



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۱  
۱۹ اسفند ۱۴۰۱



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیعزاده – مهرداد کیوان		داریوش امیری – سینا پرهیزکار
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی – حسن محمدیگی	مهدیار شریف – داریوش امیری
۳	گسسته	رضا توکلی	امیر هوشنگ خمسه – سوگند روشنی	داریوش امیری – سینا پرهیزکار
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل – مجتبی دانایی	امیرعلی قزوینیان – محمدرضا خادمی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی – میر حسن حسینی	محبوبه بیگ محمدی – کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معینالدین تقی‌زاده - مهرداد شمسی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$x \geq 0 \Rightarrow y = x^2 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^2 - 2x \xrightarrow{y'=0} x = 0, \frac{2}{3}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = x^2 + x^2 \Rightarrow y' = 2x^2 + 2x \xrightarrow{y'=0} x = -\frac{2}{3}$$

سه نقطه بحرانی دارد.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۷)

۲. گزینه ۲ صحیح است.

نقاط بحرانی را محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} - f' = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \text{ min} \\ x = -1 \Rightarrow y = 8 \text{ max} \Rightarrow \begin{matrix} \text{max} \\ \text{min} \end{matrix} = 2 \\ x = 8 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$D_f = [0, 3]$$

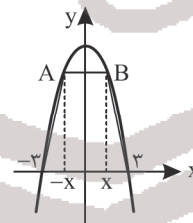
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{-1}{\sqrt{3-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

$f'$  همواره مثبت است.

$$\begin{aligned} \min = f(0) &= -2\sqrt{3} \\ \max = f(3) &= \sqrt{3} \Rightarrow \max \times \min = -6 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۴. گزینه ۱ صحیح است.



$$S = \frac{AB + \epsilon}{2} \times y_B = \frac{2x + \epsilon}{2} \times (9 - x^2)$$

$$= (x + 3)^2 (3 - x)$$

$$S' = 2(x + 3)(3 - x) - (x + 3)^2$$

$$= (x + 3)(6 - 2x - x - 3)$$

$$= (x + 3)(3 - 3x)$$

$$S' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = 32$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

ارتفاع مخروط را  $h$  و شعاع قاعده آن را  $r$  فرض کنید.

$$V = \frac{1}{3} h \pi r^2 = \frac{\pi}{3} h (36 - h^2) = \frac{\pi}{3} (36h - h^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} (36 - 3h^2) = 0 \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2} & x < 0 \\ \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

در بازه موردنظر باید  $f'$  و  $f''$  مثبت باشند.

$$f' = -x^2 - 4x + 5 = -(x-1)(x+5)$$

$$f'' = -2x - 4$$

x	-5	-2	1	
f'	-	+	+	-
f''	+	+	-	-

جواب

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\{f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = 0$$

$$f'(-3) = 0 \Rightarrow 27a - 6b + c = 0$$

در  $x=1$  علامت  $f'$  از  $+$  به  $-$  تغییر کرده پس در این نقطه ماکزیمم نسبی دارد.

$$f(1) = 5 \Rightarrow a + b + c = 5$$

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 27a - 6b + c = 0 \\ a + b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \\ c = 9 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$1) f\left(\frac{3}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{9}{16}(a + b) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$2) f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$f' = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{2b}{3a}$$

$$x = -\frac{2b}{3a} \Rightarrow y = \frac{4b^2}{9a^2}(-\frac{2b}{3} + b) = \frac{4b^2}{27a^2}$$

نقطه اکسترمم در معادله خط صدق می کند.

$$\frac{4b^2}{27a^2} = \frac{-4b}{3a} - 3 \Rightarrow \frac{4}{27} \times \frac{9}{4} b = -\frac{4}{3}(-\frac{3}{2}) - 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}b = -1 \Rightarrow b = -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \\ f''(x) = 6x + 2a \end{cases}$$

$$\{f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$f(-1) = 9 \Rightarrow -1 + a - b - 2 = 9 \Rightarrow b = -9$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x-1)(x+3)$$

طول ماکزیمم

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} cx + d = 0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c} = 2 \Rightarrow d = -2c \\ y = \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c \end{cases}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} = 0 \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow b=-a=c$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-cx+c}{cx-2c} = \frac{-x+1}{x-2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \Rightarrow f'(1) = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۱)



۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = \begin{cases} -x^2 + 9x & x \geq 0 \\ 3x^2 + 9x & x < 0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} -2x + 9 & x \geq 0 \\ 6x + 9 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{y'=0} x = \frac{9}{2}, -\frac{3}{2}$$

$$y'' = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ 6 & x < 0 \end{cases}$$

x	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{9}{2}$	
y'	-	+	+	-
y''	+	+	-	-
y		جواب		

بازه  $(-\frac{3}{2}, 0)$  جواب است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۹)

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y'(-4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 + 4a + b = 0 \\ 48 - 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 24x - 2$$

$$\Rightarrow y'' = 6x + 6$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 24$$

نقطه  $(-1, 24)$  در ناحیه دوم قرار دارد.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

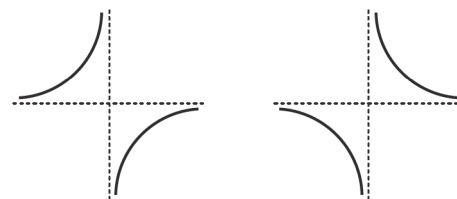
نقاط به طول ۱، ۵ و ۷ نقاط مینیمم نسبی و نقاط به طول ۲ و ۴ نقاط عطفی اند.

$$S = 1 + 5 + 7 + 2 + 4 = 19$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار تابع هموگرافیک f به یکی از دو صورت زیر است:



	a	
f'	+	+
f''	+	-

	a	
f'	-	-
f''	-	+

در هر دو حالت در سمت راست مجانب قائم  $f'$  و  $f''$  مختلف‌العلامت‌اند.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴۱)

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$y' = 3mx^2 + 6x - 3$$

$$\begin{cases} y' = 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 36 + 36m \leq 0 \Rightarrow m \leq -1$$

$$\begin{cases} y'' = 6mx + 6 \\ y'' = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{1}{m} \xrightarrow{m \leq -1} -\frac{1}{m} \leq 1$$

پس حداکثر طول نقطه عطف برابر  $x = 1$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = \frac{2ax^2 - 2ax(2x+1)}{(ax^2)^2} = \frac{2ax(x-2x-1)}{a^2x^4} = \frac{-2(x+1)}{ax^3}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{a}$$

نقطه  $A(-1, -\frac{1}{a})$  روی خط  $y = -x$  قرار دارد پس  $-\frac{1}{a} = 1$  و در نتیجه  $a = -1$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f' = 3x^2 + 2(m-3)x + 3$$

$$f' \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow 4(m-3)^2 - 36 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m-3)^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow -3 \leq m-3 \leq 3$$

$$f''(x) = 6x + 2(m-3)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{m-3}{3}$$

$$-3 \leq m-3 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq -\frac{m-3}{3} \leq 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{a\sqrt{x} - \frac{ax+b}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{ax-b}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow a-b=0 \Rightarrow a=b$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a+b}{1} = 2 \Rightarrow a=b=1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = 2.5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 2ax \\ f''(x) = 6x + 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \\ 1 + a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = x^3 - 3x + 5$$

$$g'(x) = 3x^2 - 3$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=-1 \Rightarrow y=7 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)



هندسه

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از قضیه نیمساز می‌نویسیم:

$$AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{5}{11} \quad (1)$$

از طرف دیگر دو مثلث ABD و ABC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر با نسبت قاعده‌های نظیرشان است.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{BC} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{5}{11}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۰)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

پاره خط AM نیمساز زاویه A است. با استفاده از قضیه محاسبه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AM = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{\hat{A}}{2} \xrightarrow{b=6, c=4, \hat{A}=60^\circ} AM = \frac{2(6)(4)}{6+4} \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2(6)(4)}{10} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{5} \sqrt{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۶)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

با فرض  $AD = x$  و با استفاده از قضیه نیمساز زاویه داخلی می‌نویسیم:

$$ADC: \text{نیمساز } DE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x}{DC} \Rightarrow DC = 2x$$

$$ABC: \text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{2x} = \frac{3}{6} \Rightarrow BD = x$$

اکنون با استفاده از رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

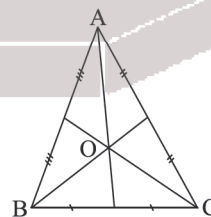
$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow x^2 = 3 \times 6 - x \times 2x$$

$$\Rightarrow x^2 = 18 - 2x^2 \Rightarrow 3x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۱)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

با رسم سه میانه مثلث، این مثلث به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شود؛ پس مساحت مثلث AOC،  $\frac{1}{3}$  مساحت مثلث ABC است. کافی است مساحت مثلث ABC را به کمک قضیه هرون به دست آوریم.



$$P = \frac{5+6+9}{2} = 10$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10(10-5)(10-9)(10-6)}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{10 \times 5 \times 1 \times 4} = \sqrt{2 \times 5 \times 5 \times 1 \times 4} = 10$$

بنابراین:

$$S_{\triangle AOC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{10}{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۵)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

با رسم قطر AC چهارضلعی ABCD به دو مثلث ABC و ADC تقسیم می‌شود.

$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

اکنون مساحت هر دو مثلث ABC و ADC را پیدا می‌کنیم.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (6)(8) = 24$$

$$S_{\triangle ADC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$P = \frac{5+7+10}{2} = 11 \Rightarrow S_{\triangle ADC} = \sqrt{11(11-5)(11-7)(11-10)}$$

$$= \sqrt{11 \times 6 \times 4 \times 1} = 2\sqrt{66}$$

بنابراین:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 24 + 2\sqrt{66}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۴)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

از آنجا که انتهای چهار بردار روی صفحه  $z=6$  قرار دارند پس ارتفاع هر چهار بردار برابر ۶ است بنابراین  $m=n=6$  است. در نتیجه:

$$\vec{d} = (m-2, n-4, 6) = (4, 2, 6)$$

بنابراین:

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = (-2, 1, 6) \cdot (4, 2, 6) = -8 + 2 + 36 = 30$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۸)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم حاصل ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم صفر است. بنابراین:

$$r\vec{a} - \vec{b} = r(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = -5\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{c} \perp (r\vec{a} - \vec{b}) \Rightarrow \vec{c} \cdot (r\vec{a} - \vec{b}) = 0 \Rightarrow (m+1, -1, 2m) \cdot (0, -5, 7) = 0$$

$$\Rightarrow 5 + 14m = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{14}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۹)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

برای محاسبه  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (-\vec{c}) \cdot (-\vec{c})$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{c} \cdot \vec{c} \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 9 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 25 = 36 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۹)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم اگر  $\vec{a}'$  تصویر قائم  $\vec{a}$  روی بردار  $\vec{b}$  باشد آنگاه  $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

پس ابتدا بردارهای  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  را به دست می‌آوریم.

$$\vec{AB} = B - A = (-2, -10, -4) - (-8, -10, 2) = (6, 0, -6)$$

$$\vec{AC} = C - A = (-6, -14, -2) - (-8, -10, 2) = (2, -4, -4)$$

بنابراین:

$$\vec{AB}' = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \vec{AC} = \frac{12 + 0 + 24}{4 + 16 + 16} (2, -4, -4)$$

$$\vec{AB}' = \frac{36}{36} (2, -4, -4) = (2, -4, -4)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۰)



## ۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

تصویر بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$  همان مختص  $x$  این بردار است.

پس  $\vec{a} \times \vec{b}$  را به دست می آوریم.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & m \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (1-2m)\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$$

بنابر فرض، تصویر  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$ ها برابر ۵- است، پس:

$$1-2m = -5 \Rightarrow -2m = -6 \Rightarrow m = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

## ۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  یک عدد حقیقی است. بنابراین اگر بردار  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$

موازی بردار  $\vec{c}$  باشد یعنی  $\vec{a} \times \vec{b}$  هم موازی بردار  $\vec{c}$  است پس نیازی نیست  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  را محاسبه کنیم.

در ضمن به جای بردار  $\vec{b} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  از بردار  $\vec{b} = (1, -2, 1)$  استفاده می کنیم چون اگر برداری با  $\vec{c}$  موازی باشد مضرب غیر صفر آن نیز با  $\vec{c}$  موازی است. پس مناسب تر است شرط توازی بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  را با  $\vec{c}$  بررسی کنیم.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times (\vec{b}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & \alpha & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (\alpha-2)\vec{i} - 3\vec{j} + (-4-\alpha)\vec{k}$$

چون  $\vec{a} \times \vec{b}$  موازی  $\vec{c}$  است پس مختصات آن ها نظیر به نظیر متناسب هستند.

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \parallel \vec{c} \Rightarrow \frac{\alpha-2}{1} = \frac{-3}{-1} = \frac{-4-\alpha}{-3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha-2}{1} = \frac{-3}{-1} \Rightarrow \alpha = 5 \\ \frac{-3}{-1} = \frac{-4-\alpha}{-3} \Rightarrow \alpha = 5 \end{cases}$$

بنابراین  $\alpha = 5$  جواب این سؤال است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

## ۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

مساحت متوازی الاضلاعی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می شود

برابر  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  است.

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 2\sqrt{3}$$

از طرف دیگر مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  است به صورت زیر تعیین می شود.

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (2\vec{a} - 3\vec{b})| = \frac{1}{2} |\underbrace{2\vec{a} \times \vec{a}}_0 + \underbrace{2\vec{a} \times (-3\vec{b})}_{-6\vec{a} \times \vec{b}} + \underbrace{2\vec{b} \times 2\vec{a}}_{4\vec{b} \times \vec{a}} + \underbrace{2\vec{b} \times (-3\vec{b})}_0|$$

$$= \frac{1}{2} |4\vec{b} \times \vec{a} - 6\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |4\vec{b} \times \vec{a} + 6\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{1}{2} |10\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

## ۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

طرفین تساوی  $\vec{a} - 3\vec{c} = 2\vec{a} \times \vec{b}$  را در  $\vec{a}$  ضرب داخلی می کنیم

می دانیم  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  بنابراین داریم:

$$2\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} - 3\vec{c} \Rightarrow \vec{a} \cdot (2\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \cdot (\vec{a} - 3\vec{c})$$

$$\Rightarrow 0 = 3\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{a} \xrightarrow{\vec{a} \cdot \vec{c} = 2} 0 = 9 - |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = 9 \Rightarrow |\vec{a}| = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

## ۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

اگر  $\theta$  زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  باشد آنگاه می دانیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \text{ و } |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \sin^2 \theta \\ (a \cdot b)^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \cos^2 \theta \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (a \cdot b)^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

بنابراین:

$$(3\sqrt{3})^2 + (-2)^2 = 3^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow 27 + 4 = 9 |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{b}|^2 = \frac{31}{9} \Rightarrow |\vec{b}| = \frac{\sqrt{31}}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۴)

## ۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

حجم متوازی السطوحی که بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  به هم رس آن باشند به صورت زیر به دست می آید.

$$\text{حجم} = |(\vec{a} + \vec{c}) \cdot ((\vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b}))|$$

از طرف دیگر همواره  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  است و ضرب داخلی و خارجی روی جمع و تفریق بردارها خاصیت پخشی دارد.

بنابراین:

$$\text{حجم} = |(\vec{a} + \vec{c}) \cdot ((\vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b}))|$$

$$= |(\vec{a} + \vec{c}) \cdot (\underbrace{\vec{b} \times \vec{a} + \vec{b} \times \vec{b}}_0 - \vec{c} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{b})|$$

$$= |(\vec{a} + \vec{c}) \cdot (\vec{b} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{b})|$$

$$= |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) +$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{c} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) - \vec{c} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})|$$

$$= |-\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) + \vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a})| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

$$= |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 4$$

توجه کنید!

$$\vec{c} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) = -\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \text{ و } \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b}) = -\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۳)

## ریاضیات گسسته

## ۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد باقی مانده در تقسیم بر ۹ برابر ۹ و تعداد ارقام یکان برابر ۱۰ است و طبق اصل ضرب، (لانه مرکب)  $9 \times 10 = 90$  لانه داریم. پس باید  $181 = 2 \times 90 + 1$  کبوتر (عدد متمایز) داشته باشیم تا در یک لانه حداقل ۳ کبوتر قرار گیرد.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

## ۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

این مجموعه  $512 = 2^9$  زیرمجموعه دارد که دو به دو مجزا هستند. بنابراین می توان این زیرمجموعه ها را به ۲۵۶ گروه دوتایی تقسیم کرد. حال اگر طبق اصل لانه کبوتری ۲۵۷ زیرمجموعه انتخاب کنیم. حداقل ۲ زیرمجموعه مجزا در انتخاب های ما وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۹ و ۸۰)



۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر اعدادی که مجموعشان ۹۰ است را مرتب کنیم خواهیم داشت:

$$\{45\} \{41, 49\} \dots \{13, 77\} \{9, 81\} \{5, 85\}$$

$$a_n = 1 + (n-1) \times 4 = 4n - 3$$

که همان طور که می بینیم تعداد لانه ها  $12 = 10 + 1 + 1$

تا است. در نتیجه طبق اصل لانه کبوتری اگر ۱۳ عدد انتخاب کنیم مطمئن هستیم که حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموعشان ۹۰ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

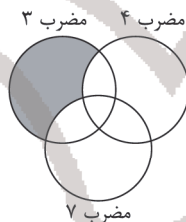
بدترین حالت ممکن خارج کردن عددهای فرد است که ۲۵ عدد است و اگر ۲ عدد دیگر خارج کنیم قطعاً ۲ عدد زوج خارج شده و حاصل ضرب بر ۴ بخش پذیر است.

$$25 + 2 = 27$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۸۱ تا ۸۴)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

اگر نمودار ون مربوط به سؤال را رسم کنیم ناحیه مورد نظر قسمت هاشور خورده است.



بنابراین کافی است تعداد اعداد مضرب ۳، مضرب ۱۲، مضرب ۲۱، مضرب ۲۸ و مضرب ۸۴ را به دست آوریم.

$$\left[\frac{300}{3}\right] = 100, \left[\frac{300}{12}\right] = 25, \left[\frac{300}{21}\right] = 14, \left[\frac{300}{84}\right] = 3, \left[\frac{300}{28}\right] = 10$$



(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

x: زمان امتحان کردن هر قفل

A: اعداد سه رقمی بدون ۲

B: اعداد سه رقمی بدون ۵

$$|A' \cap B'| = |U| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

$$|U| = \frac{9}{10} \times \frac{10}{10} \times \frac{10}{10} = 900$$

$$|A| = \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

$$|B| = \frac{8}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$$

$$|A \cap B| = \frac{7}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{8}{10}$$

$$\frac{52 \times x}{60} = 13 \Rightarrow x = \frac{60 \times 13}{52} = 15$$

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

باید تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آوریم.

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

دو حالت را بررسی می کنیم:

(۱) حالتی که به نفر سوم فیلم نرسد و ۵ فیلم را برای داوری به نفر (۱) و (۲) بدهیم:

$$3^5 - 1 - 1 = 3^5$$

(۲) حالتی که به نفر (۳) نیز حداقل یک فیلم داده شود.

$$150 = 3^5 - 3 \times 3^5 + 3 = 3^5$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 150 + 300 = 450$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد سیب معیوب زرد را x می نامیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{احتمال زرد بودن} &= \frac{18}{42} \\ \text{احتمال معیوب بودن} &= \frac{18+x}{42} \\ \text{احتمال زرد و معیوب بودن} &= \frac{x}{42} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{42} = \frac{18+x}{42} \times \frac{18}{42}$$

$$x = (x+18) \left(\frac{3}{7}\right)$$

$$7x = 3x + 24 \Rightarrow x = 6$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶۷ تا ۶۹)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$P(A) = 0.75 \text{ پدر } A$$

$$P(B) = 0.6 \text{ پسر } B$$

$$P(A|B) = 0.65$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow 0.65 = \frac{P(A \cap B)}{0.6} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.39$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \{0.75 + 0.6 - 0.39\} = 0.4$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

احتمال انتخاب مهره سبز از کیسه اول  $\frac{4}{6}$  و از کیسه دوم  $\frac{4}{8}$  است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{27} + \frac{5}{28} = \frac{275}{756}$$

کیسه اول انتخاب شود

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

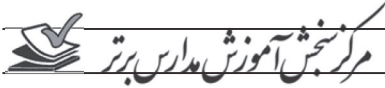
۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{6}{10} \times \frac{4}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{M}{100} + \frac{10}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{0.3M}{1} + 1 = 4.9 \Rightarrow 0.3M = 1.5 \Rightarrow M = 5$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۸ تا ۶۰)





۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

هنگامی که فقط یک بار مهره سبز خارج شده است، یعنی یا بار اول مهره سبز بوده و بار دوم آبی و یا برعکس.

$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{40}{81}$$

$\downarrow$  سبز     $\downarrow$  آبی     $\downarrow$  آبی     $\downarrow$  سبز

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

۶ سفید ۴ سیاه دوم	۵ سفید ۳ سیاه اول
-------------------------	-------------------------

$$P(\text{سفید}) = P(\text{سیاه}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{10+X} = \frac{1}{2}$$

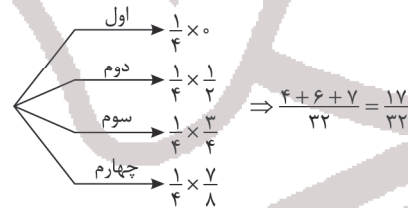
$$\Rightarrow \frac{5}{8} + \frac{6}{10+X} = 1 \Rightarrow \frac{6}{10+X} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow 30 + 3X = 48 \Rightarrow 3X = 18 \Rightarrow X = 6$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه کدام فرزند خانواده انتخاب شود، خواهیم داشت:



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

## فیزیک

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$E = P \times t = 10 \times 60 = 600 \text{ J}$$

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{6 \times 10^2 \times 640 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$$n = \frac{3.84 \times 10^{-6}}{1.98 \times 10^{-25}} = 1.94 \times 10^{19}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل، بسامد آستانه این فلز  $f_0 = 2 \times 10^{15}$  هرتز است و از

$$\text{رابطه } \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{hc}{\lambda} - hf_0 \text{ استفاده می‌کنیم و بیشینه تندی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:}$$

$$\frac{1}{2} \times 9.6 \times 10^{-31} v_m^2 = 4 \times 10^{-15} \left( \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-9}} - 2 \times 10^{15} \right) \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\frac{1}{2} \times 9.6 \times 10^{-31} \times v_m^2 = 4 \times 3 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow v_m^2 = 4 \times 10^{12}$$

$$\Rightarrow v_m = 2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

طیف نشری و جذبی بخار عناصر رقیق گسسته بوده و مانند اثرانگشت افراد منحصر به فرد است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۱)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

بلندترین طول موج سری بالمر هنگامی است که الکترون از تراز  $n = 3$  به  $n' = 2$  برود و کوتاه‌ترین طول موج پاشن مربوط به گذار الکترون از تراز  $n = \infty$  به تراز  $n = 3$  است.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{1}{100} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{3600} \Rightarrow \lambda_1 = 720 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{1}{100} \left( \frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{1}{900} \Rightarrow \lambda_2 = 900 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 180 \text{ nm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۳)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{2500}{6} \times 10^{12}} = \frac{1}{25} \times 10^{-6} \text{ m} = \frac{1000}{25} \text{ nm} = 40 \text{ nm}$$

از رابطه ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{720} = 10^{-2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

چون  $720 \text{ nm}$  در محدوده نور مرئی (سرخ) است و مربوط به رشته بالمر یعنی  $n' = 2$  می‌شود. از این رو با قرار دادن  $n'$  مقدار  $n$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{720} = 10^{-2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \frac{100}{720} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{72}$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{18-1}{72} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} E_r = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV} \\ E_f = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_f - E_r = -0.85 - (-3.4) = 2.55 \text{ eV}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۸)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

شرط وارونی جمعیت در لیزر آن است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای بالاتر شبه پایدار بیشتر از تراز پایین باشند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳۳)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

اگر  $n$  لامپ روشن شود، انرژی لازم برای روشن کردن آنها  $E = nPt$  است.

$$E = nPt = mc^2$$

$$(n) \cdot 100 \times 12 \times 3600 = 3 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{16}$$

$$n = \frac{27 \times 10^{13}}{36 \times 12 \times 10^4} = \frac{3 \times 10^9}{4 \times 12} = \frac{1}{16} \times 10^8 \times 10^6 = 62.5 \times 10^6 = 62.5 \text{ M}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۱)



۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

همه نوکلئونهای مجاور درون هسته بر هم نیروی هسته‌ای به صورت جاذبه وارد می‌کنند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۰)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

برای این واپاشی می‌توان رابطه زیر را نوشت:

$${}_{92}^{238}\text{X} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Y} + {}_2^4\alpha + {}_{+1}^0\beta$$

$$92 = Z + 2 + 1 \Rightarrow Z = 89$$

$$238 = A + 4 + 0 \Rightarrow A = 234$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۳ و ۱۴۵)

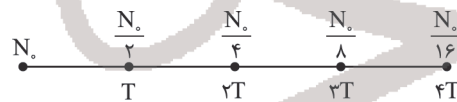
۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی گزینه ۳ درست است. اغلب هسته‌ها پس از گسیل  $\alpha$  و  $\beta$  ناپایدارند و با گسیل  $\gamma$  پایدار می‌شوند. در واپاشی  $\beta^+$  یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۳)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

چون پس از ۱۲ روز  $\frac{15}{16}$  از ماده اولیه تجزیه شده است، پس  $\frac{1}{16}$  از ماده اولیه باقی مانده و با توجه به نمودار زیر می‌توان نتیجه گرفت مدت ۱۲ روز معادل ۴ نیمه‌عمر است، پس مدت زمان نیمه‌عمر برابر  $T = \frac{12}{4} = 3$  روز است و پس از دو نیمه‌عمر  $\frac{1}{4}$  ماده اولیه که معادل ۲۵٪ از ماده اولیه است باقی می‌ماند، پس باید مدت زمان،  $6 = 2 \times 3$  روز گذشته باشد.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (الف) و (ب) درست و موارد (ج) و (د) نادرست است. در گداخت هسته‌ای ذکرشده تنها یک نوترون آزاد می‌شود و در نیروگاه‌های تولید برق از اورانیوم ۲۳۵ با درصد خلوص ۳ درصد استفاده می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۸)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{20}{4 + 1} = 4 \text{ A}$$

$$q = It = 4 \times 60 = 240 \text{ C}$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{240}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{24 \times 10^{21}}{16} = 1.5 \times 10^{21}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

از رابطه  $R = \rho \frac{l}{A}$  و  $\rho = \frac{m}{V}$  استفاده می‌کنیم و چون حجم استوانه برابر  $V = Al$  است می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 6 = \frac{10}{V} \Rightarrow V = \frac{10}{6} \text{ cm}^3$$

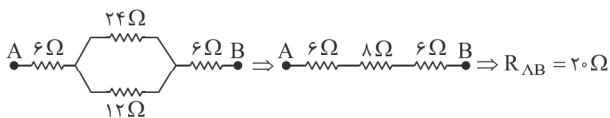
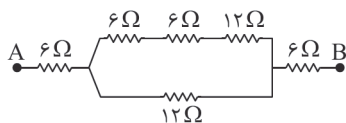
$$V = Al \Rightarrow \frac{10}{6} \times 10^{-6} = 10 \times A \Rightarrow A = \frac{1}{6} \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{10^{-8} \times 10}{\frac{1}{6} \times 10^{-6}} = 0.6 \Omega$$

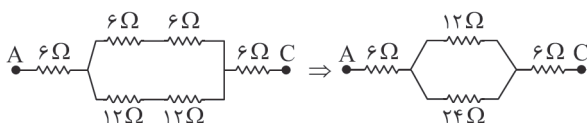
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۲)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: مقاومت دو نقطه A و B را حساب می‌کنیم.



گام دوم: مقاومت معادل دو نقطه A و C را حساب می‌کنیم:



$$\Rightarrow R_{AC} = 20 \Omega$$

گام سوم:

$$\frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{20}{20} = 1$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به متن کتاب درسی

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: در حالتی که کلید باز است مقاومت معادل را حساب می‌کنیم

و از رابطه  $P = rI^2$  توان مصرفی مولد را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 0.5 + 0.5 = 1 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{1.1}$$

$$P_t = rI^2 = r \times \left(\frac{\mathcal{E}}{1.1}\right)^2$$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته است نیز مطابق گام اول عمل

می‌کنیم:

$$R'_{eq} = \frac{2 \times 0.5}{(2 + 0.5)} + 0.5 = 0.9$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R' + r} = \frac{\mathcal{E}}{0.9 + 0.1} = \mathcal{E}$$

$$P'_t = r \times (\mathcal{E})^2$$

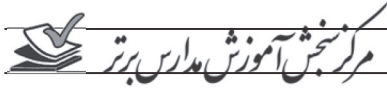
گام سوم: نسبت  $\frac{P'_t}{P_t}$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P'_t}{P_t} = \frac{r \times \mathcal{E}^2}{\frac{r \times \mathcal{E}^2}{1.1^2}} = 1.21$$

بنابراین توان مصرفی مولد ۲۱ درصد زیاد می‌شود.

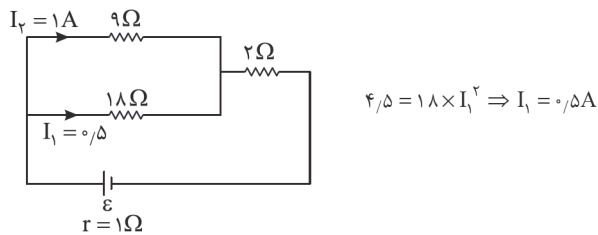
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)





۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطه  $P = RI^2$  جریان گذرنده از مقاومت ۱۸ اهمی را حساب می‌کنیم.



گام دوم: چون مقاومت ۹Ω با مقاومت ۱۸ اهم موازی است. بنابر رابطه تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی جریان گذرنده از  $R_{3,6} = 9\Omega$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_{18}}{R_{9,6}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{18}{9} \Rightarrow I_2 = 1A$$

گام سوم: جریان کل مدار را حساب کرده و از رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  نیروی محرکه باتری را به دست می‌آوریم:

$$I = I_2 + I_1 = 1.5A$$

$$R_a = \frac{18 \times 9}{18 + 9} + 2 = 6\Omega \Rightarrow R_{eq} = 6 + 2 = 8\Omega$$

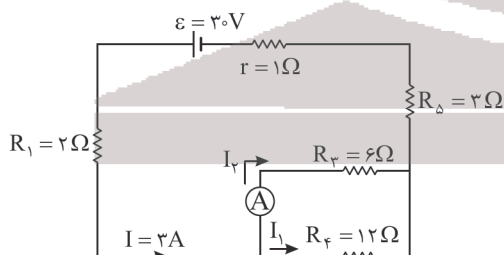
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 1.5 = \frac{\varepsilon}{8 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 1.5 \times 9 = 13.5V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۸)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: ولت‌سنج با مقاومت  $R_p$  به صورت متوالی بسته شده است پس از  $R_p$  جریان الکتریکی عبور نمی‌کند و آن را از مدار حذف و جایگزین آن سیم در نظر می‌گیریم و چون دو سر ولت‌سنج نیز به یک سیم وصل است ولتاژی که نشان می‌دهد صفر است.

گام دوم: بنابراین مدار به شکل زیر درمی‌آید و مقاومت‌های  $R_4$  و  $R_5$  موازی‌اند و با بقیه مدار متوالی هستند. برای محاسبه جریان مدار مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



$$R_{eq} = 2 + \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 3 \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$$

گام سوم: جریان مدار را از رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{30}{9 + 1} = 3A$$

گام چهارم: آمپرسنج جریان گذرنده از  $R_3$  را نشان می‌دهد و با توجه به رابطه تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی، باید ۳A را به نسبت ۶Ω و ۱۲Ω یعنی ۱ و ۲ تقسیم کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_6}{R_3} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{12}{6} \xrightarrow{I_1 + I_2 = 3} \begin{matrix} I_2 = 2A \\ I_1 = 1A \end{matrix}$$

پس آمپرسنج جریان ۲A را نشان می‌دهد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: ولت‌سنج به دو سر باتری بسته شده است و چون بیشتر از نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد، نتیجه می‌گیریم که جریان مدار از قطب مثبت باتری به آن وارد می‌شود و در مدار پادساعتگرد است. گام دوم: از نقطه A در جهت جریان به طرف نقطه اتصال به زمین حرکت می‌کنیم و مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = 2A$$

$$V_A - 2 \times 8 - 10 - 2 \times 4 = 0$$

$$V_A = 34V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

در محل گره C جریان  $I_3 = 3A$  از مولد ۱۲ ولتی عبور می‌کند با حرکت از نقطه A و B اختلاف پتانسیل دو سر مولد به دست می‌آید.

$$V_A - 2 \times 3 + 12 + 4 \times 1 = V_B$$

$$V_B - V_A = 10V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

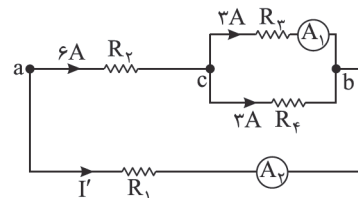
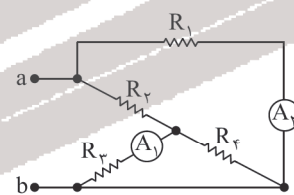
با توجه به اعداد  $R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{10}{4} = 2.5\Omega$  است پس چون مقاومت ۱۰ اهمی را در مدار داریم باید مقاومت معادل جعبه x، مقدار ۱۵ اهم باشد و در گزینه ۲ مقدار مقاومت ۱۵ اهم است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر هر یک از مقاومت‌ها را R فرض کنیم، مقاومت شاخه بالایی  $\frac{3R}{4}$  و شاخه پایینی R است و ولتاژ این دو شاخه برابر است:

$$6 \times \frac{3R}{4} = RI' \Rightarrow I' = 9A$$



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  و چون مقدار R ثابت است، داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{100} = \left(\frac{50}{100}\right)^2 \Rightarrow P_2 = \frac{100}{16} = \frac{25}{4} = 6.25W$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)



شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

(ت) روغن زیتون پلیمر محسوب نمی‌شود. دقت کنید که هر پلیمری

یک درشت‌مولکول است، اما هر درشت‌مولکولی پلیمر نیست.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد دوم: تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش

پلیمری شدن ممکن نیست و به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان

فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

مورد چهارم: با توجه به معادله واکنش زیر، در واکنش پلیمری شدن

گاز اتن،  $n$  مول مولکول گازی به ۱ مول مولکول جامد تبدیل می‌شود.

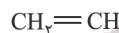


(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و سوم صحیح هستند.

بررسی موارد:

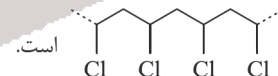


مورد اول: مونومر موردنظر استیرن با ساختار



است.

مورد دوم: ساختار پلی وینیل کلرید به صورت



است.

مورد سوم: ساختار تفلون به صورت  $(\text{CF}_2-\text{CF}_2)_n$  است و هر واحد

تکرار شونده آن دارای ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

مورد چهارم: پلی سیانواتن دارای پیوند  $\text{C} \equiv \text{N}$  بوده و از این رو

پلیمری سیر نشده محسوب می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه ۱۰۴)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

A پلی اتن سبک و B پلی اتن سنگین است. مولکول B برخلاف مولکول

A کدر بوده و استحکام بیشتری دارد. اما چگالی هر دو مولکول از آب

کمتر بوده و در نتیجه روی آب شناور باقی می‌مانند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

بو و طعم آناناس به دلیل وجود اتیل بوتانات در آن است. این استر را

می‌توان از واکنش میان اتانول و بوتانوئیک اسید تهیه کرد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) پوشاک تهیه شده بر پایه دانش و فناوری‌های نو، از بدن در برابر

مواد شیمیایی مانند اسیدها، سموم، پرتوها، آلودگی‌های عفونی و ...

محافظت می‌کند.

(ت) مونومر حاصل پروپن ( $\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}_3$ ) است که پلیمر ساخته شده



از آن در تهیه سرنگ به کار می‌رود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۹۸، ۱۰۴، ۱۱۶ و ۱۲۱)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها در شرایط مناسب واکنش می‌دهند و با

از دست دادن آب، به استر تبدیل می‌شوند. در نتیجه جرم استر حاصل

به اندازه جرم آب تولید شده، از مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها کمتر

است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۵، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۵)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

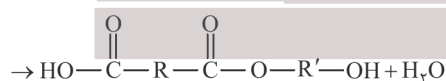
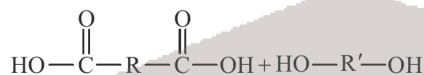
عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) الکل سازنده این استر اتانول ( $\text{CH}_3\text{CH}_2-\text{OH}$ ) است که نیروی

بین مولکولی غالب در آن از نوع پیوند هیدروژنی است.

(ب) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در ساختار فراورده حاصل گروه عاملی کربوکسیل، هیدروکسیل و

استری وجود دارد.

(پ) فرمول مولکولی آمین‌های ذکر شده به صورت  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}-\text{NH}_2$  است.

است.

(ت) کولار از فولاد هم‌جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵)

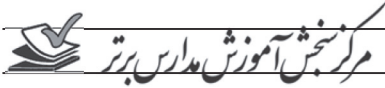
۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

برای تهیه پلی لاکتیک اسید، ابتدا نشاسته موجود در فراورده‌های

کشاوری را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس از واکنش پلیمری

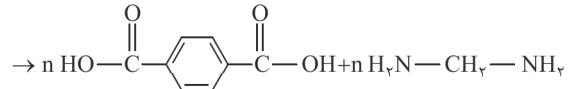
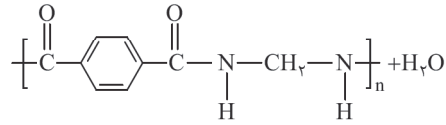
شدن آن در شرایط مناسب، پلی لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۷ و ۱۱۹)



۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

معادله واکنش آبکافت پلی آمید داده شده به صورت زیر است:



با توجه به واکنش داده شده، از آبکافت یک مول پلی آمید،  $n$  مول دی اسید با جرم مولی  $166 \text{ g.mol}^{-1}$  و  $n$  مول دی آمین با جرم مولی  $46 \text{ g.mol}^{-1}$  حاصل می شود؛ بنابراین اختلاف جرم فراورده های تولیدی برابر است با:

$$\Delta m = 166n - 46n = 120n \text{ g}$$

حال اختلاف جرم فراورده های حاصل به ازای مصرف  $352$  گرم پلی آمید با خلوص  $75\%$  را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{پلی آمید} \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol}}{166 \text{ g}} &= \text{پلی آمید ناخالص} = 352 \text{ g} \\ \text{اختلاف جرم} &= 120n \text{ g} \\ \frac{120n \text{ g}}{166 \text{ g.mol}^{-1}} &= 18 \text{ g} \end{aligned}$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۱۱۷)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور یکنواخت در هواکره پخش شده اند.

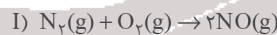
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۰ تا ۹۲)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت های (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی عبارت های نادرست:

(ب) معادله واکنش های انجام شده به صورت زیر است:



برای تولید یک مول گاز آلایند، در واکنش (I)،  $5\%$  مول و در واکنش (II)، یک مول گاز اکسیژن مصرف می شود.

(پ) در آلایندهای خروجی از اگزوز خودروها، جرم CO نسبت به  $\text{C}_x\text{H}_y$  بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۹۲)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

موارد دوم و سوم صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: آلایندهای هوا اغلب بی رنگ هستند.

مورد چهارم: پرتوهای فرابنفش نیز همانند پرتوهای مرئی و فروسرخ با ماده بر هم کنش دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۲ تا ۹۴)

۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{(I) } \Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})} \Rightarrow 160 = E_{a(\text{رفت})} - 35$$

$$\Rightarrow E_{a(\text{رفت})} = 195 \text{ kJ}$$

$$\text{(II) } \Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})}$$

$$\Rightarrow \Delta H = 23 - 152 = -129 \text{ kJ}$$

هر چه انرژی فعال سازی واکنشی بیشتر باشد، سرعت آن کمتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۴ تا ۹۶)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

در غیاب کاتالیزگر:

$$\Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})}$$

$$\Rightarrow -76 = 48 - E_{a(\text{برگشت})} \Rightarrow E_{a(\text{برگشت})} = 124 \text{ kJ}$$

در حضور کاتالیزگر:

$$E_{a(\text{کاهش کاهش رفت})} = 48 \times \frac{25}{100} = 12 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه میزان کاهش  $E_{a(\text{رفت})}$  و  $E_{a(\text{برگشت})}$  در حضور کاتالیزگر برابر است، می توانیم بیان کنیم:

$$E_{a(\text{برگشت})} = 124 - 12 = 112 \text{ kJ}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۶ و ۹۷)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) نماد فلز رودیم به صورت «Rh» است.

(۲) مبدل کاتالیستی می تواند باعث حذف یا کاهش آلایندها شود.

(۴) هر کاتالیزگر به شمار معدودی واکنش سرعت می بخشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)

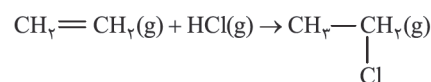
۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

با کاهش حجم ظرف، غلظت تمام مواد گازی شکل افزایش می یابد. بنابراین سرعت های رفت و برگشت هر دو افزایش می یابد. اما میزان افزایش سرعت واکنش رفت بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

از واکنش میان گاز اتن ( $\text{C}_2\text{H}_4$ ) و گاز هیدروژن کلرید ( $\text{HCl}$ )، کلرواتان سنتز می شود که به عنوان افشانه بی حس کننده موضعی مورد استفاده قرار می گیرد.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

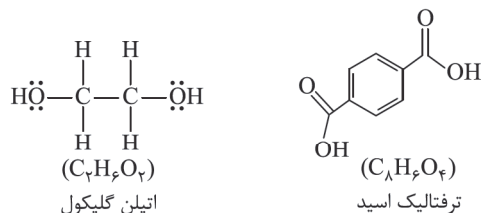
۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

مورد چهارم نادرست است. مونومرهای سازنده پلی استر داده شده در نفت خام وجود ندارد. اما با بهره گیری از دانش شیمی می توان این مواد را با استفاده از مواد خام و اولیه موجود در نفت خام سنتز کرد.



بررسی بقیه گزینه‌ها:

بطری آب از پلیمری به نام پلی اتیلن ترفتالات (PET) ساخته می‌شود. مونومرهای سازنده این پلیمر، یک اسید دو عاملی (ترفتالیک اسید) و یک الکل دو عاملی (اتیلن گلیکول) است.



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

معادله واکنش تعادلی انجام شده به صورت زیر است:



غلظت اولیه هر یک از واکنش دهنده‌ها برابر  $0.5 \text{ mol L}^{-1}$  بوده و جدول تغییر غلظت به شکل زیر است:

	$\text{PCl}_5$	+	$\text{Cl}_2$	$\rightleftharpoons$	$\text{PCl}_3$
غلظت اولیه	۰/۵		۰/۵		۰
تغییر غلظت	-x		-x		+x
غلظت تعادلی	۰/۵-x		۰/۵-x		x

با خارج کردن یک مول از فرآورده تولیدی، غلظت آن  $x - 0.1$  مولار شده و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود:

	$\text{PCl}_5$	+	$\text{Cl}_2$	$\rightleftharpoons$	$\text{PCl}_3$
غلظت اولیه	۰/۵-x		۰/۵-x		x-0.1
تغییر غلظت	-y		-y		+y
غلظت تعادلی	۰/۵-x-y		۰/۵-x-y		x-0.1+y

$$[\text{PCl}_5]_{\text{تعادلی}} = 0.2 \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow x - 0.1 + y = 0.2 \text{ mol L}^{-1} \Rightarrow x + y = 0.3$$

$$[\text{Cl}_2]_{\text{تعادلی}} = [\text{PCl}_3]_{\text{تعادلی}} = 0.5 - (x + y) = 0.2 \text{ mol L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{PCl}_3]}{[\text{PCl}_5][\text{Cl}_2]} = \frac{0.2}{(0.2)(0.2)} = 5 \text{ L mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)