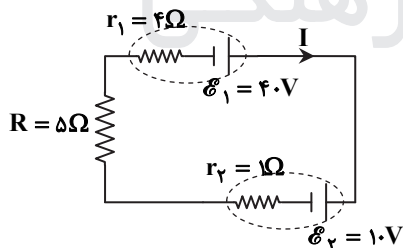
$$Q_2 = Q_1 + \frac{1}{5}Q_1 = \frac{6}{5}Q_1$$

$$\Delta U = \frac{1}{2C}(Q_2^2 - Q_1^2) \Rightarrow 16 = \frac{1}{2 \times 22}(\frac{36}{25}Q_1^2 - Q_1^2) \Rightarrow Q_1 = 40 \mu C$$

مقاومت الکتریکی یک رسانا با مقاومت ویژه آن رابطه مستقیم دارد.

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \alpha \Delta T \Rightarrow 0.09 = 75\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{9 \times 10^{-2}}{75} = 1/2 \times 10^{-3} K^{-1}$$

با توجه به $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ ، جهت جریان در مدار ساعت گرد است.

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{40 - 10}{5 + 4 + 1} = 3 A$$

از آنجایی که جریان به باتری شماره ۲ وارد می‌شود و باتری در حال دریافت انرژی از مدار است، می‌توان نوشت:

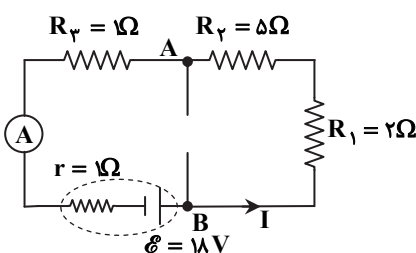
$$P_{\text{ورودی}} = \mathcal{E}_2 I + r_2 I^2 = 10 \times 3 + 1 \times 3^2 = 39 W$$

چون ولت‌سنج آرمانی است، جریانی از شاخه شامل ولت‌سنج عبور نمی‌کند، بنابراین سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 متوالی خواهند بود. از طرفی آمپرسنج آرمانی است، پس جریانی از مقاومت ۳ اهمی عبور نمی‌کند (اتصال کوتاه)؛ بنابراین مدار به صورت روبه‌رو ساده می‌شود.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 2 + 5 + 1 = 8 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{8 + 1} = 2 A \Rightarrow \text{آمپرسنج } 2A \text{ را نشان می‌دهد.}$$

$$V_B - V_A = R_{1,2} \times I = 7 \times 2 = 14 V \Rightarrow \text{ولت‌سنج } 14V \text{ را نشان می‌دهد.}$$



$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط پیچ}} = \frac{L}{2\pi R} = \frac{72}{2 \times \pi \times 0.6} = \frac{60}{\pi} \text{ دور}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{60}{\pi} \times I}{2 \times 6 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = 1/2 \text{ A}$$

از آنجا که ذره به صورت افقی و به طور مستقیم به حرکت خود ادامه داده، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر بوده است.

$$F_{\text{مغناطیسی}} = W \Rightarrow |q|vB\sin\theta = mg \Rightarrow 2.0 \times 10^{-9} \times 1.6 \times B \times 1 = 0.8 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow B = 0.4 \text{ T} = 400 \text{ G}$$

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 4 \text{ s} \Rightarrow B_1 = (4 \times 4 - 1) \times 10^{-3} &= 15 \times 10^{-3} \text{ T} \\ t_2 = 6 \text{ s} \Rightarrow B_2 = (4 \times 6 - 1) \times 10^{-3} &= 23 \times 10^{-3} \text{ T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\Phi = \Delta B \times A \times \cos\theta = (23 - 15) \times 10^{-3} \times 0.25 \times 1 = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = \left| -\frac{2 \times 10^{-3}}{2} \right| = 10^{-3} \text{ V}$$

$$R = \frac{|\mathcal{E}|}{I} = \frac{10^{-3}}{0.2 \times 10^{-3}} = 5 \Omega$$

با توجه به خطی بودن تغییرات B بر حسب t می توان نوشت:

$$\frac{0.8 - 0}{-B'} = \frac{3 - 10}{40 - 30} \Rightarrow B' = -0.4 \text{ T}$$

$$\Phi = BAC\cos\theta \Rightarrow \begin{cases} \Phi(0) = 0.8 \times 2.0 \times 10^{-4} \times 1 = 16 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ \Phi(40) = 0.4 \times 2.0 \times 10^{-4} \times (-1) = -8 \times 10^{-4} \text{ Wb} \end{cases}$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = 100 \times \frac{24 \times 10^{-4}}{40 \times 10^{-3}} = 6 \text{ V}$$

زمان به هم رسیدن دو متحرک ریشه معادله $x_1(t) = x_2(t)$ است و ما می خواهیم این دو متحرک به هم نرسند، یعنی این معادله ریشه نداشته باشد. ابتدا معادله مکان- زمان دو متحرک را می نویسیم. ($x = 0$ را مکان کامیون در لحظه شروع ترمز در نظر گرفته ایم).



$$\text{اتومبیل: } x_1 = v_1 t + d$$

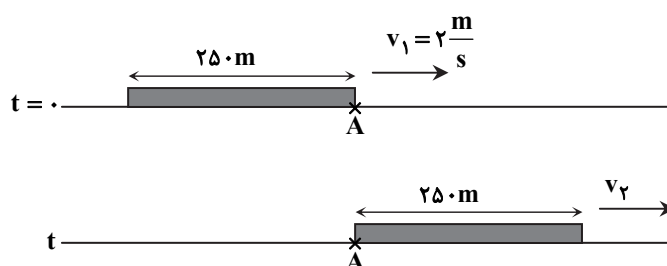
$$\text{کامیون: } x_2 = -\frac{1}{2}at^2 + v_2 t$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + v_2 t = v_1 t + d \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + (v_1 - v_2)t + d = 0$$

برای آنکه برخوردی اتفاق نیفتد، باید معادله درجه دوم بالا ریشه نداشته باشد و $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow (v_1 - v_2)^2 - 4 \times \frac{1}{2}a \times d < 0 \Rightarrow a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d} \Rightarrow a > \frac{12/5^2}{2 \times 62/5} = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_1 - v_2 = 105 - 65 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



قطار در این مدت باید مسافتی برابر طول قطار را جلو برود.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 250 = \frac{1}{2}a \times 10^2 + 20 \times 10 \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

چون نمودار سرعت- زمان خط راست است، a و a_{av} برابرند.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 40}{10} = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 240 = -2t^2 + 40t + 48 \Rightarrow 2t^2 - 40t + 192 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 20t + 96 = 0 \Rightarrow (t-10)^2 - 4 = 0 \Rightarrow t-10 = \pm 2 \Rightarrow t = 8s \text{ و } 12s$$

دقت کنید نادرستی گزینه‌های ۱ و ۳ قبل از محاسبه هم معلوم است؛ زیرا دو تا جواب این سؤال باید نسبت به $t = 10s$ (لحظه صفر شدن سرعت) قرینه یکدیگر باشند.

۶۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

مطابق شکل، جهت مثبت محور مکان را رو به بالا و مبدأ مکان را پشت‌بام ساختمان فرض کنیم:

ابتدا مدت زمان حرکت هر گلوله تا لحظه‌ای که گلوله اول (A) به زمین می‌رسد را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_{AB} = -\frac{1}{2}gt^2 - (-\frac{1}{2}g(t-2)^2) \Rightarrow -80 = -5t^2 - (-5(t-2)^2)$$

$$\Rightarrow 16 = t^2 - t^2 + 4t - 4 \Rightarrow 20 = 4t \Rightarrow t = 5s = t_A$$

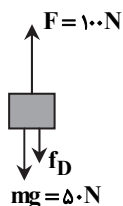
$$t_B = t_A - 2 = 5 - 2 = 3s \text{ و } t_C = t_B - 2 = 3 - 2 = 1s$$

$$\Delta y_{BC} = y_B - y_C = -\frac{1}{2}gt_B^2 - (-\frac{1}{2}gt_C^2) = -5(3^2 - 1^2) = -5 \times 8 = -40m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{BC}| = 40m$$

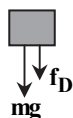
۶۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

تا رسیدن به نقطه اوج، جسم به طرف بالا حرکت می‌کند و جهت \vec{f}_D به طرف پایین است. حالت اول:



$$v = at + v_0 = 5(10 - \frac{f_D}{5}) = 50 - f_D$$

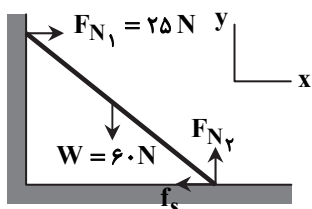
حالت دوم:



$$a_y = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-mg - f_D}{m} = \frac{-50 - f_D}{5} = -10 - \frac{f_D}{5}$$

$$v' = a_y t + v_0 \Rightarrow 0 = (-10 - \frac{f_D}{5}) \times 4 + (50 - f_D) = 10 - \frac{4f_D}{5} = 0 \Rightarrow f_D = \frac{50}{4} N$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow f_s = F_{N1} = 25 N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N2} = W = mg = 6 \times 10 = 60 N$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_{N2}^2} = \sqrt{625 + 3600} = \sqrt{4225} = 65 N$$

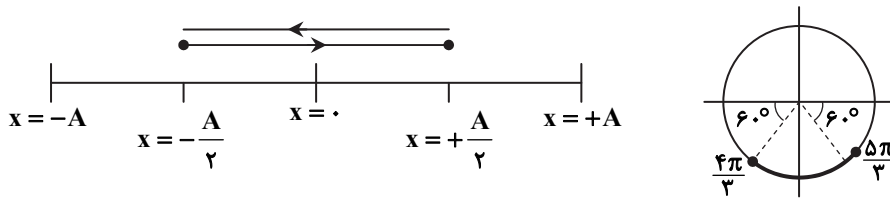
۶۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر اتومبیل، نیروی مرکزگرا است.

$$f_s = F_c = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{f_s}{W} = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} = \frac{(108 \frac{km}{h} \times \frac{10^3 m}{1 km} \times \frac{1 h}{3600 s})^2}{10 \times 10} = \frac{(30)^2}{1000} = \frac{9}{100}$$

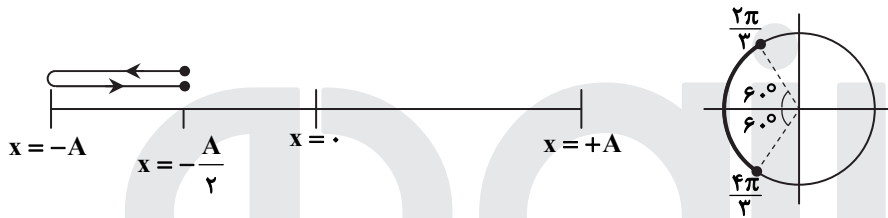
حالت اول: فرض می‌کنیم متحرک از مکان $x = -\frac{A}{2}$ به‌طور مستقیم به مکان $x = +\frac{A}{2}$ رفته باشد یا برعکس.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} \cos \omega t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \cos \omega t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{\pi}{3}$$

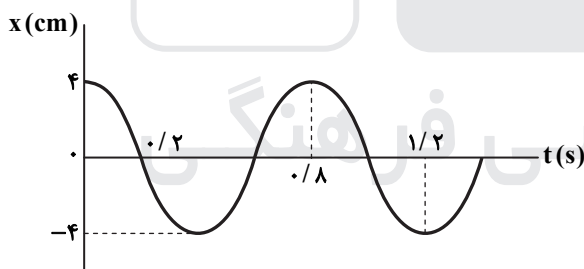
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow 20 = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 80 \text{ ms}$$

حالت دوم: فرض می‌کنیم متحرک از مکان $x = -\frac{A}{2}$ (یا $x = +\frac{A}{2}$) مطابق شکل به انتهای مسیر نوسان رفته و باز می‌گردد.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} \cos \omega t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \cos \omega t_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = 20 \Rightarrow T = 60 \text{ ms}$$

$$1/2 = \frac{3}{4} T \Rightarrow T = 2/3 \text{ s}$$



زمان‌های $t_1 = 0/2 \text{ s}$ و $t_2 = 0/8 \text{ s}$ روی نمودار مکان-زمان نشان داده شده‌اند.

در $t_2 = 0/8 \text{ s}$ متحرک در یک انتهای مسیر است و سرعت آن صفر است. ($v_{t_2} = 0$)

در $t_1 = 0/2 \text{ s}$ متحرک از وضع تعادل می‌گذرد؛ ضمناً شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در این لحظه نشان می‌دهد که سرعت متحرک منفی است.

$$v_{t_1} = -v_{\max} = -A\omega = -A \times \frac{2\pi}{T} = -0/4 \times \frac{2\pi}{2/3} \Rightarrow v_{t_1} = -\frac{\pi}{10} \text{ m/s}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t_2} - v_{t_1}}{0/8 - 0/2} = \frac{0 - (-\frac{\pi}{10})}{0/6} = \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 90 \Rightarrow \lambda = 120 \text{ cm} = 1/2 \text{ m}$$

$$v = f \cdot \lambda = 10 \times 1/2 = 5 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{F \times 0/9}{0/150}} \Rightarrow 5 \times 5 = \frac{F}{150} \Rightarrow F = 375 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{E}{A\Delta t} = \frac{2/7 \times 10^{-3}}{9.0 \times 10^{-4} \times 6} = \frac{27 \times 10^{-4}}{54 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-3} \frac{W}{m^2}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \log (5 \times 10^9) = 10 \log \left(\frac{1}{2} \times 10^{10} \right) = 10(-0.3 + 10) = 97 \text{ dB}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

زاویه تابش:

$$\theta_1 + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 60^\circ$$

زاویه شکست:

$$\theta_1 + \theta_2 + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

در تار دو سر بسته، n شکم و (n + 1) گره در طول تار تشکیل می‌شود. n شماره هماهنگ تار است.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_A = f_B \Rightarrow \frac{4v_A}{2L_A} = \frac{2v_B}{2L_B} \xrightarrow{L_A=3L_B} \frac{2}{3}v_A = v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B} \cdot \frac{\mu_B}{\mu_A}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B} \times 1} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{9}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

با تغییر محیط، بسامد پرتو و انرژی هر فوتون تغییر نمی‌کند، پس انرژی فوتون را در همان خلأ حساب می‌کنیم.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{4.0 \times 10^{-9}} = 3 \text{ eV}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

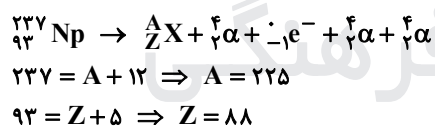
۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.0} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{1}{1.0} \left(\frac{25-4}{100} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{1000}{21} \approx 500 \text{ nm}$$

این طول موج در طیف مرئی قرار دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۴ و ۶)

۷۵- پاسخ: گزینه ۴



شیمه

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

لیتیم دو ایزوتوپ طبیعی (${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$) دارد. در نمونه ذکر شده درصد فراوانی ایزوتوپ سبک ۱۰ درصد ($\frac{6}{7} \times 100 = 10\%$) و فراوانی ایزوتوپ سنگین، ۹۰ درصد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فراوانی ایزوتوپ سنگین در نمونه طبیعی، ۹۴ درصد است.

(۲) شمار نوترون‌ها به تعداد ایزوتوپ سنگین‌تر بیشتر از شمار پروتون‌ها است؛ در ۱۰۰ اتم از نمونه مورد نظر، ۳۰۰ پروتون و ۳۹۰ نوترون وجود دارد.

$$\frac{390}{300} = 1/3$$

(۴) در نمونه‌های خالص عنصر لیتیم، تفاوت شمار نوترون‌ها با شمار پروتون‌ها، با تعداد اتم‌های سنگین‌تر (${}^7\text{Li}$) برابر است، زیرا در اتم سبک‌تر (${}^6\text{Li}$)، شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر است.

فرمول شیمیایی منیزیم فسفید (Mg_3P_2) است و هر مول از این ترکیب، جرمی معادل ۱۳۴ گرم داشته و شامل ۵ مول یون است.

$$\frac{6}{0.2 \times 10^{23} \text{ Ion}} \times \frac{1 \text{ mol Ion}}{6 \times 10^{23} \text{ Ion}} \times \frac{1 \text{ mol } Mg_3P_2}{5 \text{ mol Ion}} \times \frac{134 \text{ g } Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 26/8 \text{ } Mg_3P_2$$

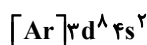
$$\frac{3}{0.1 \times 10^{24} \text{ Ion}} \times \frac{1 \text{ mol Ion}}{6 \times 10^{23} \text{ Ion}} \times \frac{1 \text{ mol } Mg_3P_2}{5 \text{ mol Ion}} \times \frac{134 \text{ g } Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 134 \text{ g } Mg_3P_2$$

عبارت‌های دوم تا چهارم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول: مدل لایه‌ای توسط دانشمندان دیگری به جز بور، ارائه شده است.

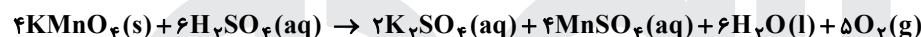
در اتم عنصر مورد نظر، ۸ الکترون با $I=2$ وجود دارد، (زیرا وقتی الکترون به زیر لایه d وارد شده است، لایه دوم پر شده است.)



این عنصر در گروه ۱۰ و دوره چهارم جدول قرار دارد و در اتم خود ۸ الکترون با $I=0$ (الکترون‌های زیر لایه‌های s) دارد.

کاهش جرم مخلوط مواد حین انجام واکنش، با جرم گاز تولید شده برابر است؛ پس ضمن انجام واکنش $6/4$ گرم گاز اکسیژن تولید شده است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت:



بوده و مجموع ضرایب ترکیب‌های فلزدار (K_2SO_4 ، $MnSO_4$ ، $KMnO_4$) در این معادله برابر ۱۰ است.

در دما و فشار معین (از جمله شرایط استاندارد) حجم گاز با شمار مول گاز رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{V_{CH_4}}{V_{O_2}} = \frac{n_{CH_4}}{n_{O_2}} = \frac{m_{CH_4}}{m_{O_2}} \times \frac{M_{O_2}}{M_{CH_4}} \Rightarrow 4 = \frac{m_{CH_4}}{m_{O_2}} \times \frac{48}{16} \Rightarrow \frac{m_{O_2}}{m_{CH_4}} = 0.75$$

گاز کربن دی‌اکسید مطابق فرایند $CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$ با کلسیم اکسید واکنش می‌دهد؛ پس برای واکنش کامل هر مول گاز کربن دی‌اکسید حداقل یک مول کلسیم اکسید لازم است:

$$168 \text{ g } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{56 \text{ g } CaO} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaO} = 3 \text{ mol } CO_2$$

از اکسایش گلوکز موجود در محلول، مطابق فرایند زیر ۳ مول کربن دی‌اکسید حاصل شده است که در شرایط استاندارد $67/2$ لیتر حجم دارد:

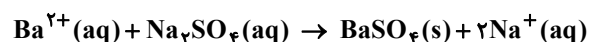


$$3 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{2 \text{ mol } CO_2} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 270 \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

درصد جرمی گلوکز در محلول اولیه $67/5\%$ جرمی است:

$$\frac{270}{400} \times 100 = 67/5$$

یون‌های باریم موجود در یک نمونه آب با افزودن مقدار کافی سدیم سولفات، به صورت جامدی سفیدرنگ ته‌نشین می‌شوند. بر اثر این اتفاق غلظت مولی یون‌های موجود در محلول افزایش می‌یابد (به‌ازای حذف شدن هر مول یون باریم، دو مول یون سدیم به محلول اضافه می‌شود).



عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: در شرایط یکسان، گاز کربن مونوکسید (CO) آسان‌تر از گاز نیتروژن (N_2) مایع می‌شود، زیرا CO قطبی است و نقطه جوش بالاتری دارد.

عبارت سوم: هیدروژن سولفید و آب مولکول‌های قطبی داشته و آب به دلیل قوی بودن نیروهای جاذبه بین مولکولی، در شرایط معمولی مایع است ولی هیدروژن سولفید حالت گازی دارد.

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

عنصر توصیف شده، کربن از گروه ۱۴ است و هر چهار عبارت توصیف‌هایی درست هستند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

مقدار کلسیم اکسید خالص تولیدشده برابر ۲۸ گرم $(۴۰ \times \frac{۷۰}{۱۰۰} = ۲۸)$ است و با استفاده از آن می‌توان جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده و خارج‌شده از مخلوط را محاسبه کرد:

$$۲۸ \text{ g CaO} \times \frac{۱ \text{ mol CaO}}{۵۶ \text{ g CaO}} \times \frac{۱ \text{ mol CO}_2}{۱ \text{ mol CaO}} \times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۲۲ \text{ g CO}_2$$

کاهش جرم مخلوط طی این فرایند، به اندازه جرم آب تبخیر شده (a گرم) و جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده (۲۲ گرم) است.

$$(۴۰ \times \frac{۳۰}{۱۰۰}) + ۲۸ + ۲۲ + a = (۶۲ + a) \text{ g}$$

$$\frac{a}{۶۲ + a} \times ۱۰۰ = ۲۲ / ۵ \Rightarrow a = ۱۸ \text{ g H}_2\text{O}$$

جرم نمونه اولیه، ۸۰ گرم بوده است.

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * فصل ۱ شیمی ۲

عبارت‌های اول و دوم، نادرست و عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

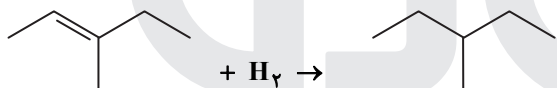
عبارت اول: برخی فلزهای واسطه دوره چهارم مانند ^{۲۱}Sc ، با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

عبارت دوم: مقدار طلا در معادن کم است و استخراج آن با تولید پسماند زیادی همراه است و هماهنگ با توسعه پایدار نیست.

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

ساختار داده شده مربوط به یک آلکن (دارای یک پیوند دوگانه) با فرمول مولکولی C_6H_{12} است. این هیدروکربن بر اثر واکنش کامل با گاز هیدروژن به آلکانی با نام ۳-متیل پنتان تبدیل می‌شود.



۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * فصل ۲ شیمی ۲

با توجه به ویژگی‌های مولکول AX_2 ، در ساختار آن دو پیوند $\text{A}=\text{X}$ وجود دارد.

$$\text{X}=\text{A}=\text{X} \rightarrow \text{A}+2\text{X}$$

$$۱۵ / ۶ \text{ g AX}_2 \times \frac{۱ \text{ mol AX}_2}{۷۸ \text{ g AX}_2} \times \frac{۲ \text{ mol A}=\text{X}}{۱ \text{ mol AX}_2} \times \frac{a \text{ kJ}}{۱ \text{ mol A}=\text{X}} = ۶۰ \text{ kJ} \Rightarrow a = ۱۵۰ \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\left| \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} \right| = \left| \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} \right| \Rightarrow ۵۲ \times ۳۰ = ۱۵۶۰ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

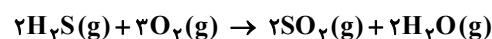
$$Q = ۰ / ۲ \text{ mol} \times \frac{۱۵۶۰ \text{ kJ}}{۱ \text{ mol}} = ۳۱۲ \text{ kJ}$$

$$\text{Fe جرم} = ۳۱۲ \text{ kJ} \times \frac{۱ \text{ mol Fe}}{۱۴ \text{ kJ}} \times \frac{۵۶ \text{ g Fe}}{۱ \text{ mol Fe}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰۰۰ \text{ g}} = ۱ / ۲۴۸ \text{ kg}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده به صورت زیر است:



موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی روابط نادرست:

$$\frac{2 \Delta m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{3 \Delta m_{\text{H}_2\text{S}}}{M_{\text{H}_2\text{S}}} \quad (\text{ث})$$

$$\bar{R}_{\text{SO}_2} = \bar{R}_{\text{H}_2\text{S}} \quad (\text{ت})$$

$$\Delta[\text{H}_2\text{S}] = -\Delta[\text{SO}_2] \quad (\text{ف})$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمای ذره‌ای، می‌توان دریافت واکنشی با معادله شیمیایی $۲\text{BA}_3 + \text{B}_2 \rightarrow ۳\text{A}_2 + \text{B}_2$ انجام می‌گیرد. سرعت این واکنش در یک بازه زمانی معین با سرعت متوسط مصرف B_2 برابر است؛ در این بازه زمانی ۲۰ دقیقه‌ای، ۱ ذره B_2 که معادل ۰/۰۲ مول از این ماده است، مصرف می‌شود:

$$\bar{R} = -\frac{\Delta n_{\text{B}_2}}{V \times \Delta t} = -\frac{۰ / ۰۲}{۲ \times \frac{۲۰}{۶۰}} = ۰ / ۰۳ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مانند بنزوئیک اسید از خانواده ترکیب‌های آلی آروماتیک است.

عبارت دوم: ترکیب داده شده، دارای عامل استری است که در حضور آب، آبکافت شده و به الکل و اسید تبدیل می‌شود. به دلیل اسید، کاغذ pH در محلول به رنگ سرخ در می‌آید.

عبارت سوم: دارای گروه‌های عاملی آلدهیدی، استری، اتری و الکی است.

عبارت چهارم: در اثر آبکافت گروه عاملی استری، اتانول تولید می‌شود که از واکنش آب با گاز اتن نیز به دست می‌آید.

۹۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

از انحلال دی‌نیتروژن پنتاکسید در آب مطابق فرایند $N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2NO_3^-(aq) + 2H^+(aq)$ ، یون هیدرونیوم تولید می‌شود.

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/7} = 10^{-5} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-5}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-5}} = 5 \times 10^{-10} \Rightarrow \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{2 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-10}} = 40000$$

$$2L \times \frac{2 \times 10^{-5} \text{ mol } H^+}{1L} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{2 \text{ mol } H^+} \times \frac{108 \text{ g } N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 21/6 \text{ mg } N_2O_5$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * فصل ۱ شیمی ۳

در فشار ۱۰ اتمسفر، انحلال‌پذیری باز موردنظر ۶۰ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس در ۵۰۰ گرم آب، می‌توان حداکثر ۳۰۰ میلی‌گرم از این باز را حل کرد. از آنجایی که رفتار باز در محلول مشابه سدیم هیدروکسید است، پس از حل شدن هر مول از این باز، یک مول یون هیدروکسید تولید می‌شود:

$$0/3 \text{ g B} \times \frac{1 \text{ mol B}}{30 \text{ g B}} \times \frac{1 \text{ mol } OH^-}{1 \text{ mol B}} = 0/01 \text{ mol } OH^- \Rightarrow [OH^-] = \frac{0/01}{0/5} = 0/02 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{0/02} = 5 \times 10^{-13} \Rightarrow pH = 13 - \log 5 = 12/3$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید برابر $7 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ و با توجه به درجه یونش اسید (۰/۰۲) و رابطه $[H^+] = M\alpha$ ، غلظت مولی محلول اسید $3/5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ است. برای خنثی کردن هر مول از این اسید، به ۱ مول سدیم هیدروکسید نیاز است:

$$2L \times \frac{3/5 \times 10^{-3} \text{ mol A}}{1L} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol A}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0/28 \text{ g NaOH}$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

به جز عبارت اول، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

در بین اکسندگی‌های موجود در جدول، قوی‌ترین اکسنده، گونه A_2 و ضعیف‌ترین اکسنده، یون‌های C^{2+} هستند.

۹۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

معادله موازنه شده به صورت $Si(s) + 2H_2O(l) \rightarrow SiO_2(s) + 2H_2(g)$ است. گونه Si کاهنده و H_2O ، اکسنده است. عدد اکسایش Si در این فرایند از صفر به +۴ افزایش یافته است. به‌ازای تولید ۲ مول گاز هیدروژن، ۴ مول الکترون در این فرایند مبادله می‌شود:

$$2L H_2 \times \frac{0/06 \text{ g } H_2}{1L H_2} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{2 \text{ mol } H_2} = 0/12 \text{ mol } e^-$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * فصل ۲ شیمی ۳

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) در حلی، فلز محافظ (قلع)، قدرت کاهندگی کمتر و پتانسیل کاهشی استاندارد بیشتری از فلز آهن دارد.

ب) در فرایند استخراج منیزیم از برقکافت منیزیم کلرید مذاب، یون‌های منیزیم کاهش یافته و فلز منیزیم استخراج می‌شود.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۳ شیمی ۳

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: سیلیس، الماس و سیلیسیم کربید از جمله موادی با ساختار ذره‌ای مشابه (جامدهای کووالانسی) هستند.

عبارت دوم: در ساختار سیلیس، هر اتم Si به چهار اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن به دو اتم Si متصل است.

عبارت پنجم: در فرمول شیمیایی سیلیس مانند فرمول مولکولی کربن دی‌اکسید، سه اتم وجود دارد. (برای سیلیس، فرمول مولکولی معنا ندارد).

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۳ شیمی ۳

مقدار بار یون اکسید (O^{2-}) بیشتر از یون کلرید (Cl^-) است و آنتالپی فروپاشی شبکه، با مقدار بار یون‌ها رابطه مستقیم دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) برخی از ترکیب‌های یونی در آب نامحلول هستند.

(۲) ترکیب‌های یونی در حالت جامد ساختار بلوری داشته ولی به دلیل عدم آزادی یون‌ها برای جابه‌جا شدن، در حالت جامد رسانای جریان برق نیستند.

(۳) با افزایش اندازه یون‌ها، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور کاهش و با افزایش بار الکتریکی یون‌ها، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور افزایش می‌یابد.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۴ شیمی ۳

مقدار اولیه NO_2 ، معادل 0.2 مول ($\frac{9}{46} = 0.2$) است که تا برقرار شدن تعادل ۴۰ درصد از آن مصرف می‌شود.

$$NO_2 \text{ باقی‌مانده} = 0.2 - 0.8 = 0.12 \text{ mol} \Rightarrow \frac{40}{100} \times 0.2 = 0.08 \text{ mol} = \text{مول } NO_2 \text{ مصرف‌شده}$$

با توجه به معادله تعادل برقرار شده، تا برقرار شدن تعادل، 0.08 مول NO و 0.04 مول گاز اکسیژن در ظرف تولید شده است؛ پس در تعادل، در مجموع 0.24 مول گاز وجود دارد.

$$K = \frac{[NO]^2 [O_2]}{[NO_2]^2} = \frac{\left(\frac{0.08}{5}\right)^2 \times \left(\frac{0.04}{5}\right)}{\left(\frac{0.12}{5}\right)^2} = \frac{16}{4500}$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۴ شیمی ۳

از آنجایی که با افزایش دما شمار مول گازهای موجود در تعادل افزایش می‌یابد (واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود)، تعادل گرماده است.

(الف) افزایش حجم ظرف (کاهش فشار): تعادل را به سمت چپ جابه‌جا کرده و شمار مول گاز اکسیژن را افزایش می‌دهد.

(ب) کاهش دمای مخلوط تعادلی: شمار مول گاز اکسیژن را کاهش می‌دهد.

(پ) وارد کردن مقداری گاز گوگرد دی‌اکسید (SO_2) به ظرف: تعادل را به سمت راست جابه‌جا کرده و شمار مول گاز اکسیژن را کاهش می‌دهد.

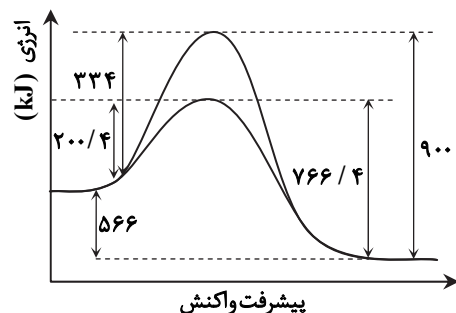
(ت) افزودن کاتالیزگر به مخلوط تعادلی: تأثیری بر مقادیر تعادلی ندارد.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۴ شیمی ۳

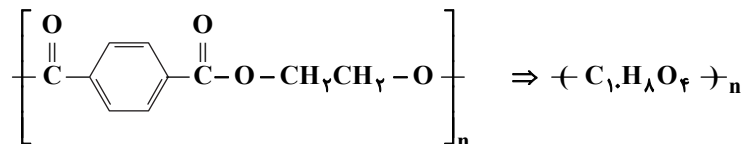
واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ گرماده است. از آنجایی که در حضور کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی این واکنش $133/6$ کیلوژول

(۴۰ درصد) کاهش می‌یابد، انرژی فعال‌سازی واکنش در جهت برگشت هم به این اندازه کاهش یافته است. پس انرژی

فعال‌سازی واکنش $2CO_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$ در عدم حضور کاتالیزگر 900 کیلوژول بوده است.



۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * فصل ۴ شیمی ۳



$$192n = 144000 \Rightarrow n = \frac{144000}{192} = \frac{3}{4} \times 1000 = 750$$