



# آزمون ۱۹ اسفند ۱۴۰۱

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-طاهر دادستانی-وحید راحتی-آرش رحیمی-محمد مهدی زریون-یاسین سپهر-عارف سمیعی-علی شهبازی-کامیار علییون-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوری-محمد مهران-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی امیرآبادی-علی ایمانی-حسین حاجیلو-افشین خاصه خان-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-یاسین سپهر-شروین سیاح نیا-رضا عباسی اصل-احمد رضا فلاح-سیدسروش کریمی مداحی-محمد ابراهیم گیتی زاده-محسن محمد کریمی-مهرداد ملوندی-مهدی نیک زاد-سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-امیررضا امینی-علی ایمانی-جواد حاتمی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمد رضا فلاح-حمید گروسی-نیلووفر مهدوی-هومن نورانی-امیر وفائی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-محمد اسدی-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب زهره آقامحمدی-محمد پوررضا-بیژن خورشید-میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-فرشید رسولی-محمد ساکی-مهدی سلطانی-کاظم شاهملکی-سعید شرق-عرفان عسکریان چایچان-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-محمد نادری-سعید نصیری-شادمان ویسی
شیمی	حامد الهوردیان-علی امینی-سینا باسلی زاده-عامر برزیکر-جعفر پازوکی-محمد رضا پورچاوید-احمد رضا جشانی پور-کامران جعفری-مسعود جعفری-اسامه جوشن-امیر حاتمیان-عبدالرضا دادخواه-حسن رحمتی کوکنده-روزبه رضوانی-محمد رضا زهره-وند-مینا شرافتی پور-علیرضا شیخ الاسلامی پول-میلاد شیخ الاسلامی خیابانی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-رامین علی داری-محمد پارسا فراهانی-فاضل قهرمانی فرد-مهدی مبهوتی-امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی دهکردی-اکبر هنرمند

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کشش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محبوبه بیک محمدی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(سعیر تن آرا)

برای محاسبه دامنه  $g$ ، زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم.  
 $1 - f'(x) \geq 0 \Rightarrow f'(x) \leq 1$   
 در نتیجه به دنبال نقاطی خواهیم بود که در آن، شیب خط‌های رسم شده در نمودار  $f$  کوچکتر یا مساوی ۱ باشد.

واضح است که در  $(-\infty, 1)$  شیب خط منفی (و در نتیجه کوچکتر از ۱) و در  $(2, +\infty)$  شیب خط صفر می‌باشد. ولی در بازه  $(1, 2)$  شیب خط برابر

$$3 = \frac{1 - (-2)}{2 - 1} \text{ می‌باشد. همچنین } f' \text{ در نقاط } 1 \text{ و } 2 \text{ وجود ندارد.}$$

در نتیجه جواب  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty) = \mathbb{R} - [1, 2]$  است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۳ و ۸۹)

۲- گزینه «۲»

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

تابع  $y = |x - a|$  در  $x = a$  مشتق‌ناپذیر است. برای اینکه  $f$  در  $x = a$  مشتق‌پذیر باشد، لازم است که  $x = a$  ریشه  $2x^2 - ax - 1$  باشد؛

$$\Rightarrow 2a^2 - a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۳- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه‌شان پیوسته و مشتق‌پذیرند، پس برای اینکه تابع  $f$  در  $x = 1$  مشتق‌پذیر باشد.  
 تابع  $f$  در  $x = 1$  باید پیوسته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2}{1+x} = \frac{a}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = b(1) + 1 = b + 1$$

باید این دو برابر باشند؛

$$\frac{a}{2} = b + 1 \Rightarrow b = \frac{a}{2} - 1 \quad (*)$$

حال مشتق تابع را حساب می‌کنیم؛

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a(x^2 + 2x)}{(x+1)^2} & ; x < 1 \\ b & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \frac{3}{4}a, f'_+(1) = b$$

برای مشتق‌پذیری باید دو عبارت بالا برابر باشند؛

$$\frac{3}{4}a = b$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{3}{4}a = \frac{a}{2} - 1 \Rightarrow a = -4 \xrightarrow{(*)} b = -3$$

$$\Rightarrow a + b = -7$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۴- گزینه «۳»

(سعیر تن آرا)

محیط شش‌ضلعی منتظم با طول ضلع  $a$  برابر  $6a$  است. از طرفی شش‌ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع با ضلع  $a$  تشکیل شده است. بنابراین

$$S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \quad \text{مساحت آن برابر است با؛}$$

$$\Rightarrow S'(a) = 3\sqrt{3}a$$

حال داریم؛

$$\text{آهنگ متوسط تغییر محیط} = \frac{P(a+3) - P(a)}{3}$$

$$= \frac{6(a+3) - 6a}{3} = 6$$

$$S'(\sqrt{3}) = (3\sqrt{3}) \times (\sqrt{3}) = 9$$

در نتیجه جواب برابر  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$  است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۶)

۵- گزینه «۱»

(مهری ملارمسانی)

شیب خط مماس در  $x = c$  برابر صفر است، پس  $f'(c) = 0$ .

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{3\sqrt{x^2}}(x-2) - \sqrt[3]{x}}{(x-2)^2} = -\frac{2(x+1)}{3\sqrt{x^2}(x-2)^2}$$

$$\xrightarrow{f'(c)=0} c+1=0 \Rightarrow c=-1$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۶- گزینه «۳»

(کامیار علینون)

ابتدا معادله خط مماس را بدست آورده تا تلاقی آن با محور  $x$ ‌ها را بدست آوریم؛

$$f'(x) = -3x^2 + 5 \Rightarrow f'(1) = 2 \Rightarrow 2 = -3x^2 + 5$$

از طرفی مختصات نقطه  $A$  برابر است با؛

$$x=1 \Rightarrow y = -(1)^2 + 5(1) = 4 \Rightarrow A(1, 4)$$

بنابراین معادله خط مماس به صورت زیر خواهد بود؛

$$y - 4 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x + 2 \xrightarrow[\text{تلاقی با محور } x]{y=0} x_M = -1$$

پس می‌توان گفت؛

از طرفی با جای گذاری  $x = 5$  داریم:

$$f(3) = -1$$

حال از  $g$  مشتق می گیریم:

$$g'(x) = f(\sqrt{x^2 + 5}) + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 5}} f'(\sqrt{x^2 + 5})$$

$$\xrightarrow{x=2} g'(2) = f(3) + \frac{4}{3} f'(3) = -1 + \frac{4}{3}(-3)$$

$$= -1 - 4 = -5$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه های ۹۴ و ۹۶)

(پویش نیکنام)

۱۰. گزینه «۱»

برای اینکه  $f(5)$  را محاسبه کنیم،  $x = 1$  را جای گذاری می کنیم:

$$f^2(5) + f(5) = 6$$

$$\Rightarrow f^2(5) + f(5) - 6 = [f(5) + 3][f(5) - 2] = 0$$

$$\xrightarrow{f>0} f(5) = 2$$

حال از طرفین رابطه داده شده مشتق می گیریم:

$$8f'(4x+1)f(4x+1) + 12xf'(6x^2-1) = 4x$$

مجدداً  $x = 1$  را جای گذاری می کنیم تا  $f'(5)$  را حساب کنیم:

$$8f'(5)f(5) + 12f'(5) = 4 \xrightarrow{f(5)=2} 28f'(5) = 4$$

$$\Rightarrow f'(5) = \frac{1}{7}$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر است:

$$y - 2 = \frac{1}{7}(x - 5) \Rightarrow 7y - 14 = x - 5 \Rightarrow 7y - x = 9$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه ۹۶)

(عارل مسینی)

۱۱. گزینه «۱»

$$h(x) = f\left(\frac{4\pi}{3}g(x)\right) \Rightarrow h'(x) = \frac{4\pi}{3}g'(x)f'\left(\frac{4\pi}{3}g(x)\right)$$

$$g\left(\frac{\pi}{9}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{در } x = \frac{\pi}{9} \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow h'\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{4\pi}{3}g'\left(\frac{\pi}{9}\right)f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (*)$$

$$\begin{cases} g'(x) = \frac{3}{2} \cos \frac{3x}{2} \xrightarrow{x=\frac{\pi}{9}} g'\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \\ f'(x) = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{x}{2}) \xrightarrow{x=\frac{2\pi}{3}} f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} (1 + 3) = 2 \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\xrightarrow{(*)} h'\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{4\pi}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{4} \times 2 = 2\sqrt{3}\pi$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه های ۹۵ و ۹۶)

$$S_{MAH} = \frac{MH \times HA}{2} = \frac{(1 - (-1))(4)}{2} = 4$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه ۹۴)

(سعید تن آرا)

۷. گزینه «۱»

ابتدا ضابطه  $f$  را تا حد امکان ساده می کنیم:

$$h = \frac{f}{g} \left( \frac{f'}{f} - \frac{g'}{g} \right) = \frac{f \cdot f'}{g \cdot f} - \frac{f \cdot g'}{g^2} = \frac{f'}{g} - \frac{f \cdot g'}{g^2}$$

$$= \frac{f'g - fg'}{g^2} = \left( \frac{f}{g} \right)'$$

در نتیجه  $h(x) = \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)'$  حال داریم:

$$\begin{cases} f(x) = x + x\sqrt{x} = x(1 + \sqrt{x}) \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} \\ g(x) = x + \sqrt{x} = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) \end{cases}$$

بنابراین  $h'(x) = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$  و  $h(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  است.

$$\Rightarrow h'\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^3}} = -\frac{1}{4} = -2$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه ۹۴)

(شاهین پروازی)

۸. گزینه «۳»

ابتدا  $f$  را ساده تر می کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{\sqrt{2x^2 + x}(\sqrt{2x^2 + x} - x)} \times \frac{\sqrt{2x^2 + x} + x}{\sqrt{2x^2 + x} + x}$$

$$= \frac{\sqrt{2x^2 + x} + x}{\sqrt{2x^2 + x}} = 1 + \frac{x}{\sqrt{2x^2 + x}}$$

و حال مشتق می گیریم:

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{2x^2 + x} - (\frac{4x+1}{2\sqrt{2x^2 + x}})x)}{2x^2 + x} = \frac{x}{2\sqrt{2x^2 + x}(\sqrt{2x^2 + x} + x)}$$

$$\xrightarrow{x=2} f'(2) = \frac{1}{10\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{100}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه ۹۴)

(معدری ملارمضانی)

۹. گزینه «۴»

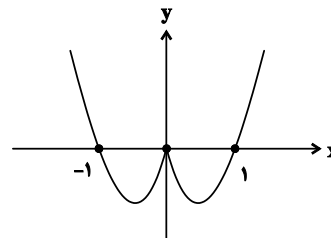
از تابع اولیه مشتق می گیریم:

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} f'\left(\frac{2x-1}{x-2}\right) \xrightarrow{x=5} 1 = -\frac{3}{9} f'(3) \Rightarrow f'(3) = -3$$

۱۲- گزینه «۳»

(مهمبرموری زیریون)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & ; x \geq 0 \\ x^2 + x & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x \geq 0 \\ 2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



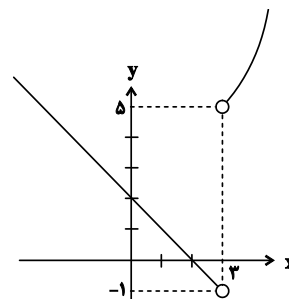
با توجه به نمودار، تابع دارای سه اکسترمم نسبی است که در  $x = 0$  ماکزیمم نسبی دارد، اما ماکزیمم مطلق ندارد. از طرفی  $f'_+(0) = -1$  و  $f'_-(0) = 1$ ، بنابراین تابع در  $x = 0$  مشتق ناپذیر است.

(مسأبان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۷)

۱۳- گزینه «۳»

(وید رافتی)

نمودار تابع را در  $\mathbb{R} - \{3\}$  رسم می‌کنیم:

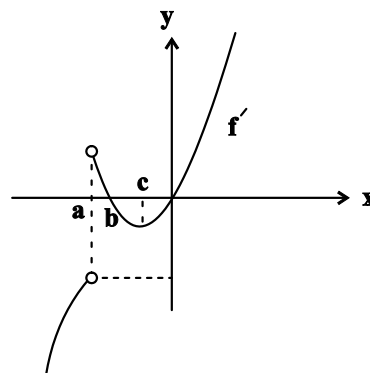


طبق نمودار اگر  $-1 < k \leq 5$  باشد، تابع در  $x = 3$  فاقد اکسترمم نسبی است و چون  $k \in \mathbb{Z}$  بوده پس ۶ مقدار صحیح برای  $k$  وجود دارد.

(مسأبان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۷)

۱۴- گزینه «۱»

(یوانیش نیکنام)



تابع در  $x = a$  نقطه گوشه‌ای دارد، که  $f'_-(a)$  منفی و  $f'_+(a)$  مثبت است.

$x = b$  طول ماکزیمم نسبی نمودار تابع  $f$  است.

$x = 0$  نیز طول مینیمم نسبی نمودار تابع  $f$  است.

نمودار گزینه «۱» هر سه ویژگی بالا را داراست.

(مسأبان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۷)

۱۵- گزینه «۱»

(میلار منصور)

دقت کنید که  $f(x) = x|x(x^2+1)| = x(x^2+1)|x|$  پس:

$$f(x) = (x^3 + x)|x| = \begin{cases} x^4 + x^2 & ; x \geq 0 \\ -(x^4 + x^2) & ; x < 0 \end{cases}$$

حال مشتق تابع  $f$  را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 4x^3 + 2x & ; x \geq 0 \\ -(4x^3 + 2x) & ; x < 0 \end{cases}$$

تابع  $f$  در  $x = 0$  مشتق پذیر است، زیرا  $f'_-(0) = f'_+(0) = 0$ .

چون  $f'(0) = 0$ ،  $x = 0$  طول یکی از نقاط بحرانی است.

طول دیگر نقاط بحرانی جواب‌های معادله  $4x^3 + 2x = 0$  هستند:

$$\Rightarrow 2x(2x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

که این را قبلاً حساب کرده بودیم. پس طول تنها نقطه بحرانی تابع  $x = 0$  است.

(مسأبان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۶- گزینه «۴»

(موری ملارمسانی)

دامنه تابع بازه  $[-2, 2]$  است و مقدار تابع در  $x = -2$  و  $x = 2$  به ترتیب ۴ و -۴ است.

حال نقاط بحرانی تابع را در بازه  $(-2, 2)$  حساب می‌کنیم:

$$y' = 2 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \xrightarrow{y'=0} 2\sqrt{4-x^2} = x$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{بیتوان} \\ x>0}} 4(4-x^2) = x^2 \Rightarrow 5x^2 = 16 \xrightarrow{x>0} x = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\text{مقدار تابع در این نقطه برابر } 2\sqrt{5} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{4}{5}} \text{ است.}$$

در نتیجه مینیمم و ماکزیمم مطلق تابع به ترتیب -۴ و  $2\sqrt{5}$  و برد تابع بازه  $[-4, 2\sqrt{5}]$  است.

(مسأبان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱۷- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

فاصله نقطه  $(\alpha, \alpha^2)$  روی سهمی را از خط  $y - x + 1 = 0$  حساب

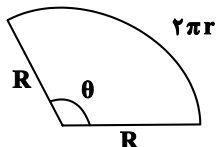
$$d(\alpha) = \frac{|\alpha^2 - \alpha + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha^2 - \alpha + 1}{\sqrt{2}} \text{ می‌کنیم:}$$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \xrightarrow{h^2 + r^2 = R^2} V(r) = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$   
در جواب معادله  $V'(r) = 0$ ، حجم ماکزیمم است.

$$\Rightarrow V'(r) = \frac{1}{3}\pi(2r\sqrt{R^2 - r^2} - \frac{r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}) = \frac{1}{3}\pi \frac{2rR^2 - 3r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}$$

$$\xrightarrow{V'(r)=0} r(2R^2 - 3r^2) = 0 \xrightarrow{r>0} r = \sqrt{\frac{2}{3}}R$$

حال قطاع دایره که تبدیل به این مخروط شده است. به صورت زیر است:



در نتیجه داریم:

$$R\theta = 2\pi r \Rightarrow \theta = 2\pi \frac{r}{R} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(عادل حسینی)

۲۰- گزینه «۳»

دامنه تابع  $\mathbb{R} - \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$  است. در واقع خطوط

$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$  مجانب‌های قائم نمودار تابع هستند. نقاط بحرانی را حساب می‌کنیم:

$$y' = \frac{\cos x(1 + \sin^3 x) - \sin x(3 \cos x \sin^2 x)}{(1 + \sin^3 x)^2}$$

$$\xrightarrow{y'=0} \cos x - 2 \cos x \sin^2 x = \cos x(1 - 2 \sin^2 x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 1 - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

حال مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و هم‌چنین حد تابع را در همسایگی مجانب قائم آن حساب می‌کنیم:

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt[3]{4}}{3}$$

$$\cos x = 0 \xrightarrow{\sin x=1} y = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2k\pi - \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{1 + \sin^3 x} = \lim_{\sin x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sin x}{1 + \sin^3 x} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

پس بیشترین مقدار تابع  $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$  است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

$d(\alpha)$  در جواب معادله  $d'(\alpha) = 0$  کم‌ترین مقدار است (که همان طول رأس سهمی  $d(\alpha)$  است).

$$\Rightarrow d'(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}(2\alpha - 1) = 0 \Rightarrow 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d_{\min} = d\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(عادل حسینی)

۱۸- گزینه «۲»

ابتدا طول نقاط بحرانی مشتق‌پذیر را حساب می‌کنیم:

$$y' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x - \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} = \cos x \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{\sin x}} \right)$$

$$\xrightarrow{y'=0} \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{\sin x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{\sin x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

دقت کنید که  $\sin x > 0$  است.

$$\text{پس نقاط بحرانی مورد نظر تابع } \left( \frac{4k+1}{2}\pi, \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right), \left( \frac{4k+1}{2}\pi, \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right), \left( \frac{12k+5}{6}\pi, -\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \text{ و } \left( \frac{12k+5}{6}\pi, \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \text{ هستند.}$$

ارتفاع مثلث مورد نظر همواره برابر  $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$  است. پس مساحت مثلث هنگامی کم‌ترین مقدار است که قاعده آن کم‌ترین مقدار باشد. طول کوچک‌ترین قاعده برابر  $\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$  است. پس کم‌ترین مساحت مثلث برابر است با:

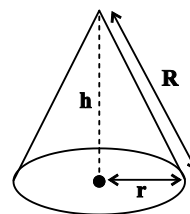
$$S_{\min} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{3} \right) \left( \frac{3-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3\sqrt{2}-4}{12}\pi$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

(عادل حسینی)

۱۹- گزینه «۴»

اگر قطاع را به مخروط تبدیل کنیم، به صورت زیر خواهد شد:



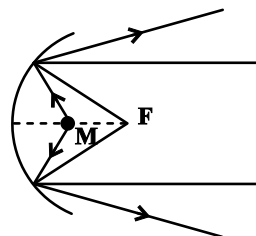
$R$  شعاع قطاع دایره و  $r$  شعاع قاعده مخروط است. داریم:

هندسه ۳

گزینه «۴» - ۲۱

(امیرمسین ابومیبوب)

مطابق شکل اگر لامپ در نقطه M (در راستای افقی کانون و در فاصله بین کانون و سهمی) قرار داده شود، پرتوهای بازتابش از هم دور می‌شوند.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

گزینه «۲» - ۲۲

(سوگندر روشنی)

ابتدا دستگاه معادلات را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} y - z = 2 \\ 2y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

بنابراین معادله خط l به صورت  $\begin{cases} y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$  است. چنین خطی عمود بر

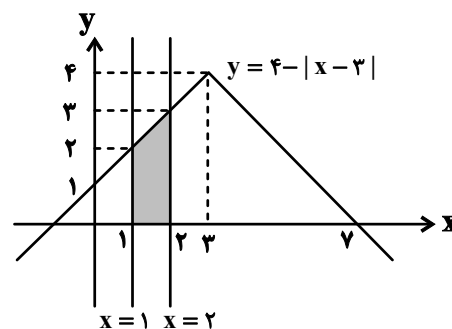
صفحه yz و موازی محور ox است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۷)

گزینه «۲» - ۲۳

(انجمن فاضله‌شان)

مطابق شکل، سطح محصور یک ذوزنقه است که مساحت آن برابر است با:



$$S = \frac{(2+3) \times 1}{2} = 2.5$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

گزینه «۱» - ۲۴

(مهردار ملونری)

طبق فرض داریم:

$$\vec{u} = \alpha(2, 1) - \beta(1, -2) = (5, 5)$$

$$\Rightarrow (2\alpha - \beta, \alpha + 2\beta) = (5, 5) \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - \beta = 5 \\ \alpha + 2\beta = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$\vec{v} = \beta\vec{a} + \alpha\vec{b} = \vec{a} + 3\vec{b} = (2, 1) + 3(1, -2) = (5, -5)$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

گزینه «۳» - ۲۵

(علی ایمانی)

$$\overline{AM} = \frac{2}{3} \overline{MB} \Rightarrow 3\overline{AM} = 2\overline{MB}$$

$$\Rightarrow 3(\overline{OM} - \overline{OA}) = 2(\overline{OB} - \overline{OM})$$

$$\Rightarrow 5\overline{OM} = 2\overline{OA} + 2\overline{OB} = 2(1, 2, 3) + 2(-1, 1, -4)$$

$$\Rightarrow 5\overline{OM} = (1, 8, 1) \Rightarrow \overline{OM} = (\frac{1}{5}, \frac{8}{5}, \frac{1}{5})$$

بنابراین مختصات نقطه M به صورت  $M = (\frac{1}{5}, \frac{8}{5}, \frac{1}{5})$  است. فاصله این

نقطه از محور xها برابر است با:

$$\sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{(\frac{8}{5})^2 + (\frac{1}{5})^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{65}{25}} = \frac{\sqrt{65}}{5}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۲)

گزینه «۲» - ۲۶

(سوگندر روشنی)

علامت محورها برحسب ناحیه‌ها در فضای  $R^3$  مطابق جدول زیر است:

شماره ناحیه	علامت محورها		
	x	y	z
۱	+	+	+
۲	-	+	+
۳	-	-	+
۴	+	-	+
۵	+	+	-
۶	-	+	-
۷	-	-	-
۸	+	-	-

بنابراین برای اینکه نقطه A در ناحیه ششم باشد، داریم:

$$x < 0 \Rightarrow 4 - 2m < 0 \Rightarrow m > 2$$

$$y > 0 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار است}$$

$$z < 0 \Rightarrow m - 4 < 0 \Rightarrow m < 4$$

اشتراک جواب‌ها به صورت  $2 < m < 4$  است، پس فقط به ازای مقدار

صحیح  $m = 3$ ، نقطه A در ناحیه ششم فضای  $R^3$  قرار دارد.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۴)

دو معادله از میان معادلات ایجاد شده را حل می کنیم:

$$\frac{m+n}{-2} = \frac{2m+n}{-6} \Rightarrow \frac{m+n}{1} = \frac{2m+n}{3}$$

$$\Rightarrow 3m+3n=2m+n \Rightarrow m=-2n$$

$$\frac{m+n}{-2} = \frac{-3m+3}{-3n+3} \xrightarrow{m=-2n} \frac{-n}{-2} = \frac{6n+3}{-3n+3} = \frac{2n+1}{-n+1}$$

$$\Rightarrow -n^2+n=4n+2 \Rightarrow n^2+3n+2=0$$

$$\Rightarrow (n+1)(n+2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=-1 \Rightarrow m=2 \\ n=-2 \Rightarrow m=4 \end{cases}$$

بنابراین حداکثر مقدار  $m-n$  برابر است با:

$$4-(-2)=6$$

(سوکندر روشنی)

۳۰- گزینه «۳»

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد تبدیل می کنیم:

$$y^2-20=-8x+4y \Rightarrow y^2-4y+4=-8x+4 \Rightarrow (y-2)^2=-8(x-3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{راس سهمی: } S(3,2) \\ 4a=8 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

دهانه سهمی رو به چپ است، پس داریم:

$$\text{کانون: } F(3-2,2)=(1,2)$$

شعاع نوری موازی با محور تقارن سهمی به آن تابیده است، پس پرتو بازتابش از کانون سهمی عبور می کند. کافی است نقطه برخورد شعاع نوری با سهمی را به دست آوریم که این نقطه به پرتو بازتابش نیز تعلق دارد.

$$(y-2)^2=-8(x-3) \xrightarrow{y=1} 1=-8(x-3)$$

$$\Rightarrow x-3=-\frac{1}{8} \Rightarrow x=\frac{23}{8}$$

بنابراین پرتو بازتابش از نقاط  $M(\frac{23}{8},1)$  و  $F(1,2)$  عبور می کند.

$$m_{MF} = \frac{2-1}{1-\frac{23}{8}} = \frac{1}{-\frac{15}{8}} = -\frac{8}{15}$$

$$\text{معادله پرتو بازتابش: } y-2=-\frac{8}{15}(x-1)$$

$$\xrightarrow{\times 15} 15y-30=-8x+8$$

$$\Rightarrow 8x+15y=38 \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow b-a=7$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۵۶ و ۵۷)

(امیدرضا فلاح)

۲۷- گزینه «۳»

فصل مشترک دو صفحه  $x=5$  و  $y=3$ ، خط  $D: \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$  است.

$$A=(m^2+1, 2n-1, a) \in D \Rightarrow \begin{cases} m^2+1=5 \Rightarrow m=\pm 2 \\ 2n-1=3 \Rightarrow n=2 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$m=2 \Rightarrow B=(3,5,1)$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{(3-0)^2 + (5-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{35}$$

$$m=-2 \Rightarrow B=(-5,5,1)$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{51}$$

بنابراین حداکثر فاصله نقطه  $B$  از مبدأ مختصات، برابر  $\sqrt{51}$  است.

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

(علی ایمانی)

۲۸- گزینه «۴»

برای اینکه نقطه ای فقط روی یکی از یال های این مکعب مستطیل قرار داشته باشیم، باید دقیقاً دو مؤلفه از میان  $x, y$  و  $z$  برابر مقادیر این مؤلفه ها در صفحه های شامل وجه های مکعب مستطیل بوده و مؤلفه دیگر بین مقدار دو وجه باشد.

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: این نقطه یکی از رئوس مکعب مستطیل است، یعنی محل تقاطع سه یال مکعب مستطیل است.

گزینه «۲»: مقدار  $y$  خارج از بازه  $1 \leq y \leq -1$  قرار دارد، پس این نقطه خارج از مکعب مستطیل است.

گزینه «۳»: فقط مقدار  $x$  آن برابر یکی از وجه های مکعب مستطیل است، پس صرفاً روی یک وجه و نه روی یک یال قرار دارد.

گزینه «۴»: مقادیر  $y$  و  $z$  برابر وجه های مکعب مستطیل است و مقدار  $x$  در بازه  $4 \leq x \leq -1$  واقع شده است، پس این نقطه فقط روی یک یال مکعب مستطیل قرار دارد.

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه ۶۸)

(امیرمسین ابومصوب)

۲۹- گزینه «۱»

دو بردار  $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$  و  $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$  در صورتی موازی

یکدیگرند که رابطه  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$  برقرار باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{m+n}{-2} = \frac{-3m+3}{-3n+3} = \frac{2m+n}{-6}$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۲»

(سوکلر روشنی)

اگر  $x_1, x_2$  و  $x_3$  تعداد شاخه‌های گل‌های رز، میخک و مریم باشد، باید  
نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$  را مجموعه اعداد طبیعی حل کنیم. برای این  
کار جواب‌های صحیح و نامنفی  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$  را با شرط

$$\begin{cases} x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \\ x_3 \geq 1 \end{cases} \text{ و } x_4 \geq 0 \text{ به دست می‌آوریم:}$$

$$t_1 = x_1 - 1 \geq 0$$

$$t_2 = x_2 - 1 \geq 0 \Rightarrow t_1 + t_2 + t_3 + x_4 = 5$$

$$t_3 = x_3 - 1 \geq 0$$

$$\text{تعداد جواب: } \binom{8}{3} = 56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۲- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

اگر  $x_1$  : تعداد ۱های بکار رفته در عدد،  $x_2$  تعداد ۲های به کار رفته در  
عدد و ..... و  $x_5$  تعداد ۵های به کار رفته در عدد باشد، تعداد جواب‌های  
صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6$  مطلوب سؤال  
است که برابر  $\binom{10}{4} = 210$  حالت است و چون ارقام از چپ به راست  
نزولی هستند. جایگشت ندارند و به ۱ حالت کنار هم قرار می‌گیرند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۳- گزینه «۴»

(مهمرب صمدکار)

تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی  
معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$  با شرط اینکه دقیقاً دو متغیر  
برابر صفر باشد. اگر فرض کنیم  $x_1 = 0, x_2 = 0$  آنگاه با توجه به شرط  
مسئله، متغیرهای دیگر نمی‌توانند صفر باشند پس تعداد حالت‌های مطلوب

برابر است با جواب‌های طبیعی معادله  $x_3 + x_4 + x_5 = 7$  که برابر

$$= 15 = \binom{6}{2} = \binom{7-1}{3-1} \text{ است.}$$

بنابراین برای یافتن تعداد کل جواب‌ها، ابتدا ۲ متغیر از ۵ متغیر را برابر صفر

در نظر می‌گیریم که این کار به  $\binom{5}{2} = 10$  طریق انجام می‌شود و سپس

تعداد جواب‌های طبیعی را به دست می‌آوریم.

$$150 = 10 \times 15 : \text{جواب مسئله}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۴- گزینه «۳»

(امیرفرسین ابومصوب)

فرض کنید تعداد آرای افراد  $a, b$  و  $c$  را به ترتیب با  $x_1, x_2$  و  $x_3$   
نمایش دهیم.

برای اینکه یکی از افراد به اکثریت نسبی رسیده باشد، باید حداقل ۶ رأی به  
دست آورد.

تعداد حالت‌های ممکن در صورتی که رأی فرد  $a$  حداقل برابر ۶ باشد، از  
معادله زیر به دست می‌آید:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$x_1 \geq 6 \Rightarrow x_1 = y_1 + 6$$

$$y_1 + 6 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$= 15 = \binom{6}{2} = \binom{4+3-1}{3-1} = \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \Rightarrow$$

به طور مشابه ممکن است  $x_2 \geq 6$  یا  $x_3 \geq 6$  باشد، پس تعداد حالت‌های

$$\text{جواب برابر است با: } 3 \times 15 = 45$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۵- گزینه «۱»

(امیررضا امینی)

با توجه به مربع داده شده، ۲ مربع لاتین به صورت زیر قابل تعریف است.

۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۲	۴	۳	۱
۳	۱	۲	۴

۱	۳	۴	۲
۳	۱	۲	۴
۴	۲	۱	۳
۲	۴	۳	۱

$$\begin{cases} i = 3 \\ f = 4 \\ k = 2 \\ l = 4 \end{cases} \Rightarrow if + kl = 12 + 8 = 20$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(امیررضا امینی)

۳۹- گزینه «۴»

در صورتی که مربع‌های لاتین A و B متعامد باشند هنگامی که آن‌ها را نظیر به نظیر کنار هم قرار می‌دهیم اعداد زیر به دست می‌آید:

۱۱ ۱۲ ۱۳  
۲۱ ۲۲ ۲۳  
۳۱ ۳۲ ۳۳

بنابراین اگر درایه‌های نظیر به نظیر را با هم جمع کنیم به اعداد ۳، ۴، ۵، ۴، ۵، ۶ می‌رسیم.

۳۶: مجموع اعداد

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(سوگند روشنی)

۴۰- گزینه «۳»

سوال مشابه مثال کتاب درسی صفحه ۶۸ است. چون با دو مربع لاتین متعامد مواجه‌ایم. جدول داده شده به صورت زیر پر می‌شود:

۵۱	۲۳	۴۴	۱۲	۳۵
۲۵	۴۱	۱۳	۳۴	۵۲
۴۲	۱۵	۳۱	۵۳	۲۴
۱۴	۳۲	۵۵	۲۱	۴۳
۳۳	۵۴	۲۲	۴۵	۱۱

ماشین اول والیاف اول →

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(امیررضا فلاح)

۳۶- گزینه «۲»

با توجه به اینکه در یک مربع لاتین  $4 \times 4$  ارقام ۱ تا ۴ در هر سطر و ستون فقط یک بار باید ظاهر شوند سطر دوم این مربع به یکی از این ۴ حالت می‌تواند باشد:

۳	۴	۲	۱
---	---	---	---

۴	۳	۱	۲
---	---	---	---

۴	۳	۲	۱
---	---	---	---

۳	۴	۱	۲
---	---	---	---

در هر حالت سطر سوم منحصرأً فقط به یک حالت پر می‌شوند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(امیرمسین ابومیموب)

۳۷- گزینه «۲»

برنامه‌ریزی مسیر در یک مربع لاتین  $3 \times 3$  صورت می‌گیرد. چون هر قایق در هر مسیر فقط یک بار استفاده می‌شود، پس، دو مربع لاتین مربوط به قایق‌ها و مسیرها متعامد هستند. با توجه به اینکه نفر اول در روز اول، مسیر C را انتخاب کرده است، پس برنامه‌ریزی مسیرها به یکی از دو صورت زیر امکان‌پذیر است.

روز سوم	روز دوم	روز اول
C	A	B
A	B	C
B	C	A

روز سوم	روز دوم	روز اول
C	B	A
B	A	C
A	C	B

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(سوگند روشنی)

۳۸- گزینه «۲»

در مربع لاتین اول با توجه به اینکه درایه‌های هر سطر و هر ستون باید

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ c = 2 \\ d = 4 \end{cases}$$

است و با توجه به متعامد بودن دو مربع لاتین متفاوت باشند.

خواهیم داشت:

هندسه ۱

گزینه ۱» ۴۱-

(مردی نیک زاد)

طبق رابطه تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

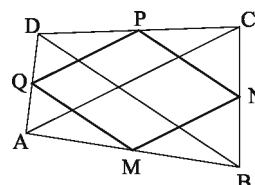
$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{n(n-1)}{2} - \frac{n(n-2)}{2} \Rightarrow n^2 - 4n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ n=4 \end{cases}$$

$$\text{تعداد قطرها } n = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{4 \times 1}{2} = 2$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها: صفحه ۵۵)

گزینه ۱» ۴۲-

(ممد ابراهیم کیتی زاده)



چهارضلعی MNQP متوازی الاضلاع است و در آن  $MN = \frac{AC}{2}$  و

$$NP = \frac{BD}{2} \text{ است. با توجه به برابری قطرها داریم:}$$

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس

چهارضلعی MNQP لوزی می باشد.

(هندسه ۱- چندضلعی ها: صفحه های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۳)

گزینه ۲» ۴۳-

(مسین هابیلو)

در یک مثلث قائم الزاویه، طول اضلاع روبه رو به زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$ .

به ترتیب  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  طول وتر است. طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

ABC داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \times BC}{CH \times BC} \Rightarrow \frac{BH}{CH} = \left( \frac{AB}{AC} \right)^2 = \left( \frac{\frac{1}{2} BC}{\frac{\sqrt{3}}{2} BC} \right)^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها: صفحه ۶۳)

گزینه ۲» ۴۴-

(ممد فخران)

اگر a طول ضلع مثلث و  $h_a$  طول ارتفاع وارد بر هر ضلع باشد، آنگاه

داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

مجموع فواصل هر نقطه درون یک مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است. اگر فاصله نقطه M از ضلع BC برابر x باشد، داریم:

$$\frac{3}{8} + \frac{15}{8} + x = 3 \Rightarrow x = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

گزینه ۲» ۴۵-

(امیر حسین ابومصوب)

اگر b و i به ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه ای اولیه و S و S' به ترتیب مساحت های چندضلعی شبکه ای اولیه و ثانویه باشند، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$\frac{S'}{S} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{4b}{2} + 3i - 1}{\frac{b}{2} + i - 1} = 4 \Rightarrow \frac{4b}{2} + 3i - 1 = \frac{4b}{2} + 4i - 4 \Rightarrow i = 3$$

حداقل تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه ای برابر ۳ است، بنابراین داریم:

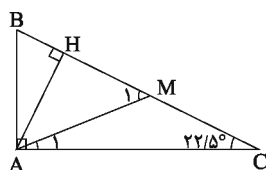
$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow S_{\min} = \frac{3}{2} + 3 - 1 = \frac{7}{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها، صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

گزینه ۳» ۴۶-

(سید سروش کریمی مدراسی)

در این مثلث قائم الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم:



می دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22.5^\circ$$

$$\Delta AMC: \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه  $45^\circ$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  طول وتر

است، پس داریم:

$$\Delta AMH: \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها: صفحه های ۶۰ و ۶۳)

$$\triangle AFG \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ADC}} = \left(\frac{AF}{AD}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\triangle AEF \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} = \left(\frac{AF}{AD}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در صورت}} \frac{S_{BEFD}}{S_{ABD}} = \frac{7}{16} \Rightarrow S_{BEFD} = \frac{7}{16} S_{ABD}$$

دو مثلث  $ABD$  و  $ADC$  دارای ارتفاع مشترک هستند، بنابراین نسبت مساحت آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های آن دو مثلث، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} = \frac{3}{7}$$

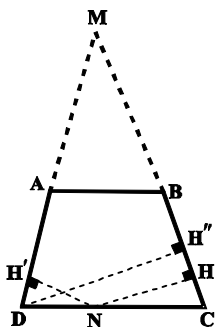
$$\Rightarrow \frac{S_{BEFD}}{S_{AFG}} = \frac{\frac{7}{16} S_{ABD}}{\frac{9}{16} S_{ADC}} = \frac{7}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{3}$$

(هنر سه ا- پندرضلعی‌ها؛ مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۳)

(سرر یقیا زاریان تبریزی)

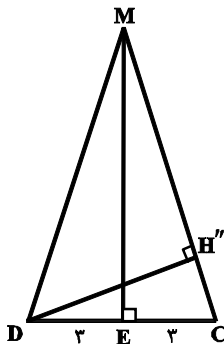
۵- گزینه «۲»

طبق صورت سؤال، دو ساق  $AD$  و  $BC$  را امتداد می‌دهیم تا در نقطه  $M$  همدیگر را قطع کنند. از نقطه  $N$  واقع بر قاعده مثلث دو عمود  $NH'$  و  $NH''$  را رسم می‌کنیم. به راحتی می‌توان متوجه شد که مثلث  $MDC$  متساوی‌الساقین است و مجموع طول دو عمود وارد بر ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{MB}{MB+3} = \frac{2/4}{6} \Rightarrow MB = 2$$

$$MC = MB + BC = 2 + 3 = 5$$



$$ME = \sqrt{MC^2 - EC^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$ME \times DC = DH'' \times MC$$

$$\Rightarrow 4 \times 6 = DH'' \times 5 \Rightarrow DH'' = 4/5$$

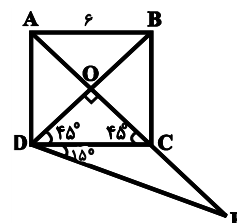
$$\Rightarrow NH + NH' = 4/5$$

(هنر سه ا- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

(علی ایمانی)

۴۷- گزینه «۳»

مطابق شکل در مثلث  $DOE$ ،  $\hat{D} = 60^\circ$  و  $\hat{O} = 90^\circ$ ، بنابراین  $\hat{E} = 30^\circ$  است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف طول وتر است، پس داریم:



$$DB = \sqrt{2} AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow DO = \frac{1}{2} DB = 3\sqrt{2} \quad (*)$$

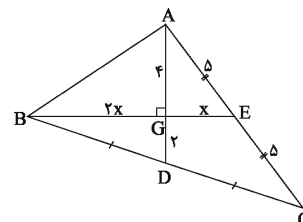
$$\triangle DOE : DO = \frac{1}{2} DE \xrightarrow{(*)} DE = 6\sqrt{2}$$

(هنر سه ا- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴)

(رضا عباسی اصل)

۴۸- گزینه «۱»

با توجه به این‌که میانه‌های هر مثلث همدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند، داریم:



$$AG = 2GD = 4$$

$$BG = 2GE = 2x$$

$$\triangle AGE : GE^2 = AE^2 - AG^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 16$$

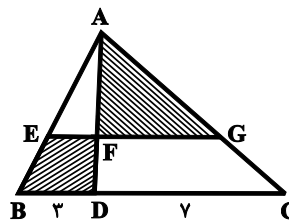
$$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow BE = 3 \times 2 = 6$$

(هنر سه ا- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

(سرر یقیا زاریان تبریزی)

۴۹- گزینه «۲»

طبق قضیه اساسی تشابه می‌توان نوشت:



$$EF \parallel BC \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC$$

$$FG \parallel DC \Rightarrow \triangle AFG \sim \triangle ADC$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

فیزیک 3

گزینه 4» -61

(عبدالرضا امینی نسب)

کمترین زمانی که ذره از نقطه M به نقطه N می‌رسد، برابر با  $\frac{T}{4}$  است.

$$\frac{T}{4} = 0.01s \Rightarrow T = 0.04s$$

از طرفی طول موج برابر است با:

$$\frac{\Delta \lambda}{4} = 40 \Rightarrow \lambda = 32cm = 0.32m$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.32}{0.04} = 8 \frac{m}{s}$$

از طرفی تندی انتشار موج عرضی در ریسمان از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$

به دست می‌آید، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F.L}{m}} \xrightarrow{L=10^{-2}m} \lambda = \sqrt{\frac{64 \times 10^{-2}}{m}}$$

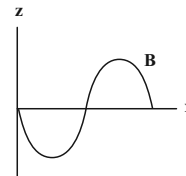
$$\Rightarrow m = 10^{-2}kg = 10g$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 69 تا 74)

گزینه 2» -62

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم در امواج الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم بسامد و هم گامند و در هر لحظه نوسان‌های مشابهی دارند. یعنی، با هم به بیشینه مقدار خود و با هم به کمینه مقدار خود (صفر) می‌رسند. در ضمن، این دو موج در هر لحظه بر یکدیگر عمودند. بنابراین، با توجه به این که نوسانات میدان الکتریکی در راستای محور y و انتشار موج در جهت محور x می‌باشد، لذا باید نوسانات میدان مغناطیسی در راستای محور z باشد (گزینه‌های 1 و 4 حذف می‌شوند). با توجه به این که نوسانات میدان‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  مشابه‌اند، بنابراین، گزینه 2» درست است.



(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 74 و 75)

گزینه 1» -63

(پوریا علاقه‌مند)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 25 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 2.5 = \log \frac{I}{I_0}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$2.5 = 1 + 1.5 = 1 + (5 \times 0.3) = \log 10 + 5 \log 2$$

$$\Rightarrow 2.5 = \log 10 + \log 2^5 = \log 10 + \log 32 = \log 320$$

بنابراین:

$$\log 320 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 320 = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 320 I_0$$

$$\Delta I = 319 I_0 = 319 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2} \times \frac{1 \mu W}{10^{-6} W} \times \frac{10^{-4} m^2}{1 cm^2}$$

$$\Rightarrow \Delta I = 319 \times 10^{-10} \frac{\mu W}{cm^2}$$

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 80 و 81)

گزینه 1» -64

(پوریا علاقه‌مند)

در پدیدهٔ دوپلر اگر چشمهٔ متحرک به ناظر ساکن نزدیک شود، در یک مدت زمان معین، ناظر با تعداد جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود که باعث افزایش بسامد و کاهش طول موج صوت دریافتی توسط ناظر خواهد شد.

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه‌های 81 تا 84)

گزینه 1» -65

(پیمان رستمی)

بسامد موج از ویژگی‌های منبع موج است و با رفتن از یک محیط به محیط دیگر ثابت می‌ماند، بنابراین  $\frac{f_1}{f_2} = 1$  است.

$$\frac{f_1}{f_2} = 1$$

از طرفی طبق رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ ، تندی انتشار در بخش ضخیم طناب کم‌تر

از بخش نازک است یعنی  $v_1 < v_2$  در نتیجه  $\frac{v_1}{v_2} < 1$  می‌شود.

همچنین طبق رابطه  $v = \lambda f$ ، چون  $v_1 < v_2$  و  $f_1 = f_2$  است، در نتیجه

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} < 1 \text{ یعنی } \lambda_1 < \lambda_2 \text{ می‌شود.}$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 و 95)

66- گزینه 2»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم هرگاه موجی از محیطی با تندی بیشتر وارد محیطی با تندی کمتر شود، آنگاه پرتوی شکست به خط عمود نزدیک شده و زاویه شکست کوچک‌تر از زاویه تابش می‌شود. توجه کنید عکس بیان فوق نیز صحیح است. مطابق شکل داریم:

$$(2) \quad (r = 30^\circ) > (\theta = 60^\circ) \Rightarrow v_1 > v_2$$

$$(3) \quad (r = 50^\circ) < (\theta = 30^\circ) \Rightarrow v_2 < v_3$$

$$(3) \quad (r = 50^\circ) > (\theta = 60^\circ) \Rightarrow v_1 > v_3$$

با مقایسه سه رابطه بالا داریم:

$$v_1 > v_3 > v_2$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 تا 99)

67- گزینه 4»

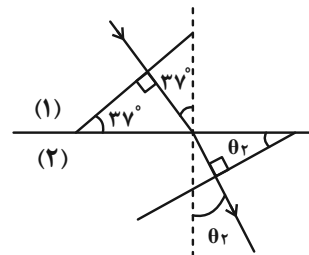
(مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  و با توجه به این‌که بسامد موج در هر دو محیط یکسان است، به‌صورت زیر نسبت را می‌یابیم:

$$v = \lambda f \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{\lambda_2 = \frac{5}{6}\lambda_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{5}{6}\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{6}$$

اکنون، با توجه به این‌که زاویه جبهه‌های موج فرودی و شکست با سطح جدایی دو محیط به‌ترتیب برابر با زاویه‌های تابش و شکست می‌باشد، با استفاده از رابطه قانون شکست عمومی، زاویه  $\theta_2$  را می‌یابیم:



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \theta_1 = 37^\circ \rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 37^\circ} = \frac{5}{6}$$

$$\xrightarrow{\sin 37^\circ = 0.6} \frac{\sin \theta_2}{0.6} = \frac{5}{6} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.5$$

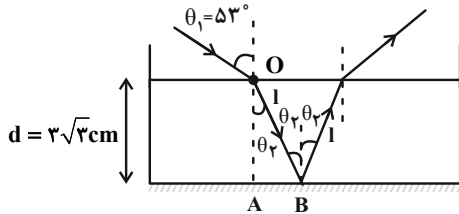
$$\Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 94 تا 99)

68- گزینه 4»

(زهره آقاممیری)

ابتدا مسیر پرتو نور را از لحظه ورود به مایع تا خارج شدن از آن، رسم می‌کنیم.



اکنون به کمک رابطه اسنل، زاویه  $\theta_2$  و پس از آن طول  $l$  را می‌یابیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \frac{n_1 = 1, n_2 = 1.6}{\theta_1 = 53^\circ}$$

$$1 \times 0.8 = 1.6 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

در مثلث OAB داریم:

$$\cos \theta_2 = \frac{d}{l} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{l} \Rightarrow l = 6 \text{ cm}$$

پرتو طول  $2l$  را داخل مایع طی می‌کند. از طرفی تندی پرتو داخل مایع از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$v = \frac{c}{n} \xrightarrow{v = \frac{2l}{t}} \frac{2l}{t} = \frac{c}{n} \quad \frac{l = 0.06 \text{ m}, n = 1.6}{c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

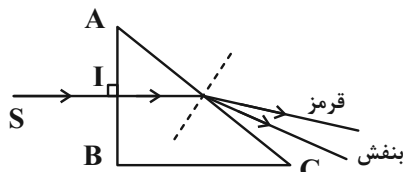
$$t = \frac{2 \times 0.06 \times 1.6}{3 \times 10^8} = 0.64 \times 10^{-9} \text{ s} = 0.64 \text{ ns}$$

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 90 تا 99)

69- گزینه 2»

(مصطفی کیانی)

چون پرتوی SI به‌صورت عمود بر وجه AB منشور تابیده است، بدون انحراف وارد منشور می‌شود. از طرف دیگر، در هنگام خروج از وجه AC، چون ضریب شکست برای نور بنفش بزرگ‌تر از ضریب شکست برای نور قرمز است، زاویه شکست برای نور بنفش بیشتر از زاویه شکست برای نور قرمز است. لذا، انحراف پرتوی بنفش بیشتر خواهد بود. بنابراین گزینه «2» درست است.



(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه 100)

70- گزینه 4»

(زهره آقاممیری)

در شکل (1) پراش بارزتر است. پس طول‌موج نور در شکل (1) نسبت به شکل (2) بیشتر است. (هرچه پهنای شکاف در مقایسه با طول‌موج نور کمتر باشد، پراش بارزتر است). طول‌موج نور آبی، از قرمز، زرد و سبز کمتر و از بنفش بیشتر است.

(فیزیک 3 - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های 101 و 102)

به قاعده دست راست، این نیرو در خلاف جهت محور Z است و اندازه آن برابر است با:

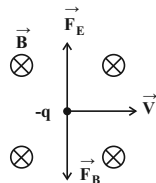
$$F = |q| v_y B_x \sin 90^\circ \quad |q| = 5 \times 10^{-6} \text{ C}, v_y = 5 \text{ m/s} \\ B_x = 3T, \sin 90^\circ = 1$$

$$F = 5 \times 10^{-6} \times 5 \times 3 \times 1 \Rightarrow F = 7.5 \times 10^{-5} \text{ N}$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

74- گزینه «2» (عبدالرضا امینی نسب)

طبق قاعده دست راست برای بار الکتریکی منفی، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت پایین است و بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت بالا باشد تا ذره منحرف نشود. (شکل زیر)



از طرفی طبق رابطه  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  هرگاه بار الکتریکی منفی باشد، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین است.

$$F_B = F_E \Rightarrow |q| vB = |q| E \Rightarrow E = vB$$

$$\Rightarrow E = 2 \times 10^{-3} \times 0.2 = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

75- گزینه «1» (مهری سلطانی)

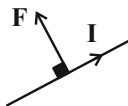
برای به دست آوردن نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، شکل سیم مهم نیست و می‌توانیم ابتدای سیم را به انتهای سیم وصل کنیم و نیروی وارد بر قطعه AD را مستقیم به دست آوریم:

$$L = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}$$

$$F = ILB \sin \theta$$

$$= 2 \times 0.1 \times 0.2 \times \sin 90^\circ = 0.04 \text{ N}$$

طبق قاعده دست راست، جهت نیرو مطابق زیر خواهد بود:



(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 91 و 94)

76- گزینه «1» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک مساحت پیچه، شعاع آن را محاسبه می‌کنیم، داریم:

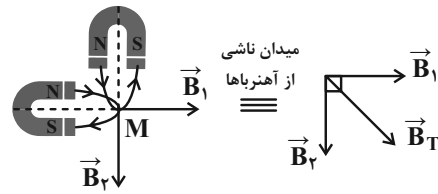
$$S = \pi r^2 \Rightarrow 36\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 6 \text{ cm}$$

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$  قابل محاسبه است.

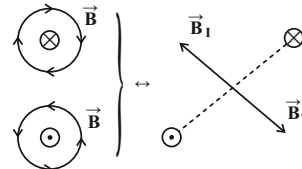
## فیزیک 2

71- گزینه «3»

(عرفان عسکریان پایمان)



برای خنثی شدن  $\vec{B}_T$  باید میدانی در خلاف جهت  $\vec{B}_T$  موجود باشد و با توجه به جهت میدان حاصل از سیم حامل جریان، داریم:

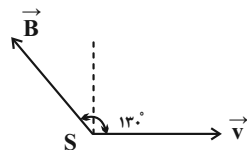


که در این سؤال فقط سیم C شانس خنثی کردن میدان حاصل از آهنرباها را در نقطه M دارد.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 84 و 87 و 94 و 96)

72- گزینه «1» (مهمعلی راست پیمان)

قبل از دوران، چهار انگشت دست راست را روی  $\vec{v}$  قرار می‌دهیم، طوری که وقتی خم شوند روی  $\vec{B}$  قرار گیرند، انگشت شست ما جهت نیرو را نشان می‌دهد، پس قبل از دوران جهت نیروی مغناطیسی برای بار مثبت برون سو و برای بار منفی درون سو است.



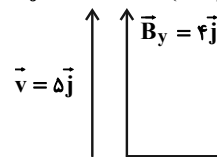
پس از دوران، هم جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی درون سو است.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

73- گزینه «4» (مصطفی کیانی)

ابتدا بردار میدان مغناطیسی  $\vec{B} = 3t\vec{i} + 4\vec{j}$  را در لحظه  $t = 1\text{s}$  به دست می‌آوریم و سپس بردارهای  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  را به صورت مولفه‌های سازنده‌اش رسم می‌کنیم.

$$\vec{B} = 3t\vec{i} + 4\vec{j} \xrightarrow{t=1\text{s}} \vec{B} = (3 \times 1)\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$



همان‌طور که می‌بینید، زاویه بین بردار  $\vec{v}$  و  $\vec{B}_y$  برابر  $\theta = 0$  است، لذا بنا به رابطه  $F = |q| vB \sin \theta$ ، از طرف مولفه  $\vec{B}_y$  به ذره باردار نیرو وارد نمی‌شود و تمام نیرو را مولفه  $\vec{B}_x$  به این ذره وارد می‌کند. بنابراین با توجه

$$\Rightarrow mg + I' l B \sin 90^\circ = 2F'_e$$

$$\Rightarrow mg + 4 / 5 \times 0 / 8 \times B \times 1 = 2 \times 1 / 2$$

$$\Rightarrow mg + 3 / 6 B = 2 / 4 \quad (2)$$

با استفاده از دو رابطه (1) و (2) داریم:

$$1 / 2 + 1 / 2 B + 3 / 6 B = 2 / 4 \Rightarrow 4 / 8 B = 1 / 2 \Rightarrow B = 0 / 25 T$$

روش دوم:

چون جهت میدان مغناطیسی مشخص نیست، با استفاده از اطلاعات داده شده، در حالت دوم اندازه نیروی مغناطیسی سه برابر و جهت آن عکس حالت اولیه است. داریم:

$$\text{حالت اول: } \vec{F}_B - mg\vec{j} + 2F'_e\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{F}_B = (mg - 2F'_e)\vec{j} \quad (1)$$

$$(2) \text{ حالت دوم: } -3\vec{F}_B - mg\vec{j} + 2F'_e\vec{j} = 0 \Rightarrow 3\vec{F}_B = (-mg + 2F'_e)\vec{j} \quad (2)$$

با جمع معادله‌های (1) و (2) داریم:

$$2\vec{F}_B = (F'_e - F_e)\vec{j} \Rightarrow 2\vec{F}_B = (1 / 2 - 0 / 6)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_B = 0 / 2 \vec{j}$$

در نتیجه جهت نیروی مغناطیسی در حالت اول به سمت بالا است و داریم:

$$F_B = I l B \sin \theta \Rightarrow 0 / 2 = 1 / 5 \times 0 / 8 \times B \times \sin 90^\circ$$

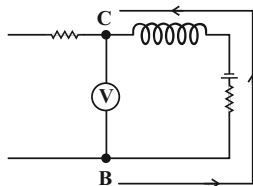
$$\Rightarrow B = \frac{1}{4} T$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 91 تا 94)

(غلامرضا مصی)

79 - گزینه «2»

ابتدا جریان عبوری از سیملوله را محاسبه می‌کنیم:



$$V_C + \varepsilon + Ir = V_B \Rightarrow V_B - V_C = \varepsilon + Ir$$

$$\frac{\Delta V = 11V}{\varepsilon = 8V, r = 0 / 75 \Omega} \rightarrow 11 = 8 + 0 / 75 I \Rightarrow I = 4A$$

اندازه میدان درون سیملوله برابر است با:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times 30 \times 4$$

$$\Rightarrow B = 1 / 44 \times 10^{-4} T$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 99 تا 101)

(بابک اسلامی)

80 - گزینه «4»

مواد فرومغناطیسی به دو دسته فرومغناطیسی نرم و فرومغناطیسی سخت تقسیم می‌شوند. در مواد فرومغناطیسی نرم، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کند ولی در مواد فرومغناطیسی سخت، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سختی تغییر می‌کند. بنابراین مواد فرومغناطیسی سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی مناسب است.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 101 تا 103)

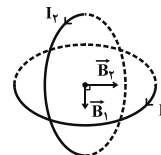
$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \Rightarrow 2\pi \times 10^{-3} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times I}{2 \times 6 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{24\pi \times 10^{-5}}{2\pi \times 10^{-5}} = 12A$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 97 تا 99)

(مهمر ساکی)

77 - گزینه «1»



با توجه به این که سطح دو حلقه بر یکدیگر عمود است، میدان مغناطیسی ناشی از جریان حلقه‌ها در مرکز مشترک آن‌ها بر یکدیگر عمود است و داریم:

$$B_1 = \frac{\mu_0 N I_1}{2R_1} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 6}{2 \times 12 \times 10^{-2}} \Rightarrow B_1 = 3 \times 10^{-5} T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 N I_2}{2R_2} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 8}{2 \times 12 \times 10^{-2}} \Rightarrow B_2 = 4 \times 10^{-5} T$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(3 \times 10^{-5})^2 + (4 \times 10^{-5})^2}$$

$$\Rightarrow B_T = 5 \times 10^{-5} T = 0 / 5 G$$

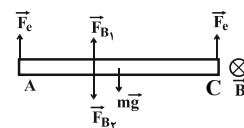
(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 97 تا 99)

(بیژا فورشیر)

78 - گزینه «2»

روش اول:

اگر فرض کنیم در حالتی که جریان 1/5 آمپری در میله از A به C می‌گذرد، اندازه نیروی مغناطیسی برابر با  $F_B$  باشد، در حالتی که جریان 4/5 آمپری در میله از C به A می‌گذرد، اندازه نیروی مغناطیسی برابر با  $3F_B$  و جهت آن برعکس می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه نیروسنج‌ها زمانی که جریان از A به C است عدد کمتری را از زمانی که جریان از C به A است نشان می‌دهند، می‌توان نتیجه گرفت نیروی مغناطیسی در حالت اول به طرف بالا (خلاف جهت  $mg$ ) و در حالت دوم پایین (هم جهت با  $mg$ ) است.



جریان 1/5 A و از A به C:

$$mg = F_e + F_e + F_B$$

$$\Rightarrow mg = 2F_e + I l B \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow mg = 2 \times 0 / 6 + 1 / 5 \times 0 / 8 \times B \times 1$$

$$\Rightarrow mg = 1 / 2 + 1 / 2 B \quad (1)$$

جریان 4/5 A و از C به A:

$$mg + F'_B = F'_e + F'_e$$

فیزیک 1

81- گزینه «3»

(مسعود قره‌فانی)

طبق متن کتاب، دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به عنوان دماسنج معیار پذیرفته‌اند که عبارتند از: دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تفسنج (بیرومتر)

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 و 87)

82- گزینه «1»

(غلامرضا ممینی)

به کمک رابطه بین دما بر حسب کلوین و بر حسب درجه سلسیوس، داریم:

$$\frac{T_r}{T_1} = \frac{\theta_r + 273}{\theta_1 + 273} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\theta_r + 273}{\theta_1 + 273} \Rightarrow \theta_1 = 91^\circ\text{C}$$

این دما بر حسب درجه فارنهایت برابر است با:

$$F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \xrightarrow{\theta_1=91^\circ\text{C}} F_1 = \frac{9}{5} \times 91 + 32 = 195.8^\circ\text{F}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 و 85)

83- گزینه «1»

(شارمان ویسی)

با توجه به اینکه نقطه ذوب یخ و جوش آب در فشار یک اتمسفر برابر با  $0^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  است، رابطه تغییر دمایی این دو دماسنج را با هم به دست می‌آوریم:

$$\frac{\theta - 0}{100 - 0} = \frac{x - 30}{120 - 30} \Rightarrow x = \frac{9}{10}\theta + 30 \Rightarrow \Delta x = \frac{9}{10}\Delta\theta$$

پس  $90^\circ$  تغییرات دما در این دماسنج معادل با  $100^\circ\text{C}$  تغییرات دما در

دماسنج سلسیوس است. هم‌چنین با توجه به رابطه تغییرات طول داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = 10^{-2} \times 10^{-5} \times 10^2 = 1\text{mm}$$

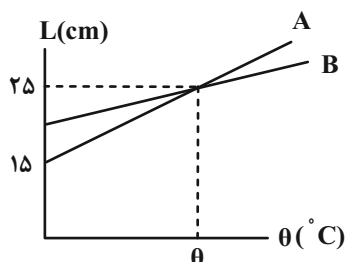
(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 84 و 90)

84- گزینه «1»

(مصطفی کیانی)

با توجه به نمودار، در دمای  $\theta$ ، طول دو میله با هم برابر است. چون دمای

اولیه میله‌ها برابر  $\theta_1 = 0$  است،  $\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$  خواهد بود.



از طرف دیگر  $\Delta L_B = 25 - L_{1B}$  و  $\Delta L_A = 25 - 15 = 10\text{cm}$

است. بنابراین با استفاده از رابطه  $\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta$  به صورت زیر  $L_{1B}$  را

می‌یابیم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta L_B}{\Delta L_A} = \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{L_{1B}}{L_{1A}} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

$$\frac{\alpha_B = \frac{3}{10} \alpha_A}{L_{1A} = 15\text{cm}} \rightarrow \frac{25 - L_{1B}}{10} = \frac{\frac{3}{10} \alpha_A}{\alpha_A} \times \frac{L_{1B}}{15} \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{25 - L_{1B}}{10} = \frac{L_{1B}}{40} \Rightarrow L_{1B} = 20\text{cm}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه‌های 87 و 90)

85- گزینه «2»

(مسین مفرومی)

طول میله اول را با  $L$  و طول میله دوم را با  $L'$  نمایش می‌دهیم.

$$\frac{L' - L}{L} = \alpha \Delta T \Rightarrow L' = (1 + \alpha \Delta T)L$$

از طرفی داریم:

$$L_T = L_1(1 + \alpha \Delta T) = L_1(1 + 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^2) = 1.01 L_1$$

$$L'_T = L'_1(1 + \alpha \Delta T) = (L_1 + 0.01 L_1)(1 + 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^2)$$

$$\Rightarrow L'_T = (L_1 + 0.01 L_1) \times 1.01$$

88- گزینه «3»

(شماره ارغوانی فردر)

دمای جسم در مدت  $180^{\circ}\text{S}$  از  $30^{\circ}\text{C}$  به  $60^{\circ}\text{C}$  رسیده و  $90^{\circ}\text{C}$  افزایش دما داشته است. گرمایی که طی این مدت جسم جامد گرفته است را به دست می آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta = 0.15 \times 400 \times 90 = 5400 \text{ J}$$

بنابراین گرمایی که جسم در هر ثانیه دریافت می کند، برابر است با:

$$Q' = 5400 \div 180 = 30 \text{ J}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 87 تا 90)

89- گزینه «3»

(مهمرعلی راست پیمان)

چون تغییرات دما بر حسب درجه سلسیوس و کلونین برابر است. داریم:

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A \Rightarrow Q_A = m_A c_A \times 40$$

برای جسم B داریم:

$$\Delta F_B = 1/8 \Delta\theta_B \Rightarrow (130 - 40) = 1/8 \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_B = 50^{\circ}\text{C}$$

$$Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow Q_B = m_B c_B \times 50$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \times 40}{m_B c_B \times 50}$$

پس:

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1/2 c_B \times 4}{c_B \times 5} = \frac{4/8}{5} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 87 تا 90)

90- گزینه «3»

(شارمان ویسی)

چون هر دو گلوله مسی هستند، گرمای ویژه یکسانی دارند. طبق رابطه گرمای داده شده به یک جسم  $Q = mc\Delta\theta$  داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{\theta' - \theta_2}{\theta' - \theta_1} \Rightarrow 2 = 3 \times \frac{100 - \theta_2}{100 - 25} \Rightarrow \theta_2 = 50^{\circ}\text{C}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 84 و 85 تا 90)

$$L'_p + L_p = 4/51 \Rightarrow 1/1 L_1 + 1/1 L_1 + 0/11 = 4/51$$

$$\Rightarrow 2/2 L_1 + 0/11 = 4/51 \Rightarrow L_1 = 2\text{m} = 200\text{cm}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 87 تا 90)

86- گزینه «3»

(بیبا خورشید)

$$\text{طولی که خط کش نشان می دهد} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} = 1000 \text{ kelb}$$

$$L = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} = 1000 \text{ kelb}$$

قبل از گرم کردن:

بعد از گرم کردن:

$$L' = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ mm}(1 + \alpha \Delta\theta)} = \frac{1000}{1 + \frac{1}{199} \times 10^{-2} (125 - 25)}$$

$$\Rightarrow L' = \frac{1000}{200} = 5 \times 199 = 995 \text{ mm}$$

$$1000 - 995 = 5 \text{ mm}$$

بنابراین:

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 87 تا 90)

87- گزینه «4»

(امسان مهمری)

$$\text{چون گرمای ویژه بر حسب } \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{F}} \text{ خواسته شده، پس همان ابتدا تغییرات}$$

دما را بر حسب فارنهایت به دست آورده و لحاظ می کنیم.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 35 = 63^{\circ}\text{F}$$

و به این ترتیب:

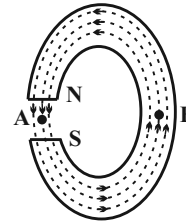
$$Q = mc\Delta F \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta F} = \frac{63000}{0.5 \times 63} = 2000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{F}}$$

(فیزیک 1 - دما و گرما: صفحه های 84، 85 و 86 تا 90)

فیزیک 2

گزینه 4» 91-

(مسیر مفروضی)



با توجه به این که خط‌های میدان مغناطیسی، منحنی‌هایی بسته هستند که در خارج از آهنربا از N به S و در داخل آهنربا از S به N می‌باشند، بنابراین جهت میدان مغناطیسی در نقاط A و B به ترتیب به صورت  $\downarrow$  و  $\uparrow$  است.

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 84 تا 88)

گزینه 4» 92-

(علیرضا کونه)

باید توجه کرد که میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ ) با جهت حرکت ( $\vec{v}$ ) لزوماً عمود بر هم نیستند و نیروی  $\vec{F}$  بر صفحه‌ای که از  $\vec{B}$  و  $\vec{v}$  می‌گذرد، عمود است.

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 89 و 90)

گزینه 4» 93-

(علیرضا کونه)

با توجه به این که بردار میدان مغناطیسی در راستای محور x ها است، زاویه مؤلفه x بردار سرعت با آن برابر با صفر است و در نتیجه این مؤلفه تأثیری در نیروی مغناطیسی ندارد. بنابراین داریم:

$$F = |q|vB \sin \theta = |q|v_y B_x \sin 90^\circ = 4.0 \times 10^{-3} \times 2 \times 450 \times 10^{-4} \times 1$$

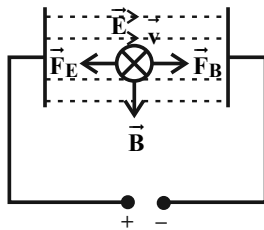
$$\Rightarrow F = 3600 \times 10^{-6} \text{ N} = 3600 \mu\text{N} = 3.6 \times 10^{-3} \mu\text{N}$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 89 تا 91)

گزینه 4» 94-

(زهره آقاممیری)

به بار الکتریکی منفی در میدان الکتریکی، در خلاف جهت خط‌های میدان، نیروی الکتریکی وارد می‌شود.



بنابراین جهت نیروی الکتریکی به سمت چپ خواهد بود. لذا برای این که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی هم‌اندازه با نیروی الکتریکی به سمت راست به آن وارد شود. از طرفی چون کم‌ترین اندازه میدان مغناطیسی خواسته شده است، باید بردار میدان مغناطیسی بر بردار سرعت الکترون عمود باشد که در این حالت طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی به طرف پایین خواهد بود. داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB \sin \theta$$

$$\xrightarrow{\theta=90^\circ} E = vB \Rightarrow 5000 = 4 \times 10^3 \times B \Rightarrow B = 0.125 \text{ T}$$

(فیزیک 2- مغناطیس: صفحه‌های 89 تا 91)

گزینه 4» 95-

(سعید شرق)

چون سیم در حال تعادل است، نیروی وزن وارد بر سیم با نیروی مغناطیسی وارد بر آن خنثی می‌شود. بنابراین داریم:

$$F = mg \Rightarrow BIl \sin \theta = mg \Rightarrow \frac{m}{l} = \frac{BI \sin \theta}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{l} = \frac{100 \times 10^{-4} \times 4 \times 1}{10} \Rightarrow \frac{m}{l} = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

(فیزیک 2 - مغناطیس: صفحه‌های 91 تا 94)

96- گزینه «1»

(مفسر قنبریلر)

همواره نیروی خالص مغناطیسی وارد بر مسیرهای بسته درون میدان

مغناطیسی، که از آن‌ها جریان الکتریکی می‌گذرد برابر صفر است.

قسمت‌های AB و CD چون موازی با میدان مغناطیسی هستند، نیرویی بر

آنان وارد نمی‌شود در نتیجه نیرویی که بر قسمت DA وارد می‌شود با

نیرویی که به قسمت BC وارد می‌شود هم‌اندازه اما در خلاف جهت است.

$$F_{DA} = F_{BC} = I \ell_{DA} B \sin \theta = 2 \times 3 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \times 1$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 3 \times 10^{-3} \text{ N}$$

(فیزیک 2- صفحه‌های 91 و 94)

97- گزینه «1»

(عرفان عسکریان پایمان)

$$\text{میدان را باید با رابطه } B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \text{ محاسبه کنیم.}$$

برای محاسبه تعداد حلقه‌ها داریم:

$$N \times (2\pi R) = L$$

$$N = \frac{9 \text{ cm}}{2\pi \times 5 \text{ cm}} = \frac{9}{\pi}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \left(\frac{9}{\pi}\right) \times 1}{2 \times \frac{5}{100}} = 36 \times 10^{-6} \text{ T} = 36 \mu\text{T}$$

(فیزیک 2- صفحه‌های 97 و 99)

98- گزینه «3»

(نعمان رستمی)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{I_1}{I_2} \times \frac{L_2}{L_1}$$

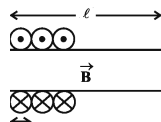
$$\Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک 2- صفحه‌های 99 و 100)

99- گزینه «3»

(ناظم شاه‌ملکی)

مطابق شکل زیر اگر قطر سیم D باشد، می‌توان طول سیموله را برحسب قطر سیم به‌دست آورد.

$$\ell = N \cdot D \Rightarrow \frac{N}{\ell} = \frac{1}{D}$$


$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 \frac{I}{D}$$

$$\Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{0.2}{\pi \times 10^{-3}} \Rightarrow B = 0.8 \times 10^{-4} \text{ T} = 0.8 \text{ G}$$

(فیزیک 2- صفحه‌های 99 و 101)

100- گزینه «2»

(بابک اسلامی)

مواد دیامغناطیسی به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند ولی هنگامی

که در میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند، به‌سبب القاء، دو قطبی‌های

مغناطیسی در خلاف سوی میدان مغناطیسی در آن القاء می‌شوند.

(فیزیک 2- صفحه‌های 101 و 103)

شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(معرف بازوکی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت بوده و یک گونه شیمیایی دویعدی است.

گزینه «۲»: گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند.

گزینه «۳»: یافته‌های تجربی نشان داده است که گرافن همانند الماس شفاف بوده و استحکام بالایی دارد و همانند الماس تمام اتم‌های آن با پیوند اشتراکی به هم متصل‌اند.

گزینه «۴»: در ساختار گرافن هر اتم کربن به سه اتم دیگر متصل است.

(شیمی ۳، شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۰۲- گزینه «۳»

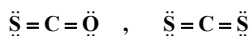
(معرف بازوکی)

عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نوع بار جزئی اتم کربن در مولکول حاصل (کربونیل سولفید)  $\delta +$  ولی در مولکول اتین  $\delta -$  می‌باشد.

عبارت دوم: با جایگزین کردن یکی از گوگردها با اتم اکسیژن تغییری در تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی ایجاد نمی‌شود.



عبارت سوم: از آن‌جا که خاصیت نافلزای اکسیژن بیش‌تر از گوگرد می‌باشد، با جایگزین کردن یکی از گوگردها با اتم اکسیژن، بار جزئی مثبت  $(\delta +)$  روی اتم کربن افزایش می‌یابد.

عبارت چهارم: مولکول کربونیل سولفید حاصل، یک مولکول قطبی می‌باشد که گشتاور دو قطبی بزرگ‌تر از صفر دارد.

عبارت پنجم: با توجه به این‌که تعداد اتم کربن در هر دو ترکیب ثابت است با جایگزین کردن اتم گوگرد با اکسیژن، جرم مولی کاهش یافته و درصد جرمی کربن بیش‌تر می‌شود.

$$\text{CS}_2 \text{ درصد جرمی کربن در } = \frac{12}{76} \times 100 = 16\%$$

$$\text{CSO} \text{ درصد جرمی کربن در } = \frac{12}{60} \times 100 = 20\%$$

(شیمی ۳، شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۰۳- گزینه «۳»

(ممدیارسا فراهانی)

فراوان‌ترین اکسید پوسته جامد کره زمین سیلیس است. سیلیس یک جامد کووالانسی است و دارای ذرات سازنده مجزا به نام مولکول نیست و جامد مولکولی محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۳، شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۰۴- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) مجموع درصد جرمی  $\text{MgO}$  و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ،  $\text{Na}_2\text{O}$ ،  $\text{Al}_2\text{O}_3$  بیش از ۴۰٪ می‌باشد.

(۲) درصد جرمی  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  از ۱ درصد کمتر است.

(۳) با کاهش درصد جرمی آب بر اثر پختن سفالینه، درصد جرمی سایر مواد افزایش می‌یابد.

(۴)  $\text{SiO}_2$  یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه است.

(شیمی ۳، شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۶۷)

۱۰۵- گزینه «۴»

(رامین علیداری)

با توجه به شکل‌های صفحات ۷۴ و ۷۵ کتاب درسی،  $\text{SCO}$  برخلاف  $\text{CHCl}_3$ ، دارای ساختار خطی است اما هر دوی آن‌ها قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $\text{NH}_3$  و  $\text{H}_2\text{O}$  هر دو قطبی هستند.

گزینه «۲»:  $\text{SO}_2$  و  $\text{CCl}_4$  هر دو ناقطبی هستند.

گزینه ۳ - ۱۰۸

(مهمربشا زهرهوند)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر کاتالیزگر به یک یا شمار معدودی از واکنش‌ها سرعت می‌بخشد.

گزینه «۲»: بر روی سطح مبدل‌های کاتالیستی فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین نشانده شده است.

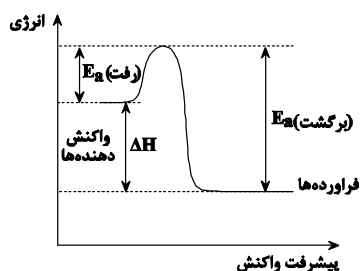
گزینه «۴»: کاتالیزگر در شرایط انجام واکنش، باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشد.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

گزینه ۳ - ۱۰۹

(امین نوروزی)

مطابق نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» یک واکنش (گرماده):



(آ) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها با فرآورده‌ها را آنتالپی ( $\Delta H$ ) می‌نامند.

(ب) تفاوت سطح انرژی قله نمودار با فرآورده‌ها را انرژی فعال‌سازی برگشت می‌گویند که آن را با  $E_a$  (برگشت) نمایش می‌دهند.

(پ) تفاوت سطح انرژی قله نمودار با واکنش‌دهنده‌ها را انرژی فعال‌سازی رفت گویند که آن را با  $E_a$  (رفت) نمایش می‌دهند.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه ۲ - ۱۱۰

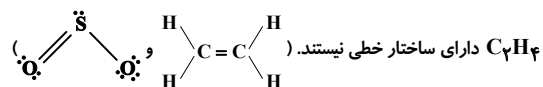
(امیر هاتمیان)

مجموع جرم آلاینده‌ها به ازای ۱ کیلومتر در نبود مبدل:

$$5/99 + 1/67 + 1/04 = 8/7g$$

مقدار جرم آلاینده‌ها در حضور مبدل:

گزینه «۳»: مولکول  $C_2H_4$  ناقطبی و  $SO_2$  قطبی است، اما  $SO_2$  و



(شیمی ۳، شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

گزینه ۳ - ۱۰۶

(میلاد شیخ الاسلامی فیاوی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): شاره استفاده شده باید دمای ذوب بالا داشته و در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باشد یا به عبارتی اختلاف دمای ذوب و جوش آن زیاد باشد که برای ترکیب‌های مولکولی مانند HF اینگونه نیست.

عبارت (ب): عناصر A تا D به ترتیب یون‌های  $A^{2+}$ ،  $B^+$ ،  $C^-$  و  $D^{2-}$  را تشکیل می‌دهند. در نتیجه AD بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه را خواهد داشت.

عبارت (پ): شعاع آنیون و کاتیون در LiF کم‌تر از NaCl است، بنابراین این جمله صحیح است.

عبارت (ت): چگالی بار  $Na^+$  بیشتر از  $K^+$  است؛ پس آنتالپی شبکه KCl باید کمتر از NaCl باشد. همچنین چگالی بار  $Cl^-$  بیش‌تر از  $Br^-$  است، پس آنتالپی شبکه KCl باید بیشتر از KBr باشد. یعنی باید عددی بین ۶۸۹ تا ۷۸۷ کیلوژول بر مول باشد.

(شیمی ۳، شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۶ و ۷۸ تا ۸۱)

گزینه ۳ - ۱۰۷

(امیرشا هسانی‌پور)

تنها عبارت (آ) نادرست است.

عبارت (آ): اغلب آلاینده‌های موجود در هوای آلوده بی‌رنگ هستند.

عبارت (ب): با توجه به وجود کارخانه‌ها و ماشین‌آلات مختلف و همچنین جمعیت متفاوت در شهرها، نوع و مقدار آلاینده‌ها در شهرهای مختلف، متفاوت است.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۲ و ۹۴)

پ) در بیان علمی قانون هس، «اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد،  $\Delta H$  آن نیز از جمع جبری  $\Delta H$  همان واکنش‌ها به دست می‌آید».

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ و ۷۰ تا ۷۲)

۱۱۴- گزینه «۳» (ممنوع عظیمیان زواره)

تنها مورد (ب) نادرست است.

در محیط مرطوب میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده، تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود. حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها، سبب افزایش زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن‌ها خواهد شد. مواد غذایی در حضور نور یا دمای بالا سریع تر فاسد می‌شوند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۱۵- گزینه «۲» (ممنوع عظیمیان زواره)

الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در هوا نمی‌سوزد، درحالی‌که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۱۶- گزینه «۴» (ممنوع عظیمیان زواره)

گزینه «۱»: درست. با توجه به شمارمول‌های تولیدی C که دو برابر شمار مول‌های مصرفی A یا B است.

گزینه «۲»: درست.

$$\bar{R}_A = \frac{1}{2} \bar{R}_C$$

گزینه «۳»: درست. با توجه به ضریب استوکیومتری C و مجموع ضرایب استوکیومتری A و B که با هم برابراند.

گزینه «۴»: نادرست.

A + B → 2C			
۰/۲	۰/۳	۰	mol آغازی
۰/۲-x	۰/۳-x	2x	mol زمانی که A و C برابر می‌شوند

$$\frac{20}{100} \times 8/7 = 1/74g$$

$$10.7 \times \frac{2 \times 10^4 km}{1000} \times \frac{1/74g}{1km} \times \frac{1ton}{10^6g} = 3/48 \times 10.5 ton$$

دلیل قهوه‌ای رنگ بودن هوای آلوده شهرها گاز آلاینده NO<sub>۲</sub> است.

(شیمی ۳، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

شیمی ۲

(سینا باسل زاده)

۱۱۱- گزینه «۴»

$$q = q_{\text{آب}} + q_{\text{گرماسنج}}$$

$$\Delta T \times (\text{گرماسنج} + C_{\text{آب}} \times m_{\text{آب}}) = q$$

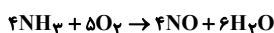
$$q = (500 \times 4/2 + 1200) \times 10 = 33000J = 33kJ$$

$$?g = 33kJ \times \frac{1mol}{5650kJ} \times \frac{342g}{1mol} \approx 2g$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۵۹، ۷۰ تا ۷۲)

۱۱۲- گزینه «۲» (رسول غابری زواره)

معادله واکنش سوختی آمونیاک به صورت زیر است:



برای محاسبه  $\Delta H$  واکنش فوق، واکنش (I) را معکوس و در ۴ ضرب کرده و واکنش‌های (II) و (III) را به ترتیب در ۶ و ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H = 4(+46) + 6(-286) + 2(180) = -1172kJ$$

$$?kJ = 8/5g NH_3 \times \frac{1mol NH_3}{17g NH_3} \times \frac{-1172kJ}{4mol NH_3} = -146/5kJ$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۱۱۳- گزینه «۲» (حسن رشتی کولنده)

بررسی موارد نادرست:

آ) به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت محاسبه کرد؛ گرمایی که هم‌ارز با آنتالپی واکنش است.

$$\text{مول NO تولید شده} = 22 / 4L \times \frac{1 \text{ mol}}{22 / 4L} = 1 \text{ mol NO}$$

$$\bar{R}_{\text{NO}} = \frac{1 \text{ mol}}{20 \text{ min}} = 0.05 \text{ mol.min}^{-1}$$

ضریب NO و NO<sub>۲</sub> یکسان است و می توان گفت به ترتیب سرعت تولید و مصرف آن ها برابر خواهد بود.

$$\bar{R}_{\text{NO}_2} = \bar{R}_{\text{NO}} = 0.05 \text{ mol.min}^{-1}$$

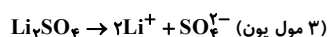
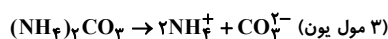
(شیمی ۲، درپای غذای سالم؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۸)

شیمی ۱

(عبدالرضا دارفواه)

۱۲۱- گزینه «۱»

عبارت (آ)، درست.



عبارت (ب): نادرست. در محلول های آبی، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی مانند رنگ و غلظت در سراسر محلول، یکسان و یکنواخت است.

عبارت (پ): نادرست. اتیلن گلیکول (ضدیخ) و محلول آبی گلاب، ترکیبات آلی بوده و انحلال مولکولی دارند، از این رو با حل شدن در آب، یون تولید نمی کنند.

عبارت (ت): درست. خواص محلول ها به خواص حلال، حل شونده و مقدار هریک از آن ها بستگی دارد.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

۱۲۲- گزینه «۴»

(عامر برزیکر)

فقط مورد (ت) نادرست است.

موارد (آ) و (پ) مطابق کتاب درسی درست اند.

مورد (ب) ← می توان گفت اگر رابطه درصد جرمی را در ۱۰۴ ضرب کنیم، به رابطه ppm می رسیم:

$$\Rightarrow 0.2 - x = 2x \Rightarrow 0.2 = 3x \Rightarrow x = 0.067$$

$$\Rightarrow \text{mol B} = 0.3 - 0.067 = 0.233$$

(شیمی ۲- درپای غذای سالم؛ صفحه های ۸۵ تا ۸۸)

۱۱۷- گزینه «۲»

(میلاد شیخ الاسلامی فیاضی)

$$\Delta t = 30s, \Delta V = (400 - 250) \text{ mL}$$

$$\Delta n = 150 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol}}{25 \text{ L}} = 0.006 \text{ mol}$$

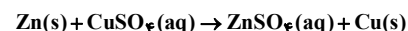
$$\Delta[\text{NO}_2] = \frac{\Delta n}{V} = \frac{0.006 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.003 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{NO}_2) = \frac{\Delta[\text{NO}_2]}{\Delta t} = \frac{0.003 \text{ mol.L}^{-1}}{0.5 \text{ min}} = 0.006 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲، درپای غذای سالم؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۸)

۱۱۸- گزینه «۴»

(فاصل قهرمانی فرد)



$$s = 12 / 8 \text{ gCu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ gCu}} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{65 \text{ gZn}}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 156 \text{ s}$$

$$\times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 156 \text{ s}$$

$$\text{جرم روی مصرف شده} = \frac{1560}{60} \text{ min} \times \frac{65 \text{ gZn}}{1 \text{ min}} = 13 \text{ gZn}$$

$$20 - 13 + 12 / 8 = 19 / 8 \text{ g}$$

(شیمی ۲، درپای غذای سالم؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۸)

۱۱۹- گزینه «۴»

(کامران بهعفری)

افزودن آب اسید را رقیق تر می کند، لذا سرعت واکنش کم می شود. پس B نمی تواند تولید CO<sub>۲</sub> را در این شرایط نشان دهد.

(شیمی ۲، درپای غذای سالم؛ صفحه های ۸۳ تا ۸۸)

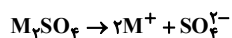
۱۲۰- گزینه «۲»

(فاصل قهرمانی فرد)

با توجه به ضرایب استوکیومتری و شیب نمودارها می توان نتیجه گرفت منحنی بالایی مربوط به NO و پایینی مربوط به O<sub>۲</sub> است.

(روزبه رضوانی)

گزینه ۳» ۱۲۵-



$$\lambda / 7 g M_2SO_4 = 500 mL \times \frac{0.2 mol M^+}{1000 mL} \times \frac{1 mol M_2SO_4}{2 mol M^+}$$

$$\times \frac{(2x + 96) g M_2SO_4}{1 mol} \Rightarrow \lambda / 7 = \frac{2x + 96}{20} \Rightarrow x = 39 g \cdot mol^{-1}$$

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(روزبه رضوانی)

گزینه ۱» ۱۲۶-

$$53 g \times \frac{74 g CaBr_2}{100 g \text{ محلول}} \times \frac{1 mol CaBr_2}{200 g CaBr_2}$$

$$\times \frac{6 mol KBr}{2 mol CaBr_2} = 0.3922 mol KBr$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.3922}{\frac{53}{100} \times 10^{-3}} = 8 / 88 mol \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

(امیر هاتمیان)

گزینه ۳» ۱۲۷-

ابتدا جرم حل شونده در محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم، سپس با توجه به

این که ۸ گرم NaOH اضافه کرده ایم مولاریته محلول جدید را محاسبه

می‌کنیم:

$$? g NaOH = 200 mL \times \frac{1/2 g \text{ محلول}}{1 mL \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{30 g \text{ حل شونده}}{100 g \text{ محلول}} = 72 g NaOH$$

$$? g NaOH \text{ جدید} = 72 + 8 = 80 g$$

$$? mol NaOH = 80 g NaOH \times \frac{1 mol NaOH}{40 g NaOH} = 2 mol NaOH$$

غلظت مولی محلول را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{حل شونده (g)}}{\text{محلول (g)}} \times 100 \times 10^4 = \frac{\text{حل شونده (g)}}{\text{محلول (g)}} \times 10^6$$

رابطه ppm درصد جرمی

مورد (ت)  $\Leftarrow$  به جای غلیظ باید «رقیق» نوشته شود.

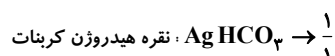
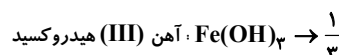
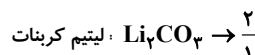
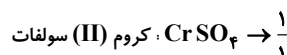
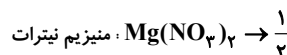
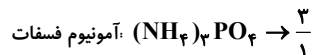
(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(ممد رضا پور جاوید)

گزینه ۱» ۱۲۳-

فرمول شیمیایی ترکیب های داده شده و نسبت تعداد کاتیون به آنیون در

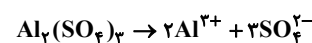
آنها، عبارتند از:



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(روزبه رضوانی)

گزینه ۳» ۱۲۴-

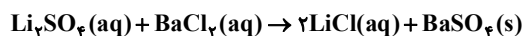


$$540 \frac{mg Al^{3+}}{L} \times \frac{1 gr Al^{3+}}{1000 mg Al} \times \frac{1 mol Al^{3+}}{27 g Al^{3+}} \times \frac{1 mol Al_2(SO_4)_3}{2 mol Al^{3+}}$$

$$\times \frac{342 g Al_2(SO_4)_3}{1 mol} \times \frac{1000 mg Al_2(SO_4)_3}{1 g Al_2(SO_4)_3} = 3420 \frac{mg}{L} \approx ppm$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

در ظرف دوم:



۰/۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار دارای ۰/۰۵ مول  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  است. بنابراین

۰/۰۵ مول  $\text{BaSO}_4$  رسوب می کند.

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4 &\sim 1 \text{ mol BaSO}_4 \\ 0.05 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4 &\sim 0.05 \text{ mol BaSO}_4 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 0.05 \text{ mol BaSO}_4 \times \frac{233 \text{ g BaSO}_4}{1 \text{ mol BaSO}_4}$$

$$= 11.65 \text{ g BaSO}_4$$

$$\text{جرم کل رسوب سفید رنگ} = 57/4 + 11/65 = 69/05 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۳، ۹۴، ۹۸ و ۹۹)

(امیر خاتمیان)

۱۳۰- گزینه «۲»

$$(M_p) = 0/5 + \left( \frac{50}{100} \times 0/5 \right) = 0/75 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

حال از فرمول مقابل حجم محلول غلیظ را بدست می آوریم:

$$M_{\text{غلیظ}} \times V_{\text{غلیظ}} = M_{\text{رقیق}} \times V_{\text{رقیق}}$$

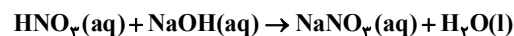
$$0/5 \times 0/25 = 0/75 \times V_{\text{غلیظ}}$$

$$\rightarrow V_{\text{غلیظ}} = \frac{0/5 \times 0/25}{0/75} = 167 \times 10^{-3} \text{ L} = 167 \text{ mL}$$

حجم آب تبخیر شده  $250 - 167 = 83 \text{ mL}$

حال از واکنش داده شده جرم سدیم هیدروکسید مصرفی را بدست

می آوریم:



$$? \text{ g NaOH} = \frac{0/5}{3} \text{ L HNO}_3 \times \frac{0/75 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ L HNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 5 \text{ g NaOH}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

$$M = \frac{n}{V} = \frac{1 \text{ mol}}{0/2 \text{ L}} = 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۷ تا ۱۰۰)

(محمدرضا پورجاوید)

۱۲۸- گزینه «۴»

برای تعیین غلظت مولی  $\text{KNO}_3$  می توان ابتدا مقدار مول تولید شده از

آن را طبق محاسبات زیر به دست آورد:

$$130.5 \text{ g محلول} \times \frac{17 \text{ g Ba(NO}_3)_2}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Ba(NO}_3)_2}{261 \text{ g Ba(NO}_3)_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{1 \text{ mol Ba(NO}_3)_2} = 8/7 \text{ mol KNO}_3$$

حجم محلول اولیه نیز با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 1/5 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{130.5 \text{ g}}{x \text{ mL}} \Rightarrow x = 170 \text{ mL}$$

به این ترتیب غلظت مولی پتاسیم نیترات به دست آمده برابر است با:

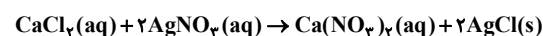
$$[\text{KNO}_3] = \frac{8/7 \text{ mol}}{170 \times 10^{-3} \text{ L}} = 5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)

(امیر خاتمیان)

۱۲۹- گزینه «۳»

در ظرف اول:



۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار دارای ۰/۲ مول  $\text{CaCl}_2$  است. بنابراین ۰/۴ مول

$\text{AgCl}$  رسوب می کند.

$$n = M \times V = 0/2 \times 1 = 0/2 \text{ mol CaCl}_2$$

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ mol CaCl}_2 &\sim 2 \text{ mol AgCl} \\ 0/2 \text{ mol CaCl}_2 &\sim 0/4 \text{ mol AgCl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$0/4 \text{ mol AgCl} \times \frac{143/5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 57/4 \text{ g} \Rightarrow \text{AgCl سفید}$$

شیمی ۲ (اختیاری)

۱۳۱- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

$\Delta H =$  | مجموع آنتالپی سوختن واکنش دهنده ها |

| مجموع آنتالپی سوختن فراورده ها | -

$$\Delta H = [(-1410) + (-286)] - [(-1560)] = -136 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

اکنون با در اختیار داشتن  $\Delta H$  واکنش، گرمای حاصل از واکنش  $7/5 \text{ L}$  گاز

اتن را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ kJ} = 7/5 \text{ L C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}{25 \text{ L C}_2\text{H}_4} \times \frac{136 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} = 40/8 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

(مهری مبهوتی)

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = mc\Delta\theta = 300 \times 4/2 \times (50 - 30) = 25200 \text{ J}$$

$$Q_A = mc\Delta\theta = 80 \times 1 \times (50 - 30) = 1600 \text{ J}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{H}_2\text{O}} + Q_A = 25200 + 1600 = 26800 \text{ J}$$

$$\frac{? \text{ kJ}}{\text{mol}} = \frac{40 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}} \times \frac{26800 \text{ J}}{80 \text{ g A}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} = 13/4 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه های ۵۸ و ۷۲)

۱۳۳- گزینه «۳»

(مهری مبهوتی)

با توجه به قانون هس، واکنش (۱) بر ۲ تقسیم شده، واکنش (۲) در  $\frac{3}{4}$  ضرب

شده و واکنش (۳) معکوس می شود. بنابراین:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta H_1}{2} + \frac{3\Delta H_2}{4} - \Delta H_3 = -1255 - 858 + 2147 = 34 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 67/2 \text{ L B}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol B}_2\text{H}_6}{22/4 \text{ L B}_2\text{H}_6} \times \frac{34 \text{ kJ}}{1 \text{ mol B}_2\text{H}_6} = 102 \text{ kJ}$$

علامت  $\Delta H$  واکنش مثبت است ( $+34 \text{ kJ}$ )، یعنی گرما از محیط به سامانه منتقل

می شود؛ پس واکنش گرماگیر است.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه های ۶۳، ۶۵ و ۷۲ تا ۷۵)

۱۳۴- گزینه «۲»

(محمّد عقیمیان زواره)

نادرست. در انفجار مقدار کمی از ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع،

حجم زیادی از گازهای داغ تولید می کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۱۳۵- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

$$? \text{ mol O}_2 = 49 \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122/5 \text{ g KClO}_3}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3} = 0/6 \text{ mol O}_2$$

سرعت تولید گاز اکسیژن برحسب  $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$  خواسته شده، بنابراین

$$20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{3} \text{ min} \quad \text{داریم:}$$

$$\Delta[\text{O}_2] = \frac{\Delta n_{\text{O}_2}}{V} = \frac{0/6 \text{ mol}}{0/5 \text{ L}} = 1/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R}_{(\text{O}_2)} = \frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta t} = \frac{1/2}{1/3} = 3/2 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۹۰ و ۹۱)

۱۳۶- گزینه «۲»

(علیرضا شیخ الاسلامی پول)

مطابق نمودار، مقایسه سرعت واکنش به صورت:  $C > B > A$  است.

بررسی سایر گزینه ها:

$$\text{HCl} \text{ مقدار اولیه} = \frac{0.2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} = 0.2 \text{ mol HCl}$$

$$\text{HCl} \text{ مقدار باقی مانده} = 0.2 \text{ mol} - 0.1 \text{ mol} = 0.1 \text{ mol HCl}$$

$$M(\text{HCl}) = \frac{0.1 \text{ mol}}{0.2 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به نمودار پس از ۶۰ ثانیه، غلظت HCl به  $0.3 \text{ mol.L}^{-1}$  می‌رسد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(فامر الهوردیان)

۱۳۹- گزینه «۱»

کاهش جرم ناشی از خروج گاز اکسیژن است.

$$80 \text{ g} \times \frac{36 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0.9 \text{ mol O}_2$$

$$\bar{R} \text{ واکنش} = \bar{R}_{\text{O}_2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$0.9 \text{ mol.s}^{-1} = \frac{0.9 \text{ mol}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ s}$$

$$\Delta t = 3 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.05 \text{ min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(رسول عابدینی زواره)

۱۴۰- گزینه «۲»

چهره آشکار ردپای غذا این است که حدود ۳۰ درصد غذایی که در جهان

فراهم می‌شود به مصرف نمی‌رسد و به زباله تبدیل می‌شود. این در حالی

است که آمارها نشان می‌دهد که به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر

گرسنه است. چهره پنهان این ردپا شامل همه منابعی است که در تهیه غذا،

از آغاز تا سر سفره، سهم داشته‌اند و چهره پنهان دیگر این ردپا، تولید

گازهای گلخانه‌ای به‌ویژه کربن دی‌اکسید است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

گزینه «۱»: واکنش پذیری پتاسیم بیش تر از سدیم است. پس B می‌تواند

مربوط به پتاسیم و A می‌تواند مربوط به سدیم باشد.

گزینه «۳»: در حضور کاتالیزگر KI، سرعت واکنش بیش تر می‌شود.

گزینه «۴»: در شرایط غلظت یکسان، سرعت واکنش در محلول

هیدروکلریک اسید بیش تر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

(حسن رمضانی کوندره)

۱۳۷- گزینه «۱»

رادیکال، گونه پُرانرژی و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون

جفت نشده دارد؛ درواقع محتوی اتم‌هایی است که از قاعده هشت تایی پیروی

نمی‌کنند. بدیهی است که رادیکال‌ها واکنش‌پذیری بالایی دارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت

رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

گزینه «۳»: در ساختار لیکوپن حلقه بنزنی وجود ندارد؛ پس آروماتیک نیست.

گزینه «۴»: سبزیجات و میوه‌ها، محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده به نام

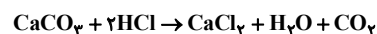
ریزمغذی هستند، ترکیب‌هایی که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام، دخالت دارند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

(رسول عابدینی زواره)

۱۳۸- گزینه «۳»

معادله موازنه شده واکنش:



$$? \text{ mol HCl} = 2 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ g CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CO}_2} = 0.1 \text{ mol HCl}$$

حسابان 2 - اختیاری

141- گزینه «2»

(لازم ابلالی)

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \Rightarrow \left[ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = [4] = 4$$

از طرف دیگر، در یک همسایگی  $x=2$  مقادیر تابع  $f$  در بازه  $[3, 4]$  قرار

دارند. پس در این همسایگی  $[f(x)] = 3$  است و در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = 3$$

$$\Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - \left[ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = 2 \times 3 - 4 = 2$$

(مسابان 1- هر و پیوستگی: مشابه تمرین 6 صفحه 129)

142- گزینه «1»

(لازم ابلالی)

فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$  باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - f(x)}{x + f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = \frac{2 - L}{2 + L} = 3$$

$$\Rightarrow 2 - L = 6 + 3L \Rightarrow 4L = -4 \Rightarrow L = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - f(x)}{x^2 + f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = \frac{4 - (-1)}{4 + (-1)} = \frac{5}{3}$$

(مسابان 1- هر و پیوستگی: صفحه‌های 130 تا 136)

143- گزینه «1»

(علی شهرابی)

از اتحاد  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$  استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos^2 x - 1}{2 \sin^2 x + \sin x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2(1 - \sin^2 x) - 1}{2 \sin^2 x + \sin x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 4 \sin^2 x}{2 \sin^2 x + \sin x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{(1 - 2 \sin x)(1 + 2 \sin x)}{(\sin x + 1)(2 \sin x - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{-(1 + 2 \sin x)}{\sin x + 1} = \frac{-(1 + \frac{2}{2})}{\frac{1}{2} + 1} = -\frac{4}{3}$$

(مسابان 1- هر و پیوستگی: صفحه‌های 141 تا 144)

144- گزینه «3»

(مهمر مهران)

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = [\sin \pi^+] - [\cos \pi^+] = -1 - (-1) = 0$$

$$f(\pi) = [\sin \pi] - [\cos \pi] = 0 - (-1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = [\sin \pi^-] - [\cos \pi^-] = 0 - (-1) = 1$$

پس تابع تنها پیوستگی چپ دارد.

(مسابان 1- هر و پیوستگی: صفحه‌های 145 تا 151)

145- گزینه «3»

(میلاد منصوری)

$$g(x) = \begin{cases} ax - [x] + 3 & ; x \geq 1 \\ x + 2 - [x] & ; x < 1 \end{cases}$$

$$g(1) = a(1) - [1] + 3 = a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax - [x] + 3) = a - [1^+] + 3 = a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2 - [x]) = 3 - [1^-] = 3$$

$$\Rightarrow a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

(مسابان 1- هر و پیوستگی: مکمل تمرین 2 قسمت (ب) صفحه 151)

146- گزینه «2»

(یاسین سپهر)

با توجه به قضایای مربوط به حد در بی نهایت، می توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{4x^2} = -\frac{1}{4} & ; k \leq 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{6x^2} = \frac{1}{3} & ; k = 2 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^k}{2x^k} = \frac{3}{2} & ; k \geq 3 \end{cases}$$

(مسئله 2- مرهای نامتناهی، در در بی نهایت: صفحه های 59 تا 62)

147- گزینه «1»

(علی شهرابی)

برای آن که  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$  باشد، باید حد چپ و راست  $f$ ، وقتی

$x \rightarrow 2$  هر دو برابر با  $+\infty$  باشند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x+2|+k}{x-2} = \frac{|4^+|+k}{2^+-2} = \frac{4+k}{0^+} = +\infty \xrightarrow{\text{باید صورت کسر مثبت باشد.}} k+4 > 0 \Rightarrow k > -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x+2|+k}{x-2} = \frac{|4^-|+k}{2^--2} = \frac{3+k}{0^-} = +\infty \xrightarrow{\text{باید صورت کسر منفی باشد.}} 3+k < 0 \Rightarrow k < -3$$

از اشتراک دو شرط بالا، داریم:  $-4 < k < -3$ .

(مسئله 2- مرهای نامتناهی، در در بی نهایت: صفحه های 46 تا 51)

148- گزینه «4»

(ظاهر داستانی)

حد صورت  $-2$  است، پس باید حد مخرج  $0^+$  شود. این در معادله درجه

$2$  هنگامی امکان پذیر است که مخرج، ریشه مضاعف  $-4$  داشته باشد. یعنی

$$x^2 + ax + b = (x+4)^2 \text{ باشد.}$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow a = 8, b = 16$$

$$\Rightarrow a - b = -8$$

(مسئله 2- مرهای نامتناهی - در در بی نهایت: صفحه های 46 تا 54)

149- گزینه «4» (آرش رحیمی)

مخرج کسر باید ریشه مضاعف  $x = -3$  داشته باشد، یعنی به فرم

$$(x+3)^2 \text{ باشد؛}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2ax + b = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ b = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 5}{9x^2 + x^2 + 7} = \frac{1}{3}$$

(مسئله 2- مرهای نامتناهی - در در بی نهایت: صفحه های 46 تا 54 و 59 تا 62)

150- گزینه «3» (عارف سمیعی)

$$y = \frac{(x-1)(x+1)}{x^3 - x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x^2 - 1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

شکل نمودار گزینه «3» این ویژگی را دارد.

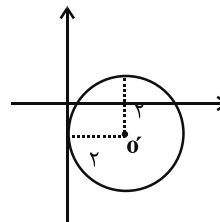
(مسئله 2- مرهای نامتناهی - در در بی نهایت: صفحه های 55 تا 58)

هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

شعاع دایره ۲ و مرکز آن  $O' = (2, -1)$  می باشد.



با توجه به شکل، دایره از نواحی اول و چهارم عبور می کند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

۱۵۲- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

محل تلاقی دو خط  $2x - y = 3$  و  $x + y = 3$ ، مرکز دایره می باشد.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \Rightarrow O = (2, 1)$$

از طرفی فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره است.

$$r = \frac{|3(2) + 4(1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

پس معادله دایره عبارت است از:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱ (ت) صفحه ۳۶)

۱۵۳- گزینه «۲»

(عباس اسری امیرآبادی)

فرض کنید  $C(x, y) = 0$ ، معادله یک دایره باشد. در این صورت اگر

$M = (x_0, y_0)$  نقطه ای خارج این دایره باشد، آنگاه  $C(x_0, y_0) > 0$  است.

در نتیجه داریم:

$$(2 - t)^2 + t^2 - 34 > 0 \Rightarrow 4 + t^2 - 4t + t^2 - 34 > 0$$

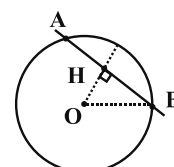
$$\Rightarrow 2t^2 - 4t - 30 > 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 15 > 0 \Rightarrow (t - 5)(t + 3) > 0$$

$$\Rightarrow t > 5 \text{ یا } t < -3$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۶)

۱۵۴- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)



ابتدا فاصله مرکز دایره تا خط را به دست می آوریم:

$$OH = \frac{|0 + 4 + 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

از طرفی عمودی که از مرکز دایره بر یک وتر رسم می شود، آن وتر را نصف می کند، پس چون طول AB برابر ۶ می باشد،  $HB = 3$  است.

$$\Delta OHB: (OB)^2 = (OH)^2 + (HB)^2 \Rightarrow (OB)^2 = 3^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۳۳)

۱۵۵- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

شرط این که رابطه  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، معادله ضمنی یک دایره

باشد، آن است که:  $a^2 + b^2 > 4c$ .

در گزینه «۴» داریم:

$$3x^2 + 3y^2 + 6x - 12y + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$$

$$a = 2, b = -4, c = 1 \Rightarrow 2^2 + (-4)^2 > 4 \times 1$$

در این رابطه  $a^2 + b^2 > 4c$  می باشد، بنابراین معادله ضمنی یک دایره است.

برای سایر گزینه ها، رابطه  $a^2 + b^2 > 4c$  برقرار نیست.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

۱۵۶- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

خطوط داده شده هر کدام شامل قطری از دایره هستند، بنابراین محل تقاطع

آنها مرکز دایره است.

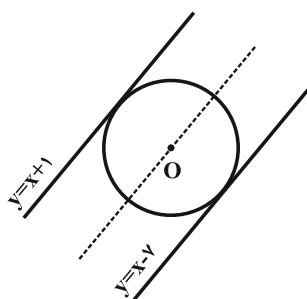
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{محل تقاطع: } O(1, 1)$$

$$\Rightarrow OA = R = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2} = 1$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۶)

۱۵۷- گزینه «۱»

(ممسن ممدکریمی)



(شروین سیاح‌نیا)

۱۵۹- گزینه «۳»

معادله دایره‌ها را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$C_1: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$R_1 = 2, O_1 = (2, 1)$$

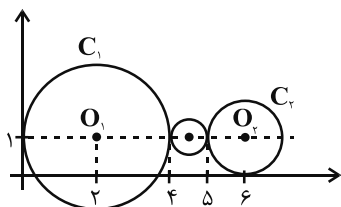
$$C_2: x^2 + y^2 - 12x - 2y + 36 = 0 \Rightarrow (x-6)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$R_2 = 1, O_2 = (6, 1)$$

با توجه به شکل، شعاع دایره مطلوب برابر با  $\frac{1}{2}$  و مرکز آن نقطه  $(\frac{9}{2}, 1)$

می‌باشد. لذا معادله این دایره عبارت است از:

$$(x - \frac{9}{2})^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

(کیوان دارابی)

۱۶۰- گزینه «۱»

مرکز یک دایره، محل هم‌رسمی عمودمنصف‌های وترهای آن دایره است. پس کافی است معادله عمودمنصف‌های دو وتر از میان سه وتر  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  را پیدا کرده و با هم تلاقی دهیم تا مرکز دایره پیدا شود. نقاط  $A$  و  $B$  طول یکسانی دارند، پس معادله عمودمنصف آنها به سادگی پیدا می‌شود. از طرفی نقاط  $A$  و  $C$  عرض یکسانی دارند، پس معادله عمودمنصف آنها نیز به سادگی پیدا می‌شود.

$$\left. \begin{matrix} A = (1, 2) \\ B = (1, -4) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{معادله عمودمنصف: } y = \frac{2 + (-4)}{2} \Rightarrow y = -1$$

$$\left. \begin{matrix} A = (1, 2) \\ C = (3, 2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{معادله عمودمنصف: } x = \frac{1 + 3}{2} \Rightarrow x = 2$$

$$\left\{ \begin{matrix} x = 2 \\ y = -1 \end{matrix} \right. \xrightarrow{\text{محل تلاقی}} O = (2, -1)$$

$$\text{شعاع دایره: } R = |OA| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$$

از بین نقاط داده شده، تنها مختصات نقطه  $(5, 0)$  در معادله این دایره صدق می‌کند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، مشابه تمرین ۵ صفحه ۴۶)

معادله خطی که موازی دو خط داده شده و به یک فاصله از آنها قرار دارد عبارت است از  $y = x - 3$ . پس مرکز دایره روی این خط قرار دارد.

$$\text{مرکز دایره: } O\left(2, -\frac{m}{2}\right) \Rightarrow -\frac{m}{2} = 2 - 3 \Rightarrow m = 2$$

$$\text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|1 - (-2)|}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره: } R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$R = \frac{\sqrt{16 + 4 - 4n}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 16 + 4 - 4n = 9 \Rightarrow n = 3$$

بنابراین حاصل  $m + n$  برابر  $-1$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(رضا عباسی اصل)

۱۵۸- گزینه «۳»

$$x^2 + y^2 + 4x + my + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + my + \frac{m^2}{4}) - \frac{m^2}{4} = 0$$

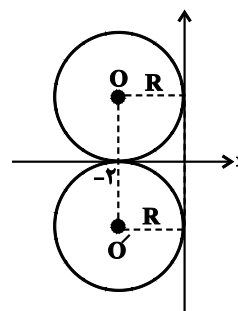
$$\Rightarrow (x+2)^2 + (y+\frac{m}{2})^2 = (\frac{m}{2})^2$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(-2, -\frac{m}{2})$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \left| \frac{m}{2} \right|$$

چون دایره بر محور  $y$  مماس است، پس شعاع دایره برابر قدرمطلق طول مرکز دایره است و در نتیجه داریم:

$$\left| \frac{m}{2} \right| = 2 \Rightarrow m = \pm 4$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱- گزینه «۱»

(عمید کروی)

می‌دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با  $A$  و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$2q = A + B \Rightarrow 64 = 54 + B \Rightarrow B = 10$$

با توجه به این که  $\Delta = 4$  است، پس این گراف نمی‌تواند رئوسی با درجه بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد، بنابراین رئوس فرد گراف فقط می‌توانند از درجه ۱ یا ۳ باشند. اعداد گزینه‌های دیگر بر اساس حالت‌های زیر امکان‌پذیر هستند:

گزینه «۲»: گراف سه رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه «۳»: گراف دو رأس درجه ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه «۴»: گراف یک رأس درجه ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: مشابه فعالیت صفحه ۳۹ و ۴۰)

۱۶۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم مجموع درجات هر رأس در یک گراف و مکمل آن برابر با  $p-1$  است، یعنی داریم:

$$p-1 = 2 + 5 \Rightarrow p = 8$$

گراف کامل مرتبه ۸، دارای  $\frac{8 \times 7}{2} = 28$  یال است. با توجه به درجه رأس

$a$  در گراف  $\bar{G}$ ، این گراف حداقل ۵ یال دارد و در نتیجه حداکثر اندازه

گراف مکمل آن یعنی گراف  $G$  برابر است با:

$$28 - 5 = 23$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۶۳- گزینه «۴»

(پوادر فاطمی)

تعداد مسیرهای از رأس  $a$  به رأس  $b$  در گراف  $K_p$  با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  که از رأس  $e$  عبور نکنند، معادل تعداد مسیرهای از

رأس  $a$  به رأس  $b$  در گراف  $K_6$  با مجموعه رئوس

$$V_1 = \{a, b, c, d, f\} \text{ است. داریم:}$$

یک مسیر  $a \rightarrow b$ : مسیر به طول ۱

۳ مسیر  $a \rightarrow \bigcirc \rightarrow b$ : مسیر به طول ۲

۶ مسیر  $a \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow b$ : مسیر به طول ۳

۶ مسیر  $a \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc \rightarrow b$ : مسیر به طول ۴

بنابراین تعداد کل مسیرها برابر است با:

$$1 + 3 + 6 + 6 = 16$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

۱۶۴- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

حداکثر اندازه یک گراف ناهمبند از مرتبه  $p$  مربوط به حالتی است که گراف از یک رأس تنها و یک گراف کامل مرتبه  $p-1$  تشکیل شده باشد. حال اگر گراف با حذف یک یال، ناهمبند شود، یعنی رأس تنها را با یک یال به یکی از رئوس گراف  $K_{p-1}$  وصل کرده‌ایم. در این صورت، اندازه گراف

$$\text{مفروض برابر است با } 1 + \frac{(p-1)(p-2)}{2}. \text{ با فرض } p=10 \text{ داریم:}$$

$$q_{\max} = \frac{9 \times 8}{2} + 1 = 37$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۵- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_p) \Rightarrow \frac{4p}{2} + 25 = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} - \frac{4p}{2} = 25 \Rightarrow p(p-1) - 4p = 50$$

$$\Rightarrow p(p-5) = 50 = 10 \times 5 \Rightarrow p = 10$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۶۶ - گزینه «۴»

(علیرضا شریف فطیپی)

تعداد یال‌های گراف  $P_n$ ، برابر  $n-1$  است. پس مطابق شکل زیر، گراف  $P_7$  دارای ۶ یال است.



تعداد یال‌های گراف  $K_7$ ، برابر  $\frac{7 \times 6}{2} = 21$  است. بنابراین باید

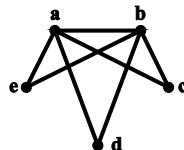
$$21 - 6 = 15$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۷ - گزینه «۳»

(علیرضا شریف فطیپی)

مطابق تعریف مجموعه همسایه‌های باز یک رأس،



نمودار گراف مطابق شکل روبه‌رو است:

این گراف ۳ دور به طول ۳ دارد که عبارت‌اند از:

abca, abda, abea

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۱۶۸ - گزینه «۴»

(عزیزاله علی‌افغری)

می‌توانیم این گراف را گراف کامل  $(K_8)$  در نظر بگیریم که ۴ یال آن را

برداشته‌ایم. در گراف  $K_8$  درجه تمام رئوس برابر ۷ است. اگر این ۴ یال

را از یک رأس برداریم، حداقل مقدار  $\delta$  به‌دست می‌آید که برابر با

$$8 - 4 = 4$$

حداکثر مقدار  $\delta$  به‌دست می‌آید که برابر  $8 - 1 = 7$  است. پس  $\delta$  مقادیر

۷، ۶، ۵ و ۴ را می‌تواند داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۶۹ - گزینه «۴»

(علی ایمانی)

این گراف شامل دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است، ولی دوری به طول ۸ ندارد. به‌عنوان مثال داریم:

دور به طول ۵:  $v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_1$

دور به طول ۶:  $v_1 v_5 v_6 v_7 v_8 v_1$

دور به طول ۷:  $v_1 v_2 v_3 v_8 v_7 v_6 v_1$

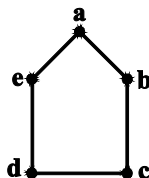
دور به طول ۹:  $v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_7 v_8 v_1$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۴۲)

۱۷۰ - گزینه «۲»

(امیر وفانی)

گراف  $G$  را مطابق شکل در نظر بگیرید.



با توجه به اینکه گراف فرد - منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد، پس زیرگراف

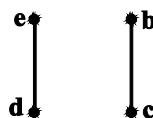
۱ - منتظم فقط می‌تواند از مرتبه‌های ۲ و ۴ باشد. هر یال گراف  $G$ ، یک

زیرگراف ۱ - منتظم از مرتبه ۲ است، پس ۵ زیرگراف ۱ - منتظم از مرتبه ۲

وجود دارد. از طرفی با حذف هر رأس گراف و یال مقابل به آن، یک

زیرگراف ۱ - منتظم از مرتبه ۴ حاصل می‌شود.

به عنوان مثال با حذف رأس  $a$  و یال  $cd$  داریم:



بنابراین ۵ زیرگراف ۱ - منتظم نیز از مرتبه ۴ در گراف  $G$  موجود است و

در مجموع این گراف دارای ۱۰ زیرگراف ۱ - منتظم است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

فیزیک 3 - اختیاری

گزینه 3» 171-

(سراسری ریاضی - 96)

انرژی جنبشی یک جسم (K) برحسب تکانه آن از رابطه  $K = \frac{p^2}{2m}$  به دست می آید، بنابراین داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \quad p = 6 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}, \quad m = 2 \text{ kg} \rightarrow K = \frac{6^2}{2} = 9 \text{ J}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های 46 تا 48)

گزینه 4» 172-

(معمد اسری)

با توجه به قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t \\ \Rightarrow \Delta p &= -5 \times 2 \Rightarrow \Delta p = -10 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \\ \Rightarrow p_2 - p_1 &= -10 \Rightarrow p_2 - 4 \times 10 = -10 \Rightarrow p_2 = 30 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های 46 تا 48)

گزینه 4» 173-

(لظم شاهمکی)

نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرای لازم جهت دوران یکنواخت جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک را تأمین می کند. اگر طول اولیه فنر را  $L_1$  و تغییر طول آن را  $x$  در نظر بگیریم، شعاع حرکت دایره ای برابر با  $L_2 = L_1 + x$  خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون و قانون هوک داریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= m \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow F_{\text{net}} = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2} \\ \frac{F_{\text{net}} = kx}{r = L_2 = L_1 + x} &\rightarrow kx = 4\pi^2 \frac{m(L_1 + x)}{T^2} \\ \Rightarrow 150x &= 4\pi^2 \times \frac{1}{\left(\frac{\pi}{5}\right)^2} (L_1 + x) \\ \Rightarrow 150x &= L_1 + x \Rightarrow \frac{x}{L_1} = \frac{1}{14} \end{aligned}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های 48 تا 53)

گزینه 1» 174-

(فرشید رسولی)

نیروی مرکزگرای لازم برای آن که سکه روی صفحه گردان ساکن بماند و با آن دوران کند، نیروی اصطکاک ایستایی بین سکه و صفحه است. چون شتاب مرکزگرای دوران پیشینه است، بنابراین سکه در آستانه لغزش روی صفحه گردان قرار دارد.

$$F_{\text{net}} = f_{s,\text{max}} \Rightarrow ma = \mu_s mg \Rightarrow a = \mu_s g \\ \Rightarrow 3 = \mu_s \times 10 \Rightarrow \mu_s = 0.3$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های 48 تا 53)

گزینه 2» 175-

(معمد نازری)

طبق قانون گرانش نیوتون، نیروی وزن وارد از طرف زمین به جسمی به جرم m، از رابطه زیر حاصل می شود:

$$F = \frac{GmM_e}{r^2}$$

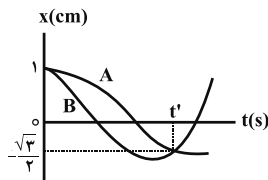
اگر رابطه بالا را برای دو وضعیت گفته شده به کار ببریم، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{GmM_e}{R_e^2} \\ F_2 = \frac{GmM_e}{\left(\frac{3}{2}R_e\right)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{R_e^2}{\left(\frac{3}{2}R_e\right)^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow F_2 = 20 \text{ N}$$

(فیزیک 3 - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های 53 تا 56)

گزینه 3» 176-

(سعید نصیری)



با توجه به نمودار، در لحظه  $t'$  متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار در مکان  $x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$  هستند. بنابراین داریم:

$$x_A = A \cos(\omega_A t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_A t')$$

$$\Rightarrow \omega_A t' = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x_B = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} = 1 \times \cos(\omega_B t')$$

$$\Rightarrow \omega_B t' = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\frac{\omega_B t'}{\omega_A t'} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{5\pi}{6}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{7}{5}$$

بنابراین داریم:

(فیزیک 3 - نوسان و موج: صفحه های 62 تا 65)

(مشمدر پرور رضا)

179- گزینه «4»

ابتدا با استفاده از معادله مکان - زمان، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم.

$$x = A \cos(\omega t) \xrightarrow[t = 0.4s, x = -1cm]{A = 2cm} -1 = 2 \cos(0.4\omega) \\ \Rightarrow \cos(0.4\omega) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0.4\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}$$

حال پیشینه تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v_{\max} = A\omega = 2 \times 10^{-2} \times \frac{5\pi}{2} \Rightarrow v_{\max} = \frac{\pi}{2} \text{ m/s}$$

در حرکت هماهنگ ساده، تندی زمانی پیشینه می‌شود که نوسانگر از مبدأ

نوسان عبور کند و این اتفاق برای دومین بار در لحظه  $t = \frac{3}{4}T$  رخ می‌دهد.

داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.8s$$

$$t = \frac{3}{4}T \xrightarrow{T = 0.8s} t = \frac{3}{4} \times 0.8 = 0.6s$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

(مصطفی کیانی)

180- گزینه «3»

روش اول: با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده، طول‌های  $L_1$  و  $L_2$  را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \\ \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 3s \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 9 = 4\pi^2 \times \frac{L_1}{g} \Rightarrow L_1 = 9/25m \\ T_2 = 4s \Rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 16 = 4\pi^2 \times \frac{L_2}{g} \Rightarrow L_2 = 4m \end{cases}$$

مجموع طول دو آونگ را به‌دست آورده و دوره آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$L = L_1 + L_2 = 9/25 + 4 \Rightarrow L = 6/25m$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{6/25}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{6/25}{g}$$

$$\Rightarrow T^2 = 25 \Rightarrow T = 5s$$

روش دوم: اگر دو آونگ به طول‌های  $L_1$  و  $L_2$  و دوره‌های تناوب  $T_1$  و  $T_2$  داشته باشیم و آونگی به طول  $(L_1 + L_2)$  درست کنیم، دوره تناوب آن از

رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \xrightarrow[T_2 = 4s]{T_1 = 3s} T = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} \Rightarrow T = 5s$$

سعی کنید رابطه فوق را اثبات کنید و آن را به خاطر بسپارید.

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 67 تا 69)

(میثم شتیان)

177- گزینه «1»

طبق رابطه تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{20} \Rightarrow \ell = 80cm$$

از آنجا که در هر نوسان کامل مسافتی معادل دو برابر طول پاره‌خط نوسان

(یعنی  $2 \times 8 = 16cm$ ) طی می‌شود و در این بازه مسافت  $80cm$  طی شده

است، پس در این بازه 5 نوسان کامل صورت گرفته است. در نتیجه داریم:

$$20 = 5T \Rightarrow T = 4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times \pi}{4} \Rightarrow \omega = 1/2 \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{L}{2} = \frac{8}{2} = 4cm = 4 \times 10^{-2}m$$

$$v_{\max} = A\omega = 4 \times 10^{-2} \times 1/2 = 2 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

(مصطفی کیانی)

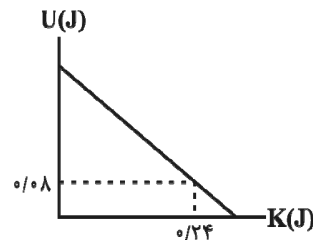
178- گزینه «1»

برای محاسبه معادله حرکت باید در رابطه  $x = A \cos(\omega t)$  به جای  $A$

و مقدار هر یک را قرار دهیم. بنابراین ابتدا از رابطه  $E = U + K$  انرژی

مکانیکی را به‌دست می‌آوریم:

$$E = U + K \xrightarrow[U = 0.8J]{K = 0.24J} E = 0.8 + 0.24 \Rightarrow E = 1.04J$$



سپس با استفاده از رابطه  $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$  دامنه نوسان را حساب می‌کنیم.

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

$$\xrightarrow[m = 10^{-3}kg, f = 2Hz]{E = 1.04J} 1.04 = 2 \times 10^{-3} \times 4 \times A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = 10^{-1}m \Rightarrow A = 10^{-1/2}m \Rightarrow A = 0.316m$$

در نهایت  $\omega$  را حساب می‌کنیم و معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f = 2Hz} \omega = 2\pi \times 2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.316 \cos(4\pi t)$$

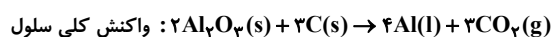
(فیزیک 3- نوسان و موج: صفحه‌های 62 تا 67)

شیمی ۳ (اختیاری)

۱۸۱- گزینه «۳»

(سید رفیع هاشمی دکلردی)

در تمامی سامانه‌ها شامل سلول‌های گالوانی و الکترولیتی، جهت جریان الکترون‌ها همواره از آند به کاتد است. بررسی سایر گزینه‌ها:  
گزینه «۱»:



$$1 \text{ mol Al} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 16.8 \text{ L CO}_2$$

گزینه «۲»: به دلیل اکسایش میله‌های گرافیت توسط اکسیژن و تبدیل آنها به گاز  $CO_2$ ، به‌طور مرتب میله‌های گرافیتی در آند جایگزین می‌شوند.  
گزینه «۴»: در کاتد آلومینیم مذاب تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۸۲- گزینه «۳»

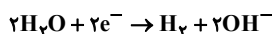
(عبدالرضا دارقواہ)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) در نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی  $H_2 - O_2$ ، گاز اکسیژن در مجاورت  $H^+(aq)$  حاصل از نیم‌واکنش آندی و الکترون‌هایی که از بخش آندی به بخش کاتدی حرکت کرده‌اند، کاهش می‌یابد.

(ب) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی  $CH_4 - O_2$ ، همانند سلول سوختی  $H_2 - O_2$  می‌باشد.

(پ) نیم‌واکنش کاتدی در سلول نور الکتروشیمیایی چنین است:



(ت) در صورتی که آهن در مجاورت محلول‌های حاوی اسید قرار داشته باشد، آهن در بخش آندی، اکسایش یافته و گاز اکسیژن در محیط اسیدی، طی نیم‌واکنش کاتدی، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴، ۵۷ و ۶۴)

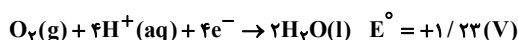
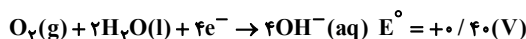
۱۸۳- گزینه «۳»

(علی امینی)

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

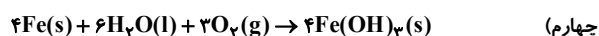
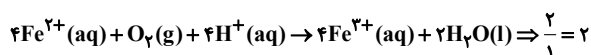
(اول) مطابق متن کتاب درسی درست است.



دوم) مطابق شکل کتاب درسی، برای حفاظت کاتدی آهن در لوله‌های نفتی و بدنه کشتی، از منیزیم (Mg) استفاده می‌شود که با تکمیل اکسایش Mg، باید به شکل دوره‌ای تعویض شود.

از آهن گالوانیزه (آهن سفید) که حاوی روی (Zn) می‌باشد، در ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... استفاده می‌شود.

(سوم)



$$70 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol Fe}} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 21 \text{ L O}_2$$

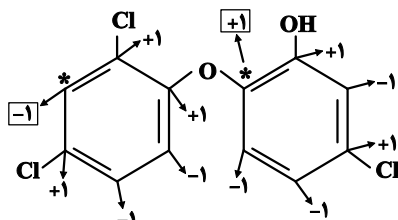
(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۸۴- گزینه «۴»

(اسامه بوشن)

عدد اکسایش‌های اتم‌های کربن مشخص شده برابر ۱- و ۱+ است که اختلاف آن‌ها برابر ۲ می‌شود.

در این ساختار تنها دو نوع عدد اکسایش ۱- و ۱+ برای اتم‌های کربن یافت می‌شود.

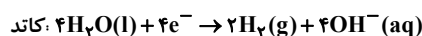
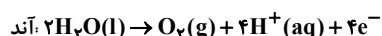


(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱۸۵- گزینه «۳»

(مبینا شرافتی‌پور)

نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به‌صورت زیر هستند:



ابتدا میزان اکسیژن تولیدی در برقکافت آب را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{1}{2} \text{ mol e}^- \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol e}^-} = 0.125 \text{ mol O}_2$$



$$? \text{ g CH}_4 = 0.125 \text{ mol O}_2 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{2 \text{ mol O}_2} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} = 1 \text{ g CH}_4$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۱۸۶- گزینه ۲»

(ممنوع عظیمیان زواره)

سدیم کلرید خالص در  $80^{\circ}\text{C}$  ذوب می‌شود. افزودن مقداری کلسیم کلرید به آن، دمای ذوب را تا حدود  $587^{\circ}\text{C}$  پایین می‌آورد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: فلز سدیم یک کاهنده قوی است که در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود.

گزینه ۳: فلزهای فعال کاهنده‌های قوی هستند و باید آن‌ها را همانند سدیم از برقکافت نمک مذاب آن‌ها تهیه کرد.

گزینه ۴: نیم‌واکنش کاتدی در برقکافت  $\text{NaCl}$  مذاب به صورت:  $\text{Na}^+(\text{l}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Na}(\text{l})$  است.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۵۵)

۱۸۷- گزینه ۲»

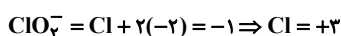
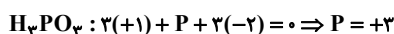
(مسعود جعفری)

در هر دو مورد مولکول‌های اکسیژن کاهش می‌یابند و نیم‌واکنش کاهش انجام شده به صورت مقابل است:  $\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$  بررسی سایر گزینه‌ها:

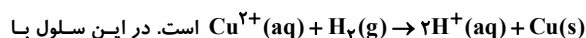
گزینه ۱: در سلول الکترولیتی برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در کاتد (هیدروژن) دو برابر حجم گاز تولید شده در آند (اکسیژن) است:



گزینه ۳: عدد اکسایش اتم مرکزی در این دو ترکیب برابر است با:



گزینه ۴: واکنش انجام شده در این سلول به صورت



گذشت زمان، بر غلظت یون‌های  $\text{H}^+(\text{aq})$  اضافه می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۷، ۵۲ تا ۵۴، ۵۸ و ۵۹)

۱۸۸- گزینه ۱»

(سید رحیم هاشمی دهری)

پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در مقابل خوردگی، آبکاری نامیده می‌شود. فرایندی که در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

در این سلول‌ها، فلزی که به عنوان روکش (نقره) انتخاب شده در آند و جسمی که برای پوشش دادن انتخاب شده (انگشتر مسی) در کاتد قرار می‌گیرد.

طی عمل برقکافت نمک مذاب  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ، در آند گاز  $\text{CO}_2$  تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۸۹- گزینه ۲»

(اکبر هنرمند)

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول: به دلیل تولید  $\text{H}^+$  در آند (اسیدی شدن محیط)، مطابق نیم‌واکنش:  $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$  کاغذ pH به رنگ سرخ در می‌آید.

مورد دوم: گاز A (هیدروژن) در کاتد (قطب منفی) سلول تولید می‌شود.

مورد سوم: جهت حرکت الکترون همواره از آند به کاتد است.

مورد چهارم: در دما و فشار یکسان، حجم گازهای مختلف با هم برابر است.

(قانون آووگادرو). بنابراین نسبت چگالی این دو گاز با نسبت جرم مولی آنها برابر می‌باشد.

$$\frac{d_{\text{O}_2}}{d_{\text{H}_2}} = \frac{M_{\text{B}}(\text{O}_2)}{M_{\text{A}}(\text{H}_2)} = \frac{32}{2} = 16$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۵۵)

۱۹۰- گزینه ۴»

(ممنوع عظیمیان زواره)

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه ۲: در سلول‌های الکترولیتی، قطب منفی سلول همان کاتد است و در این جا یون‌های  $\text{Na}^+$  با گرفتن الکترون در کاتد کاهش می‌یابند.

گزینه ۳: با توجه به واکنش کلی:  $2\text{NaCl}(\text{l}) \rightarrow 2\text{Na}(\text{l}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ ،

به ازای مبادله ۲ مول الکترون، مقدار یک مول یا  $22/4$  لیتر گاز  $\text{Cl}_2$  در شرایط STP تولید می‌شود. بنابراین:

$$? \text{LCl}_2 = 0 / 4 \text{mole}^- \times \frac{1 \text{molCl}_2}{2 \text{mole}^-} \times \frac{22 / 4 \text{LCl}_2}{1 \text{molCl}_2} = 4 / 4 \text{LCl}_2$$

گزینه ۴: در برقکافت آب، گاز اکسیژن در آند و گاز هیدروژن در کاتد تولید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

## پاسخ تشریحی آزمون شناختی ۱۹ اسفند ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد را برای مدیریت منابع توجهی مفید می‌دانید؟

۱. وقفه‌های کوتاه مدت استراحت در زمان مطالعه
۲. تقسیم‌بندی تکالیف به اجزای کوچکتر
۳. با صدای بلند خواندن مطالب درسی
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. همه موارد مطرح شده برای مدیریت منابع توجهی مفید است. وقفه‌های کوتاه مدت موجب افزایش توجه برای دوره‌های فعالیت می‌شود، تقسیم تکالیف به اجزای کوچک تر نیز امکان استراحت بین اجزا را فراهم می‌کند. با صدای بلند خواندن نیز موجب تقویت اطلاعات مهم می‌شود.

۲۶۲. کدام گزینه در مورد اجرای همزمان چند تکلیف صحیح است؟

۱. باعث عملکرد بهتر فرد در هر دو تکلیف می‌شود.
۲. موجب کاهش کارایی هر دو تکلیف می‌شود.
۳. تاثیری در کارایی فرد ندارد.
۴. نمی‌دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. اجرای همزمان تکلیف‌ها نیاز به تقسیم منابع توجهی بین آنها دارد و کارایی فرد را در هر دو تکلیف کاهش می‌دهد. تکالیفی که کارایی فرد در آنها مهم است، مانند تکالیف درسی، نباید به صورت همزمان انجام شود.

۲۶۳. کدام گزینه در مورد تغییر تکلیف درسی در فواصل زمانی مشخص درست است؟

۱. مفید است، چون یکنواختی تکلیف درسی را کم می‌کند و موجب عملکرد بهتر توجه می‌شود.
۲. مفید نیست و موجب حواسپرتی می‌شود.
۳. اثری بر عملکرد درسی ندارد.
۴. نمی‌دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. تغییر تکالیف درسی و یا موضوع درسی در فواصل زمانی مفید است. این تغییر باید در شرایطی صورت گیرد که تکلیف قبلی در حد مطلوبی تکمیل شده باشد. به عبارت دیگر رهاکردن ناقص یک تکلیف و رفتن سراغ دیگری نباشد.

۲۶۴. کدام مورد برای به خاطر سپاری اطلاعات مفید است؟

۱. دسته‌بندی
۲. نوشتن
۳. با صدای بلند خواندن
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. ذخیره اطلاعات بر اساس ارتباط معنایی بین آنهاست که دسته‌بندی این ذخیره را تسهیل می‌کند. هر نوع درگیر شدن با مطالب مثل نوشتن و با صدای بلند خواندن موجب تسهیل یادگیری آنها می‌شود.

۲۶۵. کدام نوع تکرار برای یادگیری مطالب درسی مفیدتر است؟

۱. تکرار هر چه بیشتر مطالب درسی به همان صورتی که در کتاب آمده در زمان یادگیری.
۲. تکرار مطالب درسی با روش‌های مختلف (کتاب درسی، آزمون، کتاب کمک درسی، تدریس)
۳. تکرار مطالب با فواصل زمانی مشخص.
۴. مورد ۲ و ۳

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. هر چند تکرار پیش‌نیاز یادگیری است، ولی تکرار هدفمند با روش‌های مختلف مفیدتر از تکرار خام اطلاعات است. علاوه بر این، تکرار با فواصل زمانی مناسب‌تر از تکرار فشرده پشت سر هم است.

۲۶۶. کدام مورد برای یادگیری ضروری است؟

۱. خواب
۲. تکرار
۳. تغذیه
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. تکرار برای تسهیل فرایند یادگیری، تغذیه برای سوخت و ساز مرتبط با یادگیری و خواب برای تثبیت اطلاعات فراگرفته شده نیاز است.

۲۶۷. کدام گزینه در مورد یادگیری درسی درست است؟

۱. منابع مختلف درسی و کمک درسی موجب تسهیل و عمیق‌شدن یادگیری می‌شود.
۲. استفاده از یک منبع درسی کافی است.
۳. شنیدن تدریس‌های مختلف از یک موضوع مفید است.
۴. مورد ۱ و ۳

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. خواندن منابع مختلف و شنیدن از افراد مختلف علاوه بر تکرار مفید موجب عمیق‌شدن یادگیری می‌شود. یادگیری صرفاً چیدن تکه‌های مطلب در کنار هم نیست، هر فرد در توضیح مطالب با واژگان خود ارتباط معنایی آن را دوباره بازنمایی می‌کند. این بازنمایی‌های متفاوت موجب عمیق و ماندگار شدن یادگیری می‌شود.

۲۶۸. در خواندن یک متن برای یادگیری کدام مورد را مفیدتر می‌دانید؟

۱. نگاه انتقادی به متن
۲. نگاه تاییدی
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۳ صحیح است. هر دو رویکرد مفید است. فقط در نگاه انتقادی نباید به اشتباه انگاری متن فکر کرد، بیشتر هدف از این نگاه عمیق‌شدن در مطالب ارائه شده و یافتن فلسفه پشت آن است.

۲۶۹. کدام گزینه در مورد اطلاع از راه حل‌های هکلاسی‌ها در مورد یک مساله صحیح است؟

۱. مفید است، چون مطلب را از دید دیگری می‌بینیم.
۲. مفید نیست، الگوی ذهنی خودمان به هم می‌ریزد.
۳. هیچکدام
۴. هر دو

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. یادگیری صرفاً چیدن تکه‌های مطلب در کنار هم نیست، هر فرد در توضیح مطالب با واژگان خود ارتباط معنایی آن را دوباره بازنمایی می‌کند. این بازنمایی‌های متفاوت موجب عمیق و ماندگار شدن یادگیری می‌شود.