



آزمون ۴ آذر ۱۴۰۱ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمد خندان-سجاد داوطلب-یاسین سپهر-علی سلامت-محمدحسن سلامی-حسینی-علی اصغر شریفی-پویان پهرانیان-حمید علیزاده-یغما کلانتریان-محمدجواد محسنی-میلاد منصوری-جهانبخش نیکنام-شهرام ولایی-فهیمة ولیزاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-محمد صحت کار-فرشاد صدیقی-فر-علیرضا طاهری-رضا عباسی-اصل-سیدمحسن فاطمی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عادل حسینی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-علی صادقی-محمد صحت کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نوید مجیدی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-بیتا خورشید-محمدعلی راست پیمان-سعید شرق-علیرضا طالبیان-سعید طاهری-پروچنی-پوریا علاقه مند-علی قائمی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-احسان کرمی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدجلال میری-حسین ناصحی-مجتبی تکیان-شادمان ویسی
شیمی	هدی بهاری پور-محمدرضا پورجاوید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی مجد-حمید ذیحی-روزبه رضوانی-علی طرفی-علیرضا کیانی دوست

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حمید علیزاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم
گروه ویراستاری	علی ارجمند مهدی ملازمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
		امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقینازاریان تبریزی	سرژ یقینازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنیزاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

$$\Rightarrow \cot 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{56}}{5}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(میلار منصوری)

۵- گزینه «۳»

اگر $\tan \alpha = 3$ ، اولاً $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و ثانیاً $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ و

$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ است. ولی $\frac{\pi}{2} < 2\alpha < \pi$ در ناحیه دوم است. لذا

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{4}{5}$$

$\cos \beta = \frac{4}{5}$ است پس $2\alpha = \pi - \beta$ یا به عبارتی $\beta = \pi - 2\alpha$ است و داریم:

$$\sin\left(\frac{3\beta + 2\alpha}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi - 6\alpha + 2\alpha}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \sin \frac{3\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{3\pi}{4} \sin \alpha$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(پویان طهرانیان)

۶- گزینه «۴»

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right)}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{13}{16}} = \frac{8\sqrt{3}}{13}$$

$$\tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\tan 2\alpha - \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \tan 2\alpha \tan \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{13} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{8\sqrt{3}}{13} \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{11\sqrt{3}}{39}}{\frac{13}{13} + \frac{8}{13}} = \frac{11\sqrt{3}}{21}$$

$$\Rightarrow \tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{11\sqrt{3}}{21} = \frac{11\sqrt{3}}{63}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۱۴۲)

(میانپیش نیکنام)

۷- گزینه «۱»

ابتدا باید $\tan(\alpha + \beta)$ و $\tan(\alpha - \beta)$ را حساب کنیم.

اگر α و β هر دو در بازه $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ باشند، $\alpha + \beta$ در بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

قرار می‌گیرد و $\sin(\alpha + \beta)$ مثبت است.

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha + \beta)} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 2 \quad (I)$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(عارل حسینی)

باقی‌مانده تقسیم برابر $f(3)$ است:

$$\Rightarrow f(3) = 3^3 - 3a + 1 = 27 - 3a + 1 = 28 - 3a = 22 \Rightarrow a = 2$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۴»

(عمید علیرزاه)

رابطه تقسیم را برای تقسیم $(x+2)p(x)$ بر $x^3 - x$ می‌نویسیم:

$$(x+2)p(x) = x(x-1)(x+1)q_1(x) + 3x + 1$$

مقادیر $x=0$ ، $x=1$ و $x=-1$ را در رابطه بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2p(0) = 1 \Rightarrow p(0) = \frac{1}{2}$$

$$3p(1) = 4 \Rightarrow p(1) = \frac{4}{3}$$

$$p(-1) = -2$$

حال رابطه تقسیم دوم را می‌نویسیم:

$$p(x) - xp(1-x) = x(x-1)q_2(x) + \alpha x + \beta$$

در اینجا باقی‌مانده را درجه یک و به صورت $\alpha x + \beta$ در نظر گرفته‌ایم.

حال مقادیر $x=0$ و $x=1$ را در رابطه بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x=0: p(0) = \beta \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$$

$$x=1: p(1) - p(0) = \alpha + \beta \Rightarrow \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \alpha + \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

پس باقی‌مانده تقسیم $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$ است.

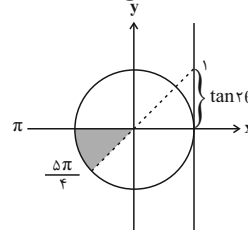
(مسایان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳- گزینه «۴»

(عمید علیرزاه)

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5\pi}{8} \Rightarrow \pi < 2\theta \leq \frac{5\pi}{4}$$

یعنی انتهای کمان 2θ می‌تواند در قطاع مشخص شده زیر باشد:



پس $\tan 2\theta$ در بازه $(0, 1]$ می‌تواند تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < \frac{1}{m-1} \leq 1 \Rightarrow m-1 \geq 1 \Rightarrow m \geq 2$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۲۹)

۴- گزینه «۴»

(عارل حسینی)

$$\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - 1$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{\pm\sqrt{56}}{9}$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{4}(-1) = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a - b = -\frac{7}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(معمّر شدران)

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - cx\right) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر ۱ و مقدار مینیمم برابر -۳ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 1 \\ a - |b| = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, |b| = 2$$

اما نمودار تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است. پس در کل ضریب \sin باید منفی باشد، یعنی $bc < 0$ باشد. b را منفی و c را مثبت می‌گیریم.

$$\Rightarrow b = -2$$

از طرفی $\frac{3}{4}$ دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{4}$ شده است:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{|c|} \xrightarrow{c>0} c = 3$$

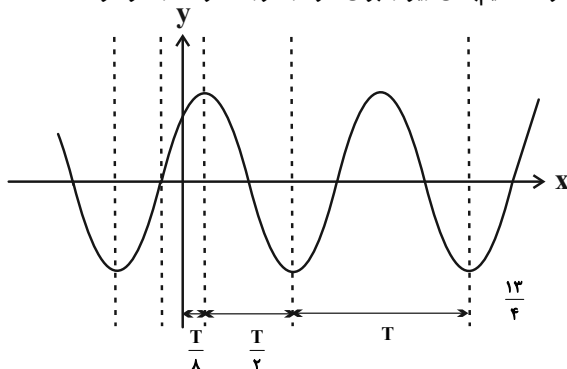
$$\Rightarrow abc = 6$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(شاهین پروازی)

۱۱- گزینه «۲»

برای رسم نمودار داده شده باید نمودار تابع $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به چپ ببریم، سپس طول نقاط آن را بر a تقسیم کنیم. با توجه به این نکته می‌توان تقسیم‌بندی زیر را برای نمودار صورت سؤال در نظر گرفت.



$$\frac{T}{8} + \frac{T}{4} + T = \frac{13T}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{13T}{8} = \frac{13}{4} \Rightarrow T = 2$$

حال در مثلث ABC داریم: $f(0) + |-1| = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ ارتفاع مثلث ABC

$$ABC(AB) \text{ قاعده مثلث } = 2T = 4$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) 4}{2} = \sqrt{2} + 2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ و ۲۹)

$\alpha - \beta$ نیز می‌تواند در بازه $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ تغییر کند و $\cos(\alpha - \beta)$ مثبت خواهد شد:

$$\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha - \beta)} = \sqrt{1 - \frac{1}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} \quad (II)$$

حال با داشتن مقادیر $\tan(\alpha + \beta)$ و $\tan(\alpha - \beta)$ می‌توانیم $\tan 2\beta$ را حساب کنیم:

$$\tan 2\beta = \tan((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha - \beta)}{1 + \tan(\alpha + \beta)\tan(\alpha - \beta)}$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{(2) - \left(\frac{1}{4}\right)}{1 + (2)\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{6}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

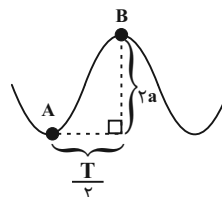
(عادل مسینی)

۸- گزینه «۲»

هر دو پارامتر a و b را مثبت در نظر می‌گیریم، داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow y = a \sin \frac{2\pi}{T} x$$

نمودار تابع به صورت زیر است:



شیب خط گذرا از نقاط A و B برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{\gamma a}{\frac{T}{4}} = \frac{4a}{T} = 4$$

$$\Rightarrow a = T \Rightarrow ab = T \times \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(پویان طهرانیان)

۹- گزینه «۱»

$$f(x) = \sin ax \cos ax (\cos^4 ax - \sin^4 ax)$$

$$= \underbrace{\sin ax \cos ax}_{\frac{1}{2} \sin 2ax} (\underbrace{\cos^2 ax - \sin^2 ax}_{\cos 2ax}) (\underbrace{\cos^2 ax + \sin^2 ax}_1)$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2ax \cos 2ax \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin 4ax$$

نصف دوره تناوب روی نمودار برابر $\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$ می‌باشد، پس

$$T = \frac{\pi}{4} \text{ است و داریم:}$$

$$T = \frac{2\pi}{4a} = \frac{\pi}{2a} \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a<0} a = -2$$

از طرفی b همان مقدار \min تابع است:

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos \frac{\pi}{6} - \cos(x + \frac{\pi}{6}) \sin \frac{\pi}{6} = m$$

$$\Rightarrow \sin((x + \frac{\pi}{6}) - \frac{\pi}{6}) = \sin x = m$$

در بازه $(\frac{3\pi}{2}, \pi)$ مقدار $\sin x$ در بازه $(-1, 0)$ تغییر می‌کند که حدود تغییرات m هم برابر همین بازه است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۵- گزینه «۳» (پویان طهرانیان)

بیشترین مقدار تابع y زمانی اتفاق می‌افتد که $\sin 3x$ کمترین مقدار خود را اختیار کند، پس:

$$\sin 3x = -1 \Rightarrow 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z}$$

حال این مقادیر x باید در بازه $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}]$ قرار بگیرند:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x = \frac{(4k-1)\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq \frac{4k-1}{6} \leq \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow -9 \leq 4k-1 \leq 7 \Rightarrow -2 \leq k \leq 2$$

و این بازه شامل ۵ عدد صحیح است، پس تعداد نقاط برخورد برابر ۵ است.

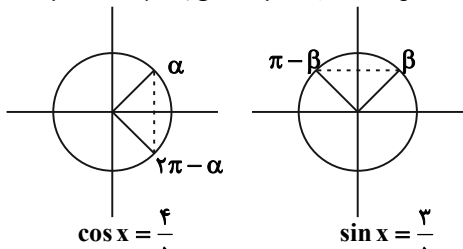
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۶- گزینه «۱» (عمیر علیزاده)

$$\Delta \cos x (\Delta \sin x - 2) = 4(\Delta \sin x - 2)$$

$$\Rightarrow (\Delta \cos x - 4)(\Delta \sin x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{4}{\Delta} \\ \sin x = \frac{2}{\Delta} \end{cases} \text{ یا}$$

که جواب‌های این معادله روی دایره مثلثاتی به صورت‌های زیر است:



دقت کنید که $\alpha \neq \beta$ ، پس مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\alpha + 2\pi - \alpha + \beta + \pi - \beta = 3\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۷- گزینه «۴» (علی سلامت)

$$4 \cos^2(2x - \frac{\pi}{3}) - 3 = 0 \Rightarrow \cos^2(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

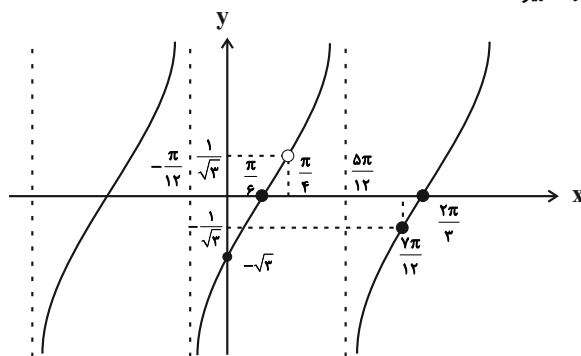
$$\Rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = \pm \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{12} \Rightarrow i = 3 \\ \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow i = 1 \end{cases}$$

(شاهین پروازی)

۱۲- گزینه «۱»

برای رسم نمودار تابع f ، نمودار $y = \tan x$ را با $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست منتقل می‌کنیم و سپس طول نقاط نمودار آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار نهایی به صورت زیر است:



با توجه به نمودار بالا، اگر دامنه تابع $[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}] - \{\frac{5\pi}{12}\}$ باشد، برد آن

$$\text{بازه } (-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}] \cup (\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty) \text{ است.}$$

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - (-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\Rightarrow ab = -\frac{1}{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(میوانیش نیکنام)

۱۳- گزینه «۴»

$$\frac{3}{2}T = \frac{15}{2} \Rightarrow T = 5 \Rightarrow \frac{\pi}{\pi|a|} = 5 \Rightarrow |a| = \frac{1}{5}$$

با توجه به نزولی بودن تابع f در همسایگی صفر، $a = -\frac{1}{5}$ قابل قبول است.

$$f(x) = -\tan \frac{\pi}{5}x + 1 \text{ پس } f(0) = 1 \text{ در نتیجه ضابطه } b = 1$$

خواهد شد.

حال صفرهای تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \tan \frac{\pi}{5}x = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{5}x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = 5k + \frac{5}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{به ازای } k = 0, x_A = \frac{5}{4} \text{ و به ازای } k = 1, x_B = \frac{15}{4} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$\Rightarrow x_A + x_B = \frac{20}{4} = 5$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عمیر علیزاده)

۱۴- گزینه «۲»

طرفین تساوی داده شده را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = m$$

θ را زاویه‌ای حاده می‌گیریم که سینوس آن برابر $\frac{\sqrt{2}}{4}$ شود، با توجه به آنکه $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$ و $\frac{\sqrt{2}}{4} < \frac{1}{2}$ ، پس θ در بازه $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right)$ قرار می‌گیرد.

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin \theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3\pi}{4} = \theta \Rightarrow x_1 = \theta - \frac{3\pi}{4} \\ x + \frac{3\pi}{4} = \pi - \theta \Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{4} - \theta \end{cases}$$

چون $\frac{\pi}{12} < \theta < \frac{\pi}{6}$ است، $-\frac{7\pi}{24} < x_1 < -\frac{5\pi}{24}$ و $\frac{11\pi}{24} < x_2 < \frac{13\pi}{24}$ ،

خواهد شد، این یعنی دو جواب x_1 و x_2 در بازه $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ قرار می‌گیرند.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(پنجانیفش نیکنام)

۲۰- گزینه «۱»

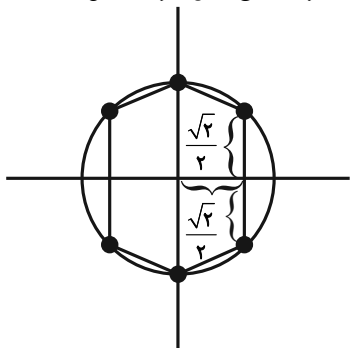
معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$2\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) + 1 - \cos^2 2x = 2 \Rightarrow \cos^2 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

این جواب‌ها روی دایره مثلثاتی شکل زیر، مشخص شده‌اند:



شش ضلعی شکل بالا از دو دوزنقه هم‌نهشت با قاعده‌های ۲ و $\sqrt{2}$ و ارتفاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$ تشکیل شده است. پس داریم:

$$S = 2 \left(\frac{(2 + \sqrt{2}) \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \right) = 1 + \sqrt{2}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

حاصل ضرب مقادیر ممکن برای i برابر ۳ است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۸- گزینه «۱»

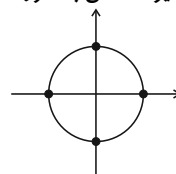
(علی سلامت)

$$\tan 2x + \cos 4x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} - 2 \sin^2 2x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x \left(\frac{1}{\cos 2x} - 2 \sin 2x \right) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

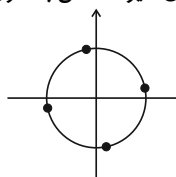
جواب‌های این معادله روی دایره مثلثاتی به صورت زیر است:



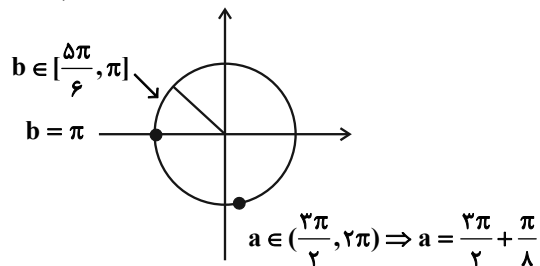
$$\frac{1}{\cos 2x} - 2 \sin 2x = 0 \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} 2 \sin 2x \cos 2x = 1$$

$$\sin 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

جواب‌های این معادله نیز روی دایره مثلثاتی به صورت زیر است:



اکنون با توجه به جواب‌های به دست آمده مقادیر a و b را پیدا می‌کنیم.



$$\Rightarrow a - b = \frac{5\pi}{4}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۹- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \quad \text{اختلاف زوایای } \frac{\pi}{4} \text{ و } \frac{5\pi}{4} \text{ است:}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

از اتحاد $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۴»

(غریزانه فاکپاش)

از دوران خط d حول خط l یک رویه مخروطی حاصل می‌شود. اگر صفحه P به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور l نباشد، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک هذلولی است که این شرایط برای صفحه مورد نظر در صورت سؤال دقیقاً برقرار است.

(هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$ در صورتی فاقد جواب است و یا بی‌شمار جواب

دارد که رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ برقرار باشد. داریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m-3}{m-4} = \frac{1}{m} \Rightarrow m(m-3) - (m-4) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 3m - m + 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

به ازای $m = 2$ ، رابطه $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{1}{2}$ برقرار است، پس معادله

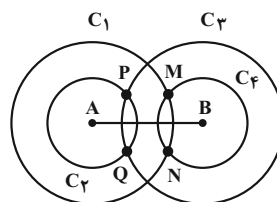
بی‌شمار جواب دارد. بدیهی است به ازای سایر مقادیر m ، معادله دارای یک جواب منحصر به فرد است.

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۲۳- گزینه «۲»

(سوگندر روشنی)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه به فاصله ثابت k قرار دارند، دایره‌ای به مرکز آن نقطه و شعاع k است.



بنابراین محل تقاطع دایره‌های $C_1(A, 4)$ و $C_3(B, 8)$ ، یعنی نقاط M و N نیز محل تقاطع دایره‌های $C_2(A, 4)$ و $C_4(B, 8)$ ، یعنی نقاط P و Q جواب مسئله هستند.

(هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

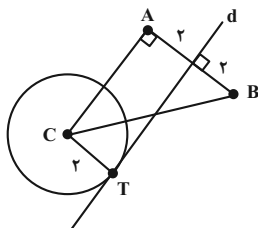
۲۴- گزینه «۲»

(اخشین فاضله‌فان)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه C به

فاصله ۲ واحد باشند، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۲ واحد است. با توجه به صورت سؤال، خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، پس عمودمنصف پاره‌خط AB مطابق شکل در نقطه T بر این دایره مماس است.

حال اگر فرض کنیم نقاط A و C در یک طرف خط d (عمودمنصف AB) قرار داشته باشند، آن‌گاه پاره‌خط AC موازی خط d است (A و C فاصله یکسان از خط d دارند)، پس AC بر AB عمود است و مثلث ABC قائم‌الزاویه خواهد بود.



(هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۵- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

اگر دترمینان را برحسب ستون دوم آن بسط دهیم، داریم:

$$(x+2) \begin{vmatrix} 1 & k \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+2)(x-k(x-1)) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)((1-k)x+k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-k}{1-k} \end{cases}$$

دو ریشه معادله قرینه یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$-\frac{k}{1-k} = 2 \Rightarrow -k = 2 - 2k \Rightarrow k = 2$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۶- گزینه «۳»

(سوگندر روشنی)

ابتدا وارون ماتریس $A - 2I$ را با توجه به رابطه داده شده به دست می‌آوریم.

$$3A - A^2 = 3I \Rightarrow A^2 - 3A + 3I = \bar{O} \Rightarrow A^2 - 3A + 2I = -I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)(A - I) = -I \Rightarrow (A - 2I)(I - A) = I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)^{-1} = I - A \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \end{cases}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 \times (-1) = -1$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۷- گزینه «۴»

(غریزانه فاکپاش)

$$A = \begin{bmatrix} 2|A| & -2 \\ 7|A| - 3 & -3|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6|A|^2 + 2(7|A| - 3)$$

$$\begin{aligned} A^{-1}(3A - 2AB) &= A^{-1}(3B) \\ \Rightarrow 3 \underbrace{A^{-1}A} - 2 \underbrace{(A^{-1}A)B} &= 3A^{-1}B \\ \Rightarrow 3I - 2B &= 3A^{-1}B \Rightarrow (3I - 2B)B^{-1} = (3A^{-1}B)B^{-1} \\ \Rightarrow 3IB^{-1} - 2BB^{-1} &= 3A^{-1}(BB^{-1}) \Rightarrow 3B^{-1} - 2I = 3A^{-1} \\ \Rightarrow 3(A^{-1} - B^{-1}) &= -2I \Rightarrow A^{-1} - B^{-1} = -\frac{2}{3}I \\ \Rightarrow |A^{-1} - B^{-1}| &= |-\frac{2}{3}I| = (-\frac{2}{3})^3 |I| = -\frac{8}{27} \times 1 = -\frac{8}{27} \end{aligned}$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربرد؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابومحبوب)

۳۰. گزینه «۱»

می‌دانیم اگر تمام درایه‌های یک سطر یا یک ستون از ماتریسی، مضرب عددی باشند، در محاسبه دترمینان آن ماتریس، می‌توان از آن عدد فاکتور گرفت، بنابراین در سطرهاى اول، دوم و سوم ماتریس B، می‌توانیم به ترتیب از ۴، ۹ و ۲۵ فاکتور بگیریم:

$$|B| = 4 \times 9 \times 25 \begin{vmatrix} bc & 1 & a \\ ac & 1 & b \\ ab & 1 & c \end{vmatrix}$$

همچنین در ستون اول ماتریس باقی‌مانده می‌توان از abc فاکتور گرفت که در این صورت داریم:

$$|B| = 4 \times 9 \times 25 abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$$

حال a، b و c را به ترتیب در سطرهاى اول، دوم و سوم ضرب می‌کنیم:

$$|B| = 4 \times 9 \times 25 \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

با توجه به اینکه $4 \times 9 \times 25 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ، می‌توان اعداد ۲، ۳ و ۵ را یکبار به ترتیب در سطرهاى اول تا سوم و بار دیگر در ستون‌های اول تا سوم ضرب کنیم که در این صورت داریم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 4 & 6a & 10a^2 \\ 6 & 9b & 15b^2 \\ 10 & 15c & 25c^2 \end{vmatrix} = |A| = k$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربرد؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\Rightarrow |A| = -6|A|^2 + 14|A| - 6 \Rightarrow 6|A|^2 - 14|A| + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2|A| - 3)(3|A| - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{3}{2} \text{ غلط} \\ |A| = \frac{2}{3} \end{cases}$$

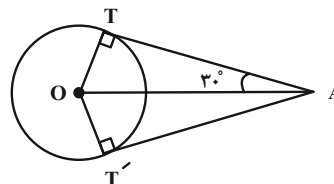
می‌دانیم $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ است، پس داریم:

$$\begin{aligned} |(1 + |A|)A^{-1}| &= (1 + \frac{2}{3})|A^{-1}| = \frac{5}{3}|A^{-1}| = \left(\frac{5}{3}\right)^2 |A|^{-1} \\ &= \frac{25}{9} \times \frac{1}{|A|} = \frac{25}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{25}{6} \end{aligned}$$

(هنر سه ۳؛ ماتریس و کاربرد؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۸. گزینه «۴»

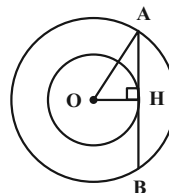
(امیرحسین ابومحبوب)



فرض کنید از نقطه A، دو مماس AT و AT' بر دایره C(O, ۴) رسم شده باشد. اگر $\widehat{TAT'} = 60^\circ$ باشد، هر کدام از دو زاویه OAT و OAT' برابر 30° هستند. از طرفی می‌دانیم اندازه ضلع روبه‌رو 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است، پس داریم:

$$OAT : OT = \frac{1}{2}OA \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 8$$

یعنی مکان هندسی مورد نظر، دایره C' به شعاع ۸ می‌باشد که با دایره C هم مرکز است.



$$\begin{aligned} OAH : AH^2 &= OA^2 - OH^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \\ \Rightarrow AH &= 4\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنر سه ۳؛ آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(امیررضا فلاح)

۲۹. گزینه «۱»

طرفین رابطه داده شده را از سمت چپ در ماتریس A^{-1} و سپس از سمت راست در ماتریس B^{-1} ضرب می‌کنیم:

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

(علی صارقی)

باقی مانده تقسیم ۱۳۹۷ بر ۵ برابر ۲ است. در نتیجه:

$$\begin{cases} 1397 \equiv 2 \Rightarrow 1397 \cdot 1401 \equiv 2 \cdot 1401 \\ 2^5 \equiv -1 \Rightarrow (2^2)^{700} \equiv 1 \Rightarrow 2^{1401} \equiv 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1397 \cdot 1401 \equiv 2$$

$$A \equiv 2 \times 13 - 27 \Rightarrow A \equiv -1 \Rightarrow A \equiv 4$$

در نتیجه باقی مانده برابر ۴ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۲- گزینه «۱»

(سولدر روشنی)

$$\begin{cases} 17 \\ a \equiv 11 + 34 = 45 \Rightarrow a \equiv 45 \Rightarrow a \equiv 187 \\ 11 \\ a \equiv 1 + 44 = 45 \end{cases}$$

$$a = 187k + 45$$

$$100 \leq 187k + 45 \leq 999 \Rightarrow 1 \leq k \leq 5$$

که به ازاء $k = 2, 4$ ، برای a عددی فرد به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۳- گزینه «۴»

(مهمر صدت‌لر)

$$\begin{aligned} 8 \equiv 1 &\Rightarrow 8^{63} \equiv 1 \\ 7 \equiv 0 &\Rightarrow 7^{63} \equiv 0 \\ 6 \equiv -1 &\Rightarrow 6^{63} \equiv -1 \\ 5^2 \equiv 25 \equiv 4 &\Rightarrow 5^3 \equiv 5 \times 4 \equiv 20 \equiv -1 \Rightarrow 5^6 \equiv 1 \\ \Rightarrow 5^{60} \equiv 1 &\Rightarrow 5^{63} \equiv 5^3 \equiv -1 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$5^{63} + 6^{63} + 7^{63} + 8^{63} \equiv -1 - 1 + 0 + 1 \equiv -1 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به اینکه مهرماه دارای ۳۰ روز است و $30 = 4 \times 7 + 2$ ، پس تنها

در صورتی مهرماه شامل ۵ روز جمعه است که روز اول این ماه پنجشنبه یا

جمعه باشد. اگر فرض کنیم اول مهر پنجشنبه باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{array}{r} 29 + 4 \times 30 + 15 = 164 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \text{اسفند} \quad \text{آبان} \quad \text{تابهمن} \quad \text{مهر} \end{array}$$

$$164 = 23 \times 7 + 3 \Rightarrow 164 \equiv 3$$

یعنی ۱۵ اسفند، سه روز در هفته جلوتر از روز اول مهر قرار دارد، پس ۱۵

اسفند در این حالت روز یکشنبه است. بدیهی است در صورتی اول مهر جمعه

باشد، روز ۱۵ اسفند دوشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

۳۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq m < 9 \\ 0 \leq m+1 < 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 \leq m < 8$$

از طرفی $1 \leq a \leq 9$ و با توجه به ویژگی بخش‌پذیری بر عدد ۹ داریم:

$$\left. \begin{aligned} a2a6 \equiv 2a + 8 \equiv m \\ 1a21 \equiv a + 4 \equiv m + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a + 8 \equiv a + 3$$

$$\Rightarrow a \equiv -5 \equiv -5 + 9 \equiv 4 \Rightarrow a = 4$$

$$a + 4 \equiv m + 1 \Rightarrow m + 1 \equiv 8 \Rightarrow m \equiv 7 \Rightarrow m = 7$$

اعدادی که به کلاس هم‌نهشتی $[4]_9$ تعلق داشته باشند، به صورت

$7k + 4 (k \in \mathbb{Z})$ نوشته می‌شوند که با انتخاب $k = 14$ ، کوچک‌ترین

عدد طبیعی سه رقمی در این کلاس هم‌نهشتی حاصل می‌شود.

$$k = 14 \Rightarrow 7 \times 14 + 4 = 102 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۳۶- گزینه «۳»

(مهمر صدت کار)

اگر رقم یکان عدد $a^n - a^m$ ($a \equiv 2, 3, 7, 8$) برابر با صفر باشد آن گاه

$$n \equiv m$$

بنابراین:

$$n \equiv 19 \equiv 3 \Rightarrow n = 4k + 3$$

$$n + 19 = 4k + 3 + 19 = 4k + 22 \equiv 2 \Rightarrow 8^{n+19} \equiv 8^2 \equiv 4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۷- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

$$6^n \equiv 2^n \xrightarrow{+2^n} 3^n \equiv 1 \pmod{(2^n, 22)=2}$$

$$\begin{cases} n=1 \rightarrow 3 \equiv 3 \\ n=2 \rightarrow 3^2 \equiv 9 \\ n=3 \rightarrow 3^3 \equiv 5 \\ n=4 \rightarrow 3^4 \equiv 4 \\ n=5 \rightarrow 3^5 \equiv 1 \end{cases}$$

در نتیجه $n = 5k$ خواهد بود و برای به دست آوردن باقی‌مانده تقسیم

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$2^{3n+7} \equiv 2^{15k+7} \equiv (2^5)^{3k} \times 2^7 \equiv 1 \times 128 \equiv 4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۸- گزینه «۳»

(امد رضا فلاح)

شرط آنکه معادله $ax \equiv b^m$ در مجموعه \mathbb{Z} دارای جواب باشد، آن است که

$$(a, m) \mid b$$

پس باید $3a^2 + 2$ عددی فرد باشد زیرا:

$$(3a^2 + 2, 8) \mid 7 \Rightarrow (3a^2 + 2, 8) = 1$$

بنابراین a نیز عددی فرد است. می‌دانیم هر مربع هر عدد فرد به فرم

$$8k + 1$$

می‌باشد. پس:

$$(3(8k+1) + 2)x \equiv 7 \Rightarrow (24k+5)x \equiv 7 \Rightarrow 5x \equiv 7 \equiv 15$$

$$\xrightarrow{+5} x \equiv 3 \pmod{(5,8)=1} \Rightarrow x = 8q + 3$$

$$12 \text{ مقدار } x: 10 \leq 8q + 3 \leq 100 \Rightarrow q = 1, 2, \dots, 12$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۹- گزینه «۲»

(سوکنر روشنی)

$$52x - 39y = 13 \xrightarrow{+13} 4x - 3y = 1$$

$$\Rightarrow 4x \equiv 1 \Rightarrow x = 3k + 1$$

$$\xrightarrow{k=332} x_{\max} = 997$$

$$\text{مجموع ارقام} = 9 + 9 + 7 = 25$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۴۰- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

$$24x \equiv a^2 + 2 \xrightarrow{\text{شرط وجود جواب}} (24, 15) = 3 \mid a^2 + 2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2 \equiv 0 \Rightarrow a^2 \equiv -2 \equiv 1$$

$$a \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z} \begin{cases} a = 3k \rightarrow a^2 = 3k^2 \\ a = 3k + 1 \rightarrow a^2 = 3k^2 + 1 \\ a = 3k + 2 \rightarrow a^2 = 3k^2 + 1 \end{cases}$$

بنابراین باید $a = 3k + 2$ یا $a = 3k + 1$ باشد.

$$a = 3k + 1 \xrightarrow{\text{حداکثر مقدار سه رقمی } a} a = 997$$

$$a = 3k + 2 \xrightarrow{\text{حداکثر مقدار سه رقمی } a} a = 998$$

$$24x \equiv (998)^2 + 2 \Rightarrow 24x \equiv 8^2 + 2 = 66 \equiv 6 \Rightarrow -6x \equiv 6$$

$$\xrightarrow{+6} x \equiv -1 \pmod{(6,15)=3} \Rightarrow x = 5k - 1 \xrightarrow{k=20} x_{\max} = 99$$

$$\text{مجموع ارقام} : 9 + 9 = 18$$

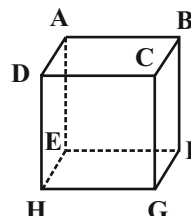
(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

هندسه ۱

گزینه ۱» ۴۱-

(رضا عباسی اصل)

هر سه گزاره داده شده نادرست است. مثال نقض گزاره‌ها با توجه به مکعب شکل زیر عبارتند از:



الف) دو صفحه $ABCD$ و $BCGF$ هر دو با خط EH موازی‌اند ولی دو صفحه با یکدیگر متقاطع هستند.

ب) دو خط AD و CD هر دو با صفحه $EFGH$ موازی‌اند ولی دو خط با یکدیگر متقاطع هستند.

پ) دو خط AB و BC هر دو بر خط BF عمودند ولی دو خط با یکدیگر متقاطع هستند.

(هنر سه از: تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

گزینه ۲» ۴۲-

(افشین فاضله‌فان)

یال FC در نقطه C بر صفحه گذرنده از نقاط A, B, C عمود است، بنابراین خط دلخواه L در این صفحه نمی‌تواند با یال FC موازی باشد، چون می‌دانیم اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است، یعنی خط L باید بر صفحه گذرنده از نقاط A, B, C عمود باشد که مخالف فرض است.

(هنر سه از: تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

گزینه ۲» ۴۳-

(فرشاد صریقی‌فر)

هر منشور مثلث‌القاعده دارای سه وجه جانبی و دو قاعده است. از هر منشور، سه وجه جانبی قابل رؤیت است و فقط برای بالاترین منشور، وجه بالایی را می‌توان دید، پس در مجموع $16 = 5 \times 3 + 1$ وجه و در نتیجه ۱۶ عدد یک قابل مشاهده است.

(هنر سه از: تبسم فضایی؛ مشابه تمرین ۴ صفحه ۹۱)

گزینه ۱» ۴۴-

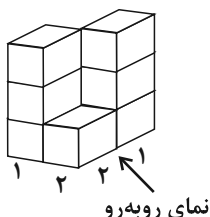
(مهمر فخران)

دو صفحه عمود بر یک صفحه، لزوماً با یکدیگر موازی نیستند، پس گزینه «۱» در حالت کلی درست نیست.

(هنر سه از: تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۶)

گزینه ۱» ۴۵-

(امیرحسین ابومصوب)



نمای روبه‌رو

فرض کنید ۴ ستون هر کدام شامل ۳ مکعب کوچک در کنار یکدیگر چیده شده باشد در این صورت با برداشتن مکعب‌های دو ردیف بالایی در دو ستون (مثلاً ستون شامل ردیف ۱ از نمای روبه‌رو و ردیف ۱ از نمای چپ و نیز ستون شامل ردیف ۲ از نمای روبه‌رو و ردیف ۲ از نمای چپ)، نماهای دیده شده از روبه‌رو، چپ و بالا دقیقاً مانند نماهای صورت سؤال خواهد بود. بنابراین تعداد مکعب‌های کوچک موجود در شکل برابر است با:

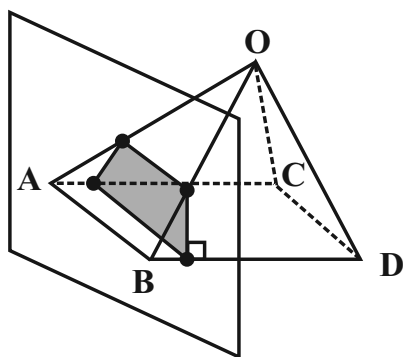
$$3 \times 4 - 2 \times 2 = 8$$

(هنر سه از: تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

گزینه ۴» ۴۶-

(مهمر فخران)

اگر صفحه P بر قاعده هرم عمود باشد، ولی از نقطه O (رأس هرم) عبور نکند، آن‌گاه سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با این هرم، یک دوزنقه (دوزنقه سایه خورده در شکل) است.



(هنر سه از: تبسم فضایی؛ مشابه تمرین ۲ (ج) صفحه ۹۴)

۴۷- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید خط d فصل مشترک دو صفحه P_1 و P_2 باشد. در این صورت سه حالت زیر امکان پذیر است:

(۱) خط d ، صفحه P_3 را در یک نقطه قطع کند. در این صورت این نقطه فصل مشترک سه صفحه P_1 ، P_2 و P_3 است.

(۲) خط d ، درون صفحه P_3 باشد. در این صورت خط d فصل مشترک سه صفحه P_1 ، P_2 و P_3 است.

(۳) خط d با صفحه P_3 موازی باشد. در این صورت فصل مشترک صفحه P_1 با صفحه P_3 ، خطی مانند d_1 و فصل مشترک صفحه P_2 با صفحه P_3 ، خطی مانند d_2 است که هر دوی آن‌ها با خط d موازی‌اند.

بنابراین فصل مشترک‌های روبه‌روی سه صفحه متقاطع، هیچ‌گاه نمی‌تواند سه خط دو به دو متناظر باشد.

(هنرسه ا: تبسم فغانی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴۸- گزینه «۳»

(محمدرضا صدق‌کار)

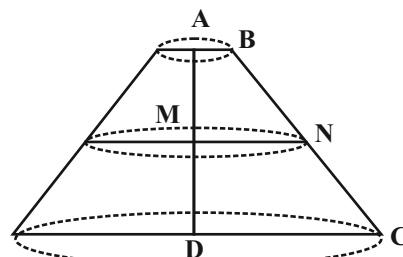
دو خط که در یک صفحه قرار داشته باشند یا موازی هستند یا متقاطع. اگر دو خط d و d' در نقطه B متقاطع باشند، آن‌گاه خط گذرنده از نقاط A و B ، هر دو خط d و d' را قطع می‌کند ولی در صورتی که دو خط d و d' موازی باشند، خطی وجود ندارد که هر دو خط d و d' را قطع کند، زیرا هر خط متقاطع با دو خط d و d' ، لزوماً در صفحه P قرار می‌گیرد و در نتیجه از A عبور نمی‌کند. بنابراین حداکثر یک خط با مشخصات موردنظر قابل رسم است.

(هنرسه ا: تبسم فغانی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴۹- گزینه «۴»

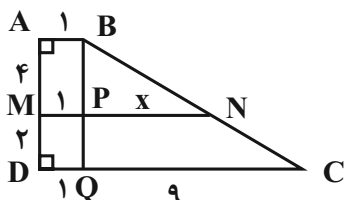
(غرشاد صدیقی‌فر)

از دوران دوزنقه $ABCD$ حول ساق قائم AD ، مطابق شکل یک مخروط ناقص پدید می‌آید.



در صورت برش این مخروط ناقص با صفحه‌ای موازی دو قاعده، یک دایره به شعاع MN حاصل می‌شود. مطابق شکل زیر در دوزنقه $ABCD$ داریم:

$$\triangle BQC : PN \parallel QC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{PN}{QC} = \frac{BP}{BQ}$$



$$\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{4}{6} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow MN = 1 + 6 = 7$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \times 7^2 = 49\pi$$

(هنرسه ا: تبسم فغانی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۵۰- گزینه «۲»

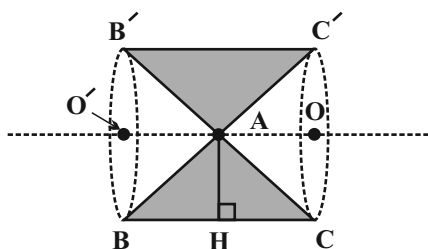
(غرشاد صدیقی‌فر)

مطابق شکل $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $BH = CH = \frac{1}{2}$ است، بنابراین برای

محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به

ارتفاع $\frac{1}{2}$ و شعاع قاعده $\frac{\sqrt{3}}{2}$ را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۱ و شعاع

قاعده $\frac{\sqrt{3}}{2}$ کم کنیم:



$$\text{حجم استوانه} = \pi R_1^2 h_1 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3} \pi R_2^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{حجم مطلوب} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

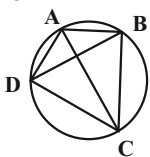
(هنرسه ا: تبسم فغانی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

$$= \sqrt{16 \times 12 \times 3 \times 1} = 24$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 30 + 24 = 54$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(سوکنر روشنی)



$$\Delta ABC: 8^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیه فیثاغورس}} \hat{B} = 90^\circ$$

بنابراین قطر دایره محیطی این چهارضلعی محاطی است و در صورتی که شعاع دایره محیطی را با R نمایش دهیم، داریم:

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

دایره محیطی چهارضلعی ABCD همان دایره محیطی مثلث ABD است، بنابراین طبق قضیه سینوس‌ها در این مثلث داریم:

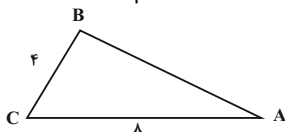
$$\frac{BD}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{BD}{\sin 150^\circ} = 2 \times 5 \Rightarrow BD = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(افشین فاضل‌شان)

گزینه «۴» -۵۵

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases}$$

اگر $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌شود که خلاف فرض است.

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

$$= 8^2 + 4^2 - 2 \times 8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 64 + 16 - 32 = 48$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(غرزانه فاکپاش)

گزینه «۳» -۵۶

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

هندسه ۲-۱ اختیاری

گزینه «۳» -۵۱

(امیرحسین ابومبوب)

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow a = 2R \sin \hat{A}$$

اگر طرفین این رابطه را بر $\tan \hat{A}$ تقسیم کنیم، آن‌گاه داریم:

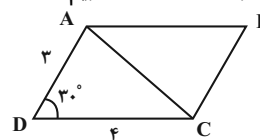
$$\frac{a}{\tan \hat{A}} = \frac{2R \sin \hat{A}}{\tan \hat{A}} = \frac{2R \sin \hat{A}}{\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}} = 2R \cos \hat{A}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه «۳» -۵۲

(مهمر فندان)

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADC داریم:



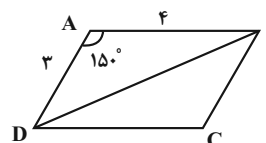
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \times DC \times \cos \hat{D}$$

$$= 3^2 + 4^2 - 2 \times 3 \times 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 9 + 16 - 12\sqrt{3} = 25 - 12\sqrt{3}$$

$$BD^2 = 25 + 12\sqrt{3}$$

به طریق مشابه داریم:



بنابراین مجموع مربعات طول دو قطر برابر است با:

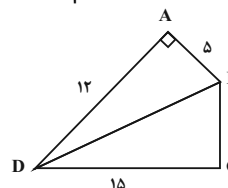
$$AC^2 + BD^2 = 25 - 12\sqrt{3} + 25 + 12\sqrt{3} = 50$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

گزینه «۴» -۵۳

(مهمر فندان)

مثلث ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین داریم:



$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\Rightarrow BD = 13$$

طبق قضیه هرون در مثلث BDC داریم:

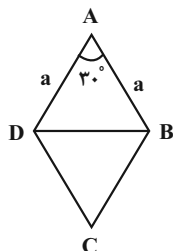
$$P = \frac{4 + 13 + 15}{2} = 16$$

$$S_{BDC} = \sqrt{16(16-4)(16-13)(16-15)}$$

(افشین شاهه‌شان)

۵۹- گزینه «۳»

فرض کنید طول هر ضلع لوزی برابر a باشد. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2 + a^2 - 2 \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 9(2 - \sqrt{3}) = a^2(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow a^2 = 9$$

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times a \times \frac{1}{2}$$

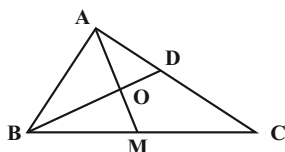
$$= \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(غرزانه فاکپاش)

۶۰- گزینه «۲»

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 5^2 + 7^2 = 2AM^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow AM^2 = 21 \Rightarrow AM = \sqrt{21}$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABM داریم:

$$\frac{OA}{OM} = \frac{AB}{BM} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AO}{AM} = \frac{AB}{AB + BM}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{\sqrt{21}} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{5\sqrt{21}}{9} \Rightarrow OM = \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی در مثلث ABM داریم:

$$BO^2 = BA \times BM - AO \times OM = 5 \times 4 - \frac{5\sqrt{21}}{9} \times \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

$$= 20 - \frac{20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 81 - 20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 60}{81} = \frac{400 \times 3}{81}$$

$$\Rightarrow BO = \frac{20}{9} \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

$$\Rightarrow 49 \times 2x + 64 \times x = 36 \times 3x + x \times 2x \times 3x$$

$$\Rightarrow 98x + 64x = 108x + 6x^3$$

$$\Rightarrow 6x^3 - 54x = 0 \Rightarrow 6x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غق} \\ x = 3 \\ x = -3 \text{ غق} \end{cases}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

۵۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

از طرفی قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos \hat{B}$$

$$= 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} = 25 + 64 - 40 = 49$$

$$\Rightarrow AC = 7$$

اگر BH ارتفاع وارد بر ضلع AC باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} BH \times 7$$

$$\Rightarrow BH = \frac{20}{7} \sqrt{3}$$

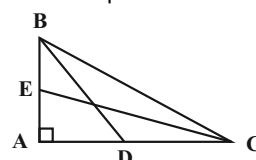
(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

۵۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC} = \frac{6}{16} \Rightarrow \frac{AD}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow AD = 3, DC = 8 - 3 = 5$$

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AB} = \frac{8}{18} \Rightarrow \frac{AE}{6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{8}{3}, BE = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$\frac{BD^2}{CE^2} = \frac{6 \times 10 - 3 \times 5}{8 \times 10 - \frac{8}{3} \times \frac{10}{3}} = \frac{45}{\frac{640}{9}} = \frac{9 \times 45}{640} = \frac{9^2 \times 5}{8^2 \times 10}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{9\sqrt{5}}{8\sqrt{10}} = \frac{9}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

(هنر سه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۲»

(غلامرضا ممی)

به کمک رابطه $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ داریم:

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_1 \\ \vec{v}_r = \vec{a}t + \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_r = \vec{a}t + \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_r - \vec{v}_1 = \vec{a}t$$

$$\Rightarrow \vec{v}_r - \vec{v}_1 = 2 \times 4 \hat{i} \times 1 / 5 = (16 \text{ m/s}) \hat{i}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۶۲- گزینه «۴»

(مسین مفرومی)

ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم. چون نمودار سرعت - زمان به صورت یک

خط راست است، بنابراین شتاب ثابت است و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11 - 8}{1 / 5 - 0} \Rightarrow a = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مکان اولیه $x_0 = -5 \text{ m}$ و سرعت اولیه $v_0 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. داریم:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} (15) t^2 + 8 t + (-5)$$

$$\Rightarrow x = t^2 + 8t - 5$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۶۳- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

با توجه به اطلاعات مسئله متحرک‌ها را با A و B نام‌گذاری می‌کنیم.

$$a_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, a_B = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow t_A = (t+2) \text{ s}, t_B = t$$

$$\xrightarrow{v_{0A} = v_{0B} = 0} \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2 \Rightarrow 4(t+2)^2 = 9(t)^2$$

$$\Rightarrow 2(t+2) = 3t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

بنابراین داریم:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t_B^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 4^2 = 72 \text{ m} = 0.072 \text{ km}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۶۴- گزینه «۳»

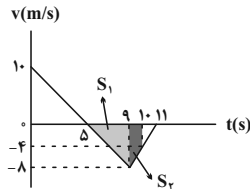
(زهره آقاممیری)

در نمودار شتاب - زمان، مساحت زیر نمودار، تغییرات سرعت را نشان

می‌دهد. مساحت زیر نمودار را از لحظه صفر تا $t = \Delta s$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v - v_0 = -10 \xrightarrow{v=0 \text{ تغییر جهت}} v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می‌توانیم نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.



در رسم نمودار توجه می‌کنیم که شیب نمودار سرعت - زمان، شتاب متحرک

را نشان می‌دهد.

اکنون مساحت زیر نمودار سرعت - زمان را از Δs تا 10 s محاسبه می‌کنیم

که همان جابه‌جایی متحرک در این بازه است.

$$|\Delta x| = S_1 + S_2 = 16 + 6 = 22 \text{ m}$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{22}{5} = 4.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۶۵- گزینه «۳»

(بیبا خورشید)

برای این که دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند باید مجموع اندازه

جابه‌جایی آن‌ها تا لحظه توقف برابر با ۸۲ متر باشد. با استفاده از معادله

سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow |\Delta x_1| = \frac{|0 - 16^2|}{2|a|}, |\Delta x_2| = \frac{|0 - 20^2|}{2|a|}$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 82 \Rightarrow \frac{16^2}{2|a|} + \frac{20^2}{2|a|} = 82 \Rightarrow |a| = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ و ۲۱)

۶۶- گزینه «۳»

(علیرضا طالبیان)

معادله حرکت کامیون و اتومبیل را می‌نویسیم. داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x_2 = v(t - T)$$

زمانی اتومبیل به کامیون می‌رسد که جابه‌جایی‌های آن‌ها یکسان باشد.
بنابراین:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = v(t - T) \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - vt + vT = 0$$

چون طبق صورت سؤال اتومبیل فقط یک بار به کامیون می‌رسد، معادله درجه دوم فوق فقط یک جواب دارد و بنابراین دلتای آن برابر با صفر است:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-v)^2 - 4\left(\frac{1}{2}a\right)(vT) = 0 \Rightarrow v^2 - 2aTv = 0$$

$$\Rightarrow v(v - 2aT) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 2aT \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۷- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

برای محاسبه مسافت پیموده شده در ثانیه پنجم داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_5 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = -125m$$

$$\Delta y_4 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = -80m$$

$$\Rightarrow \Delta y_{5-4} = \Delta y_5 - \Delta y_4 = -125 - (-80) = -45m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{5-4}| = 45m$$

یعنی متحرک از ۴s تا ۵s مسافت ۴۵m را به سمت پایین حرکت کرده است.

حال مسافت پیموده شده در ۳ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_3 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -45m \Rightarrow |\Delta y_3| = 45m$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta y_{5-4}|}{|\Delta y_3|} = \frac{45}{45} = 1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۸- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ مکان در نظر بگیریم، مدت زمان حرکت گلوله A برابر است با:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 + y_{0A} \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_A^2 + 80 \Rightarrow t_A = 4s$$

چون گلوله B را دو ثانیه دیرتر رها کرده‌ایم، بنابراین مکان گلوله B را در لحظه $t_B = 2s$ می‌یابیم. داریم:

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + y_{0B} \Rightarrow y_B = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 + 80 \Rightarrow y_B = 60m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۹- گزینه «۳»

(امیرمسین میوزی)

وقتی اسکیت‌باز سنگین‌تر به اسکیت‌باز سبک‌تر با دستش نیرو وارد می‌کند، حرکت ابتدایی اسکیت‌باز سبک‌تر شتاب‌دار است. بعد از قطع شدن نیرو، این اسکیت‌باز بدون شتاب و با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۷۰- گزینه «۴»

(سعید طاهری بروجنی)

چون سرعت تغییر کرده و جسم تحت تأثیر دو نیروی ثابت است، حرکت جسم با شتاب ثابت است.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4\vec{i} - 4\vec{j}}{2} = -2\vec{i} - 2\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1 = -6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = -9\vec{i} - 2\vec{j}$$

چون نیروی عکس‌العمل \vec{F}_2 را می‌خواهد:

$$\vec{F}'_2 = -\vec{F}_2 = 9\vec{i} + 2\vec{j}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

نقطه اتصال مرجع در دماسنج ترموکوپل در مخلوطی از آب و یخ قرار می‌گیرد.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۷۲- گزینه «۱»

(غلامرضا ممی)

به کمک رابطه کلین برحسب درجه سلسیوس، داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_2 + 273}{\theta_1 + 273} \xrightarrow{\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}, \theta_2 = 3\theta_1} \frac{3}{2} = \frac{3\theta_1 + 273}{\theta_1 + 273} \Rightarrow \theta_1 = 91^\circ\text{C}$$

این دما برحسب درجه فارنهایت برابر است با:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = 91^\circ\text{C}} F = \frac{9}{5} \times 91 + 32 = 195 / 8^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۷۳- گزینه «۲»

(سعید طاهری بروینی)

چون این مقیاس رفتار خطی دارد، می‌توانیم معادله این خط را بیابیم. از

برای نمایش درجه سلسیوس و از X برای مقیاس جدید استفاده می‌کنیم:

$$\theta = ax + b$$

با جای گذاری داده‌های مسئله می‌توانیم مقادیر a و b را به دست آوریم.

$$\left. \begin{aligned} 10 &= 16a + b \\ 40 &= 40a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1/25, b = -10 \Rightarrow \theta = 1/25x - 10$$

حال برای یافتن نقطه ذوب یخ به جای θ ، صفر قرار می‌دهیم.

$$0 = 1/25x - 10 \Rightarrow x = 8$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۷۴- گزینه «۲»

(سیدجلال میری)

در شکل (۱) با کاهش دمای یکسان، توپ وارد حلقه می‌شود یعنی کاهش قطر توپ بیشتر است و بنابراین ضریب انبساط طولی A بیشتر است. در شکل (۲) با افزایش دمای یکسان، توپ از حلقه عبور می‌کند، پس افزایش قطر حلقه C بیشتر است. یعنی ضریب انبساط طولی بیشتری دارد. بنابراین:

$$\alpha_C > \alpha_A > \alpha_B$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۷۵- گزینه «۳»

(علی قائمی)

به دلیل تساوی $I_3 = I_1 + I_2$ در هر لحظه، مجموع تغییرات طولی میله‌ها نیز به همان ترتیب برقرار می‌باشد.

$$\Delta I_3 = \Delta I_1 + \Delta I_2$$

با جای گذاری هریک از مقادیر و استفاده از رابطه $\Delta l = \alpha l \Delta \theta$ داریم:

$$\alpha_3 I_3 \Delta \theta = \alpha_1 I_1 \Delta \theta + \alpha_2 I_2 \Delta \theta \\ \Rightarrow \alpha_3 I_3 = \alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_2$$

$$\text{با استفاده از } I_2 = \frac{2}{3} I_3 \text{ و } I_1 = \frac{1}{3} I_3 \text{ داریم:}$$

$$\alpha_3 I_3 = \alpha_1 \times \frac{1}{3} I_3 + \alpha_2 \times \frac{2}{3} I_3 \Rightarrow \alpha_3 = \frac{1}{3} \alpha_1 + \frac{2}{3} \alpha_2$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

گزینه ۴» -۷۶

(مسیر مفرومی)

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = \alpha V_1 \Delta \theta = 3 \times 17 \times 10^{-6} \times 300 \times 50 = 0.255 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} + \Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{واقعی مایع}}$$

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = 2 \text{ cm}^3 \rightarrow$$

$$\Delta V_{\text{واقعی مایع}} = 2 + 0.255 = 2.255 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

گزینه ۲» -۷۷

(فسرو ارغوانی فرد)

اگر رابطه $\rho_T = \rho_1(1 - \beta \Delta T)$ را به کار ببریم، داریم:

$$\rho_T \approx 879 \times (1 - 10^{-3} \times 100) \approx 791 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه ۴» -۷۸

(عبدالرضا امینی نسب)

به کمک رابطه گرما، تغییرات دمای ۲ kg آب را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$Q = 16 / 8 \text{ kJ} = 16800 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 16800 = 2 \times 4200 \times \Delta\theta$$

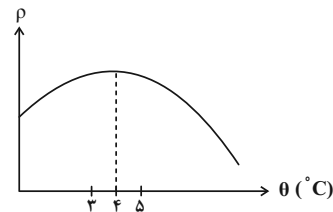
$$\Delta\theta = 2^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta\theta = \theta_T - \theta_1$$

$$\Rightarrow 2 = \theta_T - 3 \Rightarrow \theta_T = 5^\circ\text{C}$$

دمای آب از ۳°C به ۵°C می‌رسد، چون در دمای ۴°C حجم آب

کمترین مقدار را دارد، پس چگالی آب در ۴°C بیشترین مقدار را دارد، در

نتیجه چگالی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۵ تا ۹۹)

گزینه ۳» -۷۹

(زهره آقاممیری)

ابتدا با استفاده از رابطه گرما نسبت تغییر دمای دو جسم را به دست

می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{1}{5} \times 2 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = 2.5$$

سپس با استفاده از رابطه انبساط حجمی، نسبت تغییر حجم کردها را محاسبه

می‌کنیم.

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{\beta_A}{\beta_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{V_A = V_B}{\beta_A = 2\beta_B} \rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 2 \times 2.5 = 5$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۹)

گزینه ۳» -۸۰

(سعید شرق)

انرژی الکتریکی مصرفی در هر ثانیه

$$P = 1000 \text{ W}$$

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow 1000 = \frac{U}{t} \Rightarrow 1000 = \frac{U}{1} \Rightarrow U = 1000 \text{ J}$$

انرژی گرمایی که در هر ثانیه به جسم داده شده است.

$$\frac{\text{انرژی گرمایی}}{\text{انرژی مصرفی}} = \frac{90}{100} = \frac{Q}{1000} \Rightarrow Q = 900 \text{ J}$$

$$Q = 900 \times 4 \times 60 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 900 \times 4 \times 60 = m \times 200 \times 15 \Rightarrow m = 72 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

فیزیک ۲

گزینه ۳» ۸۱-

(زهره آقاممدری)

توان تلف شده در باتری RI^2 و توان مصرفی در مقاومت R برابر با RI^2 است. پس داریم:

$$\frac{rI^2}{RI^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow R = 4r$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{10}{5r}$$

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir = 10 - \frac{10}{5r} \times r = 8V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

گزینه ۴» ۸۲-

(مسعود قره‌قانی)

وقتی توان مصرفی کل مدار در دو حالت یکسان است، می‌توان اثبات کرد:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{2 \times 8} = 4\Omega$$

جریان‌ها را در هر دو حالت حساب کرده و سپس نسبت توان‌های مصرفی باتری در دو حالت را به‌دست می‌آوریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{24}{8 + 4} = 2A \Rightarrow \frac{rI_1^2}{rI_2^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

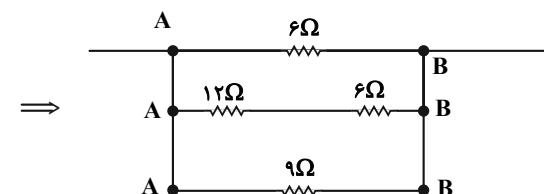
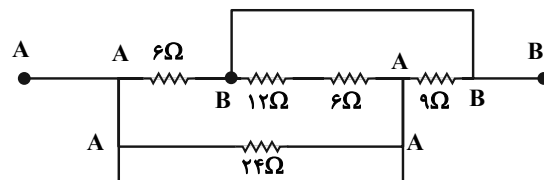
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} = \frac{24}{2 + 4} = 4A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

گزینه ۳» ۸۳-

(مهمدری راست‌پیمان)

با حروف گذاری متوجه می‌شویم که مقاومت ۲۴ اهمی اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.



$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12+9} = \frac{3+1+2}{18}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{18}{6} = 3\Omega$$

چون اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B، $V_A - V_B = 12V$ است. پس:

$$P = \frac{(V_A - V_B)^2}{R_{eq}} = \frac{12^2}{3} = 48W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

گزینه ۲» ۸۴-

(مسن قنبرلر)

در مدارهای الکتریکی، اگر مقاومت خارجی معادل برابر با مقاومت داخلی مولد باشد، توان خروجی مولد، بیشینه می‌شود.

اگر کلیدهای k_1 و k_4 بسته شوند، آنگاه سه مقاومت 3Ω ، 6Ω و 3Ω در مدار به صورت موازی قرار می‌گیرند.

$$\frac{1}{R_{\text{معادل خارجی}}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow R_{\text{معادل خارجی}} = \frac{6}{5} = 1.2\Omega$$

پس در این حالت $r = R_{\text{معادل خارجی}}$ می‌شود.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

گزینه ۱» ۸۵-

(فسرو ارغوانی فرد)

ابتدا توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

$$P = VI = 220 \times 10 = 2200W = 2.2kW$$

مصرف برق ماهیانه برابر خواهد بود با:

$$U = P.t = 2.2 \times 30 \times 24 = 1296kWh$$

هزینه برق ماهانه برابر است:

$$330 \times 1000 = 330000 \text{ تومان}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

گزینه ۱» ۸۶-

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم هرگاه مقاومتی به‌صورت موازی به مدار اضافه گردد، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_T \uparrow = \frac{V}{R_{eq} \downarrow} \Rightarrow V = R_{\text{ثابت}} I_T \uparrow$$

جریان با مقاومت نسبت عکس دارد یعنی جریان افزایش می‌یابد، طبق رابطه قانون اهم عدد ولت‌سنج نیز افزایش می‌یابد.

نور لامپ متناسب با جریان عبوری از لامپ می‌باشد، بنابراین نور لامپ (۱) افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

به منظور آن که افزایش نسبی جریان برابر $\frac{1}{80} = 0.0125\%$ باشد باید داشته باشیم:

$$\frac{I_{n+1} - I_n}{I_n} = \frac{I_{n+1}}{I_n} - 1 = \frac{n+2}{n} - 1 = \frac{1}{80} \Rightarrow n = 8$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۸۹- گزینه «۴» (زهره آقاممدری)

توان الکتریکی از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست می‌آید. کمترین توان مربوط به حالتی است که R بیشترین مقدار ممکن یعنی 968Ω را دارد.

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} = \frac{(220)^2}{968} = 50W$$

بیشترین توان مربوط به حالتی است که R کمترین مقدار را دارد. این در حالتی است که هر دو کلید بسته باشند. چون در به هم بستن موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل کوچکتر از هر یک از مقاومت‌هاست.

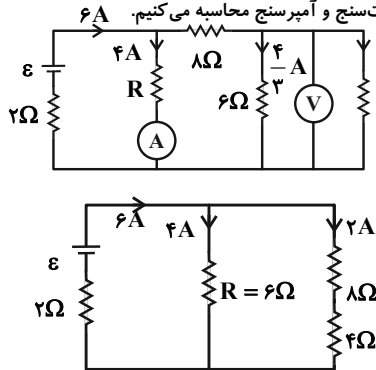
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{242} + \frac{1}{968} = \frac{5}{968} \Rightarrow R_{\min} = 193.6\Omega$$

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}} = \frac{(220)^2}{193.6} = 250W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

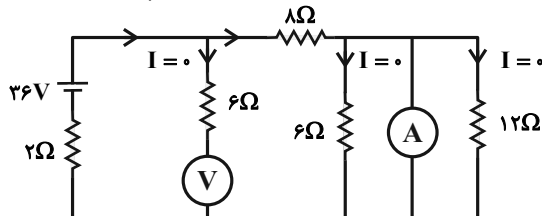
۹۰- گزینه «۴» (بیبا خورشید)

ابتدا \mathcal{E} و R را که در مدار مجهول هستند، می‌یابیم. جریان شاخه‌های مدار را به کمک ولت‌سنج و آمپرسنج محاسبه می‌کنیم.



$$I_t = 6A \Rightarrow 6 = \frac{\mathcal{E}}{2 + \left(\frac{6 \times 12}{6 + 12}\right)} \Rightarrow \mathcal{E} = 36V$$

حال جای آمپرسنج و ولت‌سنج را در مدار عوض می‌کنیم:



$$I = \frac{36}{2+8} = 3/6A$$

جریان آمپرسنج:

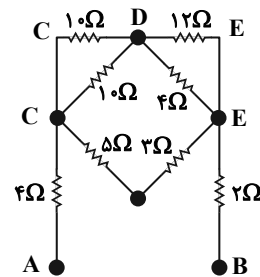
$$V = 36 - 2 \times 3/6 = 28/8V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

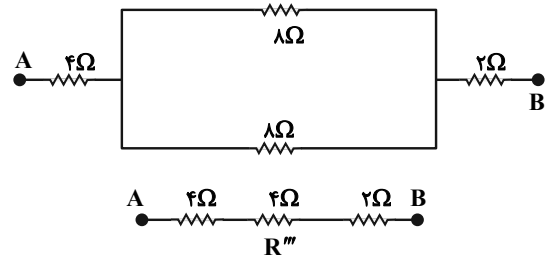
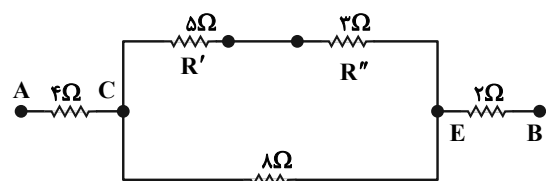
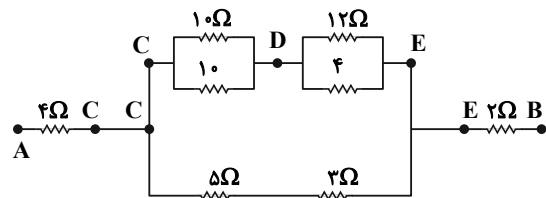
(عبدالرضا امینی نسب)

۸۷- گزینه «۲»

شکل مدار را به روش نقطه‌گذاری ساده می‌کنیم.



دو مقاومت 10Ω با هم موازی‌اند، همچنین دو مقاومت 12Ω و 4Ω بین دو نقطه D و E نیز موازی‌اند. دو مقاومت 5Ω و 3Ω بین دو نقطه C و E متوالی‌اند. بنابراین شکل ساده شده به صورت زیر رسم می‌شود.



$$R' = \frac{10}{2} = 5\Omega, R'' = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega, R''' = \frac{8}{2} = 4\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 4 + 4 + 2 = 10\Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(مسین ناصبی)

۸۸- گزینه «۳»

مقاومت معادل مدار در حالت اول برابر است با:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{n} = \frac{(n+1)R}{n}$$

$$I_n = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{n\mathcal{E}}{(n+1)R}$$

بنابراین جریان در باتری برابر خواهد بود با:

$$I_{n+1} = \frac{(n+1)\mathcal{E}}{(n+2)R}$$

در حالت دوم جریان برابر است با:

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۳»

(مصفی کیانی)

ابتدا دما را بر حسب درجه سلسیوس می یابیم. چون در یک دمای مشخص، عدد نشان داده شده توسط دماسنج سلسیوس ۸۰ واحد کمتر از دماسنج فارنهایت است، می توان نوشت:

$$\theta = F - 80 \Rightarrow F = \theta + 80$$

از طرف دیگر $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ است. بنابراین داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta + 80 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow 48 = \frac{9}{5}\theta - \theta \Rightarrow 48 = \frac{4}{5}\theta \Rightarrow \theta = 60^\circ\text{C}$$

اکنون می توان دما را بر حسب کلونین به دست آورد:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 60 + 273 = 333\text{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۳ و ۸۵)

۹۲- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

هر یک درجه در این تقسیم بندی، معادل $1/25^\circ\text{C}$ است. $\frac{100}{80} = 1/25$ در نتیجه ۱۶ واحد معادل $16 \times 1/25 = 20^\circ\text{C}$ خواهد شد. با توجه به رابطه بین دماسنج سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۳ و ۸۵)

۹۳- گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

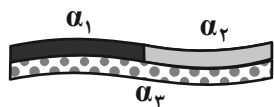
چون $\alpha_3 < \alpha_2$ است، با کاهش دما داریم:



و چون $\alpha_3 < \alpha_2$ است، با کاهش دما داریم:



و در مجموع:



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۹۲)

۹۴- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

برای آنکه اختلاف طول دو میله در هر دمایی ثابت باشد، باید تغییر طول یکسانی داشته باشند، یعنی:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \Rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta \theta = \alpha_2 L_2 \Delta \theta \Rightarrow \alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$$

$$L_1 = 2L_2 \Rightarrow L_1 = 2 \times 3\text{m} = 6\text{m}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۸۹)

۹۵- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

ضریب انبساط حجمی، ۳ برابر ضریب انبساط طولی می باشد. ابتدا ضریب انبساط طولی را محاسبه می کنیم.

$$\Delta A = A_1(1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow \Delta A = \alpha A_1 \Delta \theta$$

$$\Rightarrow 801 - 800 = \alpha \times 800 \times 50 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{80000} \text{K}^{-1}$$

پس ضریب انبساط حجمی برابر خواهد بود:

$$\beta = 3\alpha = \frac{3}{80000} = 3.75 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۹۶- گزینه «۲»

(غلامرضا مهبی)

$$\Delta V = V_1(\beta - \alpha)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta V = 2 \times 10^{-3} \times (6 \times 10^{-5} - 3 \times 10^{-5}) \times 100$$

$$\Rightarrow \Delta V = 4 / \text{cm}^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

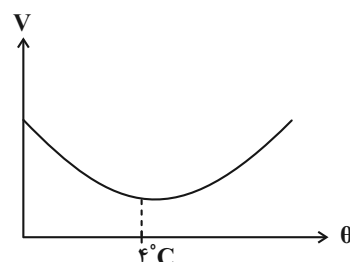
۹۷- گزینه «۲»

(امیرحسین مجوزی)

با افزایش دمای آب از صفر تا چهار درجهٔ سلسیوس، حجم آب کاهش و با

افزایش دما از 4°C تا 10°C حجم آب افزایش می‌یابد، شکل زیر را

مشاهده کنید.



بنابراین چون مساحت کف ظرف به دلیل ناچیز بودن ضریب انبساط طولی

ظرف ثابت می‌ماند، می‌توان گفت ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش

می‌یابد.

اما افزایش دما، جرم ماده را تغییر نمی‌دهد. اگر چه ارتفاع مایع تغییر می‌کند

اما فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند. چون فشار وارد شده بر کف ظرف

به خاطر وزن ستون مایع بالای آن است.

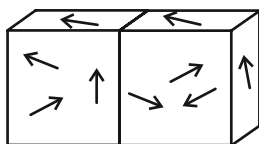
(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه ۹۵)

۹۸- گزینه «۴»

(حسین مفرومی)

با توجه به شکل کتاب درسی، بعد از تماس دو جسم با یکدیگر، انرژی از

جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود و دمای دو جسم یکسان می‌شود.



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه ۹۶)

۹۹- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

چون آهنگ گرما دادن ثابت است، می‌توان نوشت:

$$P.t = Q \Rightarrow P.t = C\Delta\theta$$

که در آن C ظرفیت گرمایی جسم است.

$$1200 \times \frac{1260}{60} = C \times (28 - (-17)) \Rightarrow C = 560 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۱۰۰- گزینه «۲»

(سعید شرق)

$$P_1 = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{m_1 c_1 \Delta\theta_1}{20 \times 60} = \frac{4 \times 4200 \times 75}{20 \times 60}$$

$$P_2 = \frac{Q_2}{t_2} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{t_2} = \frac{9 \times 4200 \times 25}{t_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{m_1 c_1 \Delta\theta_1} \times \frac{t_1}{t_2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{9 \times 4200 \times 25}{4 \times 4200 \times 75} \times \frac{20 \times 60}{t_2}$$

$$\Rightarrow t_2 = 90\text{s} = 1.5 \text{ min}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(علی طرفی)

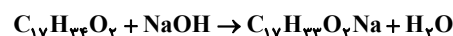
همه عبارت‌ها درست می‌باشند.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۰۲- گزینه «۱»

(پیمان فولادی‌مهر)

فرمول اسید چرب $C_{17}H_{33}O_2$ است.



در محلول NaOH داریم:

$$[H^+] = 10^{-12/7} = 2 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای محاسبه جرم اسید چرب داریم:

$$\frac{5 \times 10^{-2} \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L}} \times 0.025 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol اسید چرب}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{270 \text{ g اسید چرب}}{1 \text{ mol اسید چرب}} = 3 / 375 \text{ g اسید چرب}$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

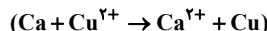
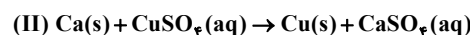
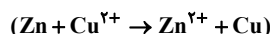
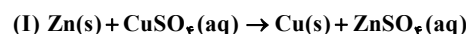
۱۰۳- گزینه «۲»

(امیر شاتمیان)

موارد «الف» و «پ» تغییر نمی‌کند.

بررسی شباهت:

(الف)



در هر دو واکنش ۲ مول e^- بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود در نتیجه شمار الکترون‌های داد و ستد شده تغییر نمی‌کند.

ب) چون قدرت کاهندگی کلسیم بیشتر از روی است؛ در نتیجه سرعت واکنش بیشتر شده و دمای مخلوط پس از گذشت مدت زمانی از واکنش کلسیم بیشتر از واکنش روی افزایش می‌یابد.

پ) در هر دو واکنش مقدار کافی از فلزهای Zn و Ca وجود دارد و با توجه به حجم ۴۰۰ میلی‌لیتر و غلظت ۲ مولار مس (II) سولفات، چون نسبت مولی Cu^{2+} به Cu در هر دو واکنش برابر یک است در نتیجه جرم فلز مس تولید شده در فراورده برای هر ۲ واکنش یکسان است.

ت) چون قدرت کاهندگی Ca بیشتر از Zn است؛ در نتیجه آهنگ تغییر رنگ محلول افزایش می‌یابد.

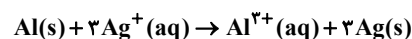
ث) چون واکنش‌پذیری Ca بیشتر از Zn است؛ پس گرمای آزاد شده بیشتر می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۰۴- گزینه «۳»

(امیر شاتمیان)

معادله واکنش موازنه شده:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.04 \text{ L} \times 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.08 \text{ mol}$$

مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش و نصف شدن غلظت آن:

$$? \text{ mol Ag}^+ = \frac{0.08}{2} = 0.04 \text{ mol}$$

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0.08 - 0.04 = 0.04 \text{ mol}$$

$$\text{Al} \Rightarrow ? \text{ g Al} = 0.04 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+} \times 27 \frac{\text{g Al}}{\text{mol Al}} = 0.36 \text{ g Al}$$

$$\times \frac{10 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 4 / 32 \text{ g Ag}$$

$$\text{Ag} \Rightarrow ? \text{ g Ag} = 0.04 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+} = 0.12 \text{ g Ag}$$

$$\times \frac{10 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 4 / 32 \text{ g Ag}$$

$$(\text{جرم Ag تولید شده}) + \text{جرم Al مصرفی} - \text{جرم اولیه} = \text{جرم تیغه}$$

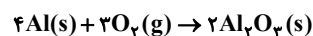
$$= 25 - 0.36 + \frac{75}{100} (4 / 32) = 27 / 88 \text{ g}$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۰۵- گزینه «۲»

(محمدرضا پورجاویر)

واکنش انجام شده عبارت است از:



در این واکنش Al اکسید شده (کاهنده) و شعاع آن پس از تبدیل شدن به یون Al^{3+} کاهش می‌یابد.

O_2 نیز با دریافت الکترون کاهش یافته (اکسند) و شعاع آن پس از تبدیل شدن به یون O^{2-} افزایش می‌یابد.

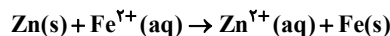
از طرفی در این واکنش برای تشکیل هر مول Al_2O_3 دو مول Al مصرف می‌شود. از آنجا که مصرف هر مول Al با مبادله ۳ مول الکترون همراه است، با تشکیل یک مول Al_2O_3 در مجموع ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

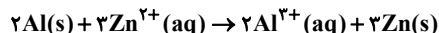
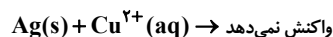
۱۰۶- گزینه «۲»

(ممد رضا پور جاوید)

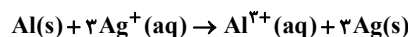
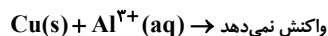
واکنش‌های مورد نظر عبارتند از:



۶۵ گرم از جرم تیغه کم شده و ۵۶ گرم به جرم آن افزوده می‌شود. (کاهش جرم تیغه)



۲۷ گرم از جرم تیغه کم شده و ۳۶ گرم به جرم آن افزوده می‌شود (افزایش جرم تیغه)



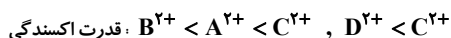
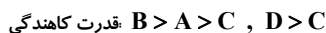
۲۷ گرم از جرم تیغه کم شده و ۳۱۰۸ گرم به جرم آن افزوده می‌شود (افزایش جرم تیغه)

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۰۷- گزینه «۲»

(ممد رضا پور جاوید)

با توجه به واکنش‌های داده شده می‌توان نتیجه گرفت:

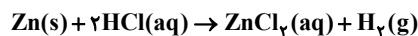


از آنجا که امکان مقایسه قدرت کاهندگی A و D (و قدرت اکسندگی A^{2+} و D^{2+}) با استفاده از اطلاعات داده شده وجود ندارد، عبارت‌های چهارم و پنجم را نمی‌توان به طور قطعی درست (یا نادرست) در نظر گرفت.

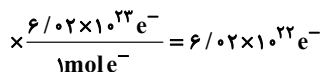
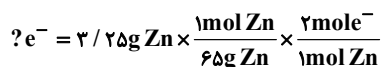
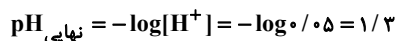
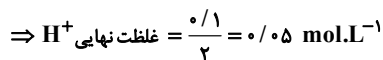
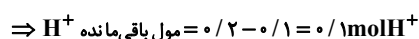
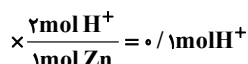
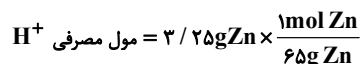
(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۰۸- گزینه «۴»

(ممد رضا پور جاوید)



$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0 / 1 = \frac{n}{2} \Rightarrow n_{\text{HCl}} = 0 / 2 \text{ mol}$$



(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی و آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹ و ۳۰)

۱۰۹- گزینه «۳»

(ممد رضا پور جاوید)

عبارت اول نادرست است. بار گونه کاهنده افزایش می‌یابد به عنوان مثال در نیم‌واکنش $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2e^-$ به صفر در گونه Cl_2 رسیده و افزایش یافته است. اما قدر مطلق آن (+۱) با رسیدن به صفر، کاهش یافته است.

عبارت دوم درست است.

عبارت سوم نادرست است. بخشی از انرژی ذخیره شده در فلزات را می‌توان آزاد کرد.

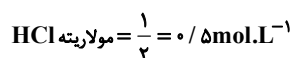
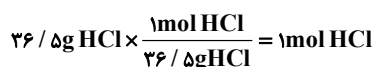
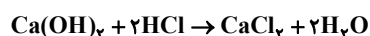
عبارت چهارم نادرست است. مس با اکسیژن واکنش می‌دهد و اکسید می‌شود.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

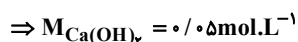
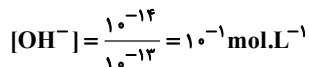
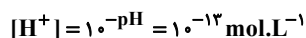
۱۱۰- گزینه «۴»

(هدی بهاری پور)

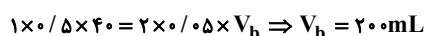
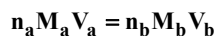
مرحله اول: بدست آوردن مولاریته HCl



مرحله دوم بدست آوردن مولاریته Ca(OH)_2



مرحله سوم بدست آوردن میلی لیتر Ca(OH)_2



(شیمی ۳، مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)



شیمی ۱

۱۱۱ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

سه مورد درست است.

بررسی موارد نادرست:

اسکاندیم برمید: ScBr_3

مس (I) سولفید: Cu_2S

نیکل (III) سولفات: $\text{Ni}_2(\text{SO}_4)_3$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱۱۲ - گزینه «۲»

(پیمان خواجوی مهر)

یون‌های باریم (Ba^{2+}) با یون سولفات و یون‌های کلرید (Cl^-) با یون

نقره رسوب می‌کنند. تنها در گزینه «۲» این دو یون وجود دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۳ - گزینه «۴»

(پیمان خواجوی مهر)

$$\frac{\text{جرم محلول دوم} \times \text{درصد جرمی محلول دوم} + \text{جرم محلول اول} \times \text{درصد جرمی محلول اول}}{\text{جرم محلول دوم} + \text{جرم محلول اول}} = \text{درصد جرمی نهایی}$$

$$54 = \frac{(40 \times 100) + (60 \times x)}{100 + x} \Rightarrow x \approx 233 / 3g$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۱۴ - گزینه «۱»

(محمدرضا پورجاوید)

اگر حجم محلول از ۰/۵ لیتر به ۵ لیتر برسد (یعنی ۱۰ برابر شود) غلظت آن

۰/۱ برابر خواهد شد. بنابراین محلول حاصل ۰/۰۲ مولار است. مقدار یون

Na^+ موجود در نیمی از این محلول (یعنی ۲/۵ لیتر) به صورت زیر محاسبه

می‌شود:

$$\frac{2}{5} \text{ L محلول} \times \frac{0.02 \text{ mol NaNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaNO}_3}$$

$$\times \frac{23g \text{ Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} \times \frac{1000 \text{ mg Na}^+}{1g \text{ Na}^+} = 1150 \text{ mg Na}^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۱۵ - گزینه «۳»

(عمید زینی)

عبارت اول نادرست است. غلظت یون سولفات در آب دریا بیشتر از سایر

یون‌های چند اتمی است.

عبارت دوم نادرست است. از انحلال هر مول آمونیوم سولفات

$((\text{NH}_4)_2\text{SO}_4)$ در آب، ۳ مول یون آزاد می‌شود.

عبارت سوم نادرست است. ۹۷ درصد آب‌های موجود در آب کره، منابع

اقیانوسی هستند و ۳ درصد باقیمانده شامل آب شور دریاچه‌ها نیز می‌شود.

عبارت چهارم درست است. برخی یون‌ها مانند یون فلوئورید را در تصفیه‌خانه

به آب اضافه می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳)

۱۱۶ - گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

$$? \text{ mL HCl} = 30g \text{ CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100g \text{ CaCO}_3} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{36 / 5g \text{ HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{100g \text{ محلول}}{36 / 5g \text{ HCl}} \times \frac{1 \text{ mL HCl محلول}}{1 / 2g \text{ محلول}} = 50 \text{ mL HCl محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ تا ۱۰۰)



۱۱۷- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

(آ) نادرست است. آنیون کلرید بیشترین درصد جرمی را دارد.

(ب) نادرست است. خواص محلول‌ها به غلظت (شمار ذره‌ها در واحد حجم محلول) بستگی دارد و مستقل از وزن آن‌ها است.

(پ) درست است.



$$\Rightarrow \frac{9}{3} = 3 = \text{نسبت خواسته شده}$$

(ت) درست است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۷، ۹۱ تا ۹۵)

۱۱۸- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

جمله اول طبق متن کتاب درست است.

جمله دوم درست است.

جمله سوم درست است.

جمله چهارم نادرست است. کار کردن با حجم مایع در آزمایشگاه آسانتر از

کار کردن با جرم آن است.

جمله پنجم نادرست است. درصد وزنی همان درصد جرمی حل‌شونده در محلول است.

$$\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{19 \text{ g}}{1000 \text{ g}} \times 100 = 1.9\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۶ و ۹۸)

۱۱۹- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

ابتدا محاسبه شمار مول یون‌ها در محلول باریوم کلرید

$$\text{یون } \text{Na}^+ = 28 / 23 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol Na}^+} \\ \times \frac{1 \text{ mol BaCl}_2}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{3 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol BaCl}_2} = 1.875 \text{ mol یون}$$

$$\text{غلظت مولی یون‌ها} = \frac{n}{V} = \frac{1.875 \text{ mol}}{1.25 \text{ L}} = 1.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۰، ۹۶ و ۹۹)

۱۲۰- گزینه «۳»

(عمیر زینی)

گزینه «۱» نادرست است. حل‌شونده جزئی از محلول است که مول یا تعداد ذرات کمتری دارد.

گزینه «۲» نادرست است. اگر ۰/۹ حجم محلول تبخیر شود، حجم محلول ۰/۱ برابر در نتیجه غلظت نمک ده برابر می‌شود.

گزینه «۳» درست است.

$$90 \frac{\text{mg}}{\text{dL}} \Rightarrow \begin{cases} 0.09 \text{ g گلوکز} \\ 0.1 \text{ L خون} \end{cases}$$

$$\text{غلظت مولی گلوکز} = \frac{m}{V} = \frac{0.09}{0.1} = 0.9 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۴» نادرست است. منیزیم محلول را ابتدا به صورت منیزیم

هیدروکسید رسوب می‌دهند و ... (دقت کنید روش تبلور یعنی حلال را تبخیر

کنیم تا حل‌شونده‌ها ته ظرف رسوب کنند).

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۸ و ۹۹)

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست: فتوسنتز یک فرایند گرماگیر است و علامت ΔH در واکنش

شیمیایی فتوسنتز مثبت است.

ب) نادرست: آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش

تجربی به دست آورد.

پ) درست

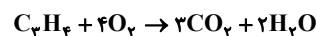
ت) نادرست: تغییر آنتالپی هر واکنش در فشار ثابت، برابر مقدار گرمایی

است که سامانه واکنش با محیط داد و ستد می‌کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۶، ۶۷، ۷۲ و ۷۴)

۱۲۲- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)



$$\Delta H = \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{4 \text{ g } C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{48 \text{ kJ}}{1 \text{ g } C_3H_8} = 64 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = \frac{1 \text{ mol } Cu_2O}{1 \text{ mol } Cu_2O} \times \frac{144 \text{ g } Cu_2O}{1 \text{ mol } Cu_2O} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 144 \text{ kg } Cu_2O$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۷۱)

۱۲۳- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

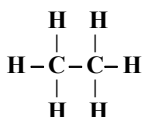
$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 50 \times 4 / 2 \times (32 / 1 - 25) = 140 \text{ kJ}$$

$$\frac{? \text{ kJ}}{\text{mol}} = \frac{1 / 49 \text{ kJ}}{2 \text{ g}} \times \frac{111 \text{ g } CaCl_2}{1 \text{ mol } CaCl_2} \approx 82 / 2 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

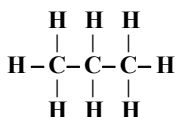
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۷۲)

۱۲۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



اتان



پروپان

اگر آنتالپی پیوند $C-H$ و $C-C$ را به ترتیب x و y کیلوژول برمول در

نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} -2x + 6y = 2820 \\ 2x + 8y = 3992 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 12y = -5640 \\ 2x + 8y = 3992 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 348 \\ y = 412 \end{cases} \Rightarrow y - x = 412 - 348 = 64 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۲۵- گزینه «۴»

(پیمان فوازی‌میر)

فرض می‌کنیم x درصد این ماده غذایی را پروتئین و $20 - x$ درصد دیگر

را چربی تشکیل می‌دهد.

$$18 / 45 = \left(\frac{70}{100} \times 17 \right) + \left(\frac{x}{100} \times 17 \right) + \left(\frac{20-x}{100} \times 38 \right) \Rightarrow x = 5$$

پس ۵ درصد این ماده غذایی را پروتئین و ۱۵ درصد آن را چربی تشکیل

می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۲۶- گزینه «۳»

(مهمبرضا پورجاوید)

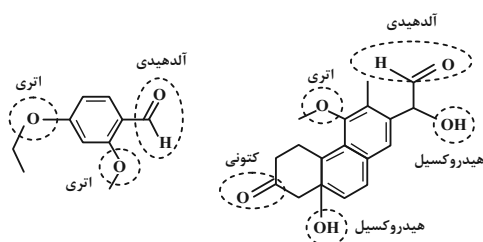
در یک واکنش گرماگیر، هر قدر حالت فیزیکی واکنش دهنده‌ها به حالت گازی نزدیک‌تر باشد، اختلاف سطح انرژی آن‌ها با فراورده‌ها کاهش یافته و ΔH واکنش کمتر می‌شود. در صورتی که حالت فیزیکی فراورده‌ها به حالت گازی نزدیک‌تر باشد، اختلاف سطح انرژی آن‌ها با واکنش دهنده‌ها افزایش یافته و ΔH واکنش بیشتر خواهد شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۲۷- گزینه «۳»

(مهمبرضا پورجاوید)

گروه‌های عاملی موجود در ترکیب‌های داده شده عبارتند از:



بنابراین به غیر از مورد سوم، بقیه موارد درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- گزینه «۳»

(مهمبرضا پورجاوید)

با توجه به معادله‌های داده شده، ΔH همه واکنش‌ها منفی است. برای تعیین

ΔH واکنش خواسته شده، کافی است واکنش سوم در $-\frac{1}{2}$ ، واکنش اول

در $\frac{1}{2}$ و واکنش دوم در ۳ ضرب شود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -\frac{1}{2}(-1376) + \frac{1}{2}(-490) + 3(-184) = -109 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۲۹- گزینه «۳»

(عمید زینی)

عبارت اول درست است.

عبارت دوم درست است. شکستن پیوند یک فرایند گرماگیر است.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. در میان منابع انرژی بدن، فقط کربوهیدرات‌ها

به گلوکز (قند خون) شکسته می‌شوند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۷۵)

۱۳۰- گزینه «۳»

(پیمان فوازی‌مهر)

به دلیل تعداد زیاد گروه هیدروکسیل، بر اثر حل کردن این ماده در آب،

مولکول‌های این ماده با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

فرمول مولکولی این ماده $\text{C}_6\text{H}_{14}\text{O}_6$ و فرمول مولکولی گلوکز

$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ است. پس اختلاف جرم مولی آن‌ها به اندازه جرم ۲ اتم

هیدروژن است.

هر مولکول از این ترکیب دارای ۲۵ پیوند کووالانسی است.

فرمول مولکولی ۲- هپتانول به صورت $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$ است که شمار اتم‌های

هیدروژن آن با تعداد هیدروژن سوربیتول برابر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۳»

(علی طرفی)

$$M = \frac{10ad}{M_w} = \frac{10 \times 36 / 5 \times 1 / 2}{36 / 5} = 12 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۳۲- گزینه «۱»

(علی طرفی)

یون هیدروکسید OH^-

یون کربنات CO_3^{2-}

یون فسفات PO_4^{3-}

$$-6 = (-1) + (-2) + (-3) : \text{جمع جبری بارها}$$

$$8 = 1 + 3 + 4 : \text{مجموع اکسیژن‌های یونها}$$

$$2 = -6 + 8 : \text{مجموع بارها و اکسیژن‌ها}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۹۱ و ۹۲)

۱۳۳- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

$$? \text{ kg کلر} = 70 \cdot \text{m}^3 \text{ آب} \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ kg Cl}_2}{10^6 \text{ kg}}$$

$$\times \frac{10 \cdot \text{kg Cl}_2}{0.7 \text{ kg Cl}_2} = 100 \cdot \text{kg کلر}$$

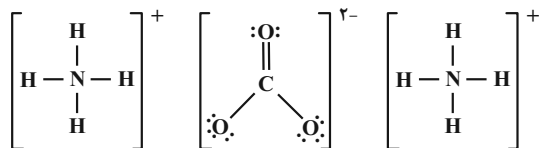
(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۱۳۴- گزینه «۱»

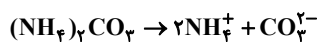
(پیمان خواجوی‌میر)

فقط عبارت چهارم صحیح است.

* در هر واحد فرمولی $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ، ۱۲ پیوند کووالانسی وجود دارد.



بر اثر حل کردن هر مول آمونیوم کربنات در آب، سه مول یون تولید می‌شود.



نسبت شمار عنصرها به اتم‌ها در آمونیوم کربنات $\frac{4}{14}$ یا $\frac{2}{7}$ است.

$(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ یک ترکیب چهارتایی و NH_4NO_3 یک ترکیب سه

تایی محسوب می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۹۱ و ۹۲)

۱۳۵- گزینه «۱»

(محمدرضا پورفایز)

علت آبی دیده شدن زمین از فضا این است که ۷۵ درصد از سطح (و نه جرم!) آن توسط آب پوشیده شده است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۱۵ تا ۹۰)

۱۳۶- گزینه «۴»

(محمدرضا پورفایز)

ابتدا جرم Na^+ موجود در محلول اولیه را به دست می‌آوریم.

$$10 \text{ mL محلول} \times \frac{1/5 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{71 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4} \\ \times \frac{2 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{23 \text{ g Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} = 3/45 \text{ g Na}^+$$

حال با توجه به تعریف ppm می‌توان نوشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی‌گرم حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{3/45 \times 10^3 \text{ mg Na}^+}{0.6 \text{ L}} = 575 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۱۳۷- گزینه «۲»

(علی طرفی)

عبارت‌های نادرست موارد «ب» و «ت» می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) سالانه میلیون‌ها تن نمک سدیم کلرید به روش تبلور از آب دریا جدا می‌شود.

(ت) آب آشامیدنی مخلوطی همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های

گوناگون است.

(شیمی ۱-آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۸۸، ۹۰ و ۹۷)

۱۳۸- گزینه «۲»

(علی طرفی)

برای شناسایی یون‌های کلرید، کلسیم و باریوم در یک محلول به ترتیب می‌توان از

محلول‌های نقره نیترات، سدیم فسفات و سدیم سولفات استفاده کرد.

(شیمی ۱-آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۹- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

یک لیتر محلول را مبنای نظر می‌گیریم:

$$\text{ppm MgCl}_2 = \frac{\text{جرم MgCl}_2 \text{ حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$9/5 = \frac{x}{10^3} \times 10^6 \Rightarrow x = 9/5 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$$9/5 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{95 \text{ g MgCl}_2} = 10^{-4} \text{ mol MgCl}_2$$

غلظت مولی Cl^- برابر است با:

$$10^{-4} \text{ mol MgCl}_2 \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol Cl}^-$$

$$M = \frac{\text{mol Cl}^-}{\text{لیتر محلول}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{1} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

درصد جرمی Cl^- برابر است با:

$$2 \times 10^{-4} \text{ mol Cl}^- \times \frac{35/5 \text{ g Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} = 71 \times 10^{-4} \text{ g Cl}^-$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم Cl}^-}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$= \frac{71 \times 10^{-4}}{1000} \times 100 = 7/1 \times 10^{-4} \%$$

درصد جرمی Mg^{2+} برابر است با:

$$10^{-4} \text{ mol MgCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}}$$

$$= 24 \times 10^{-4} \text{ g Mg}^{2+}$$

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم Mg}^{2+}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$= \frac{24 \times 10^{-4}}{1000} \times 100 = 2/4 \times 10^{-4} \%$$

غلظت ppm یون Mg^{2+} برابر است با:

$$\text{ppm} = a \times 10^4 = 2/4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 2/4$$

(شیمی ۱-آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱۴۰- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$? \text{ g H}_2\text{SO}_4 = 500 \text{ mg CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}$$

$$= 0/49 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

$$M = \frac{0/49}{0/05 \text{ L}} = 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱-آب، آهنک زنگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

مقدار آهنگ تغییر متوسط را به دست می آوریم:

$$\text{مقدار آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(9) - f(4)}{9 - 4} = \frac{12 - 6}{5} = \frac{6}{5}$$

از طرفی آهنگ تغییر لحظه‌ای در یک نقطه مانند a برابر $f'(a)$ است.

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{25}{4}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۲- گزینه «۴»

(شهرام ولایی)

تابع در $x = 0$ مشتق پذیر است. پس در این نقطه پیوسته است و مشتق چپ و راست با هم برابرند:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Rightarrow 2 + a = b \quad (1)$$

$$f'_+(0) = f'_-(0) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{0+1}} = 2(0) - b \Rightarrow b = -1 \xrightarrow{(1)} a = -3$$

$$f'(ab) = f'(3) \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۳- گزینه «۴»

(علی اصغر شریفی)

با توجه به ضابطه تابع، مشخص است که $x = -1$ و $x = 1$ نقاط بحرانی تابع f هستند. برای بررسی دقیق‌تر باید ضابطه تابع را بازنویسی کنیم و از آن مشتق بگیریم:

$$f(x) = \pm(x-1)\sqrt[3]{(x-1)(x+1)} = \pm(x-1)^{\frac{4}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \pm \left(\frac{4}{3}(x-1)^{\frac{1}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{4}{3}}(x+1)^{-\frac{2}{3}} \right)$$

$$= \pm \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{1}{3}}(x+1)^{-\frac{2}{3}} (4(x+1) + (x-1)) = \pm \frac{(5x+3)\sqrt[3]{x-1}}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

بنابراین تابع در $x = -1$ مشتق ندارد و مشتق آن در $x = 1$ و $x = -\frac{3}{5}$

صفر می‌شود، پس مجموعه طول نقاط بحرانی آن عبارتند از $\left\{1, -1, -\frac{3}{5}\right\}$.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه ۱۱۷)

۱۴۴- گزینه «۳»

(سیار داوطلب)

ابتدا به دامنه تابع توجه می‌کنیم ($D_f = \mathbb{R}$) سپس مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{5}{3}-1} - \frac{1}{3}x^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x^5} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}}\right)$$

مشتق تابع در ریشه‌های صورت صفر و

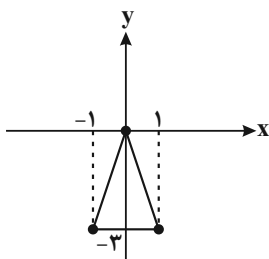
در ریشه‌های مخرج تعریف نشده است.

پس این نقاط بحرانی هستند.

یعنی $x = \pm 1, 0$ طول سه نقطه بحرانی

این تابع هستند. مقدار $f(x)$ به ازای

طول این نقاط:



$$\begin{cases} f(-1) = -3 \\ f(0) = 0 \\ f(1) = -3 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه ۱۱۷)

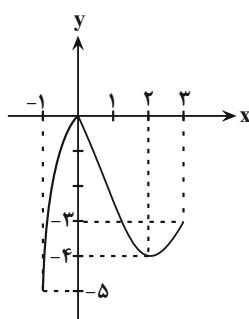
۱۴۵- گزینه «۲»

(مهمربن سلامی فسینی)

ابتدا ضابطه تابع را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$y = (x-4)|x| = \begin{cases} x^2 - 4x & ; x \geq 0 \\ 4x - x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

حال نمودار تابع را در بازه $[-1, 3]$ رسم می‌کنیم:



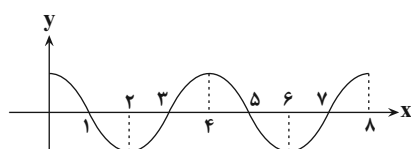
همان‌طور که مشخص است، کم‌ترین مقدار تابع برابر -5 است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۱۴۶- گزینه «۱»

(یغما کلانتریان)

ابتدا نمودار تابع $y = \cos \frac{\pi x}{2}$ را رسم می‌کنیم:





(متمم‌پوار ممسنی)

۱۴۹- گزینه «۳»

$$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x$$

شیب خط مماس همان مشتق تابع است. پس برای کم‌ترین شیب باید مینیمم

$$f''(x) = 12x^2 - 6x - 6$$

$f'(x)$ را پیدا کنیم.

$$= 6(2x^2 - x - 1)$$

$$= 6(2x+1)(x-1)$$

x		$-\frac{1}{2}$	1	
f''	+		-	+
f'	\nearrow	max	\searrow	min

پس برای $x \in (-1, 3)$ ، در $x=1$ ، کم‌ترین شیب ممکن به دست می‌آید:

$$f'(1) = 4 - 3 - 6 = -5$$

$$f(1) = 1 - 1 - 3 = -3$$

$$\text{معادله خط مماس: } y - (-3) = -5(x - 1)$$

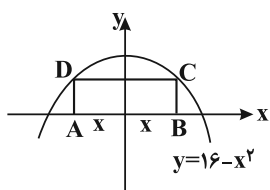
$$\Rightarrow y = -5x + 2$$

$$\Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = 2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(فقیهه ولی‌زاده)

۱۵۰- گزینه «۲»



$$S = AB \times BC \Rightarrow S = 2x \times y$$

$$S = 2x(16 - x^2)$$

$$S = 32x - 2x^3$$

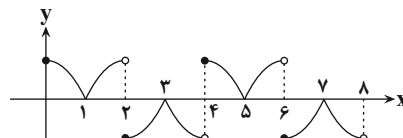
$$S' = 0 \Rightarrow S' = 32 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 32 = 6x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{32}{6} \xrightarrow{x>0} x = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$S\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 32\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 2\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{128}{\sqrt{3}} - \frac{128}{3\sqrt{3}} = \frac{384 - 128}{3\sqrt{3}} = \frac{256}{3\sqrt{3}}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

حالا نمودار تابع $f(x) = (-1)^x \cos \frac{\pi x}{2}$ را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{min نسبی} \\ x=4 & \text{max نسبی} \end{cases}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

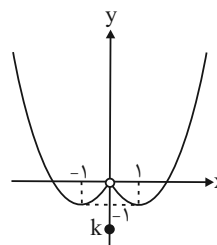
۱۴۷- گزینه «۱»

(لاظم ابلالی)

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; x < 0 \\ k & ; x = 0 \\ x^2 - 2x & ; x > 0 \end{cases}$$

و نمودار آن مطابق شکل زیر است:



واضح است که اگر $k < 0$ باشد، تابع در $x=0$ مینیمم نسبی و اگر

$k \leq -1$ باشد، مینیمم مطلق دارد، پس اگر $-1 < k < 0$ باشد، تابع در

$x=0$ مینیمم نسبی دارد اما مینیمم مطلق ندارد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(سپار داوطلب)

۱۴۸- گزینه «۲»

ابتدا نقاط بحرانی f را در بازه $[1, 3]$ تعیین می‌کنیم.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \notin (1, 3), x = 2$$

پس مقدار تابع را در نقطه $x=2$ و نقاط ابتدا و انتها می‌یابیم:

$$f(1) = k - 2$$

$$f(2) = k - 4$$

$$f(3) = k$$

ماکزیمم تابع، k و مینیمم آن، $k-4$ می‌باشد. از آنجایی که ماکزیمم و مینیمم

قرینه همدیگرند، پس مجموع آن‌ها صفر است:

$$k - 4 + k = 0 \Rightarrow k = 2$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- گزینه «۲»

(ممبر فنان)

اگر a فاصله کانونی، d قطر قاعده و h گودی (عمق) دیش مخابراتی

باشد، آنگاه رابطه $a = \frac{d^2}{16h}$ برقرار است. در نتیجه داریم:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\frac{d_1^2}{16a_1}}{\frac{d_2^2}{16a_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{60}{30}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۹)

۱۵۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

$$M = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{2}{4} + 2} = \sqrt{\frac{29}{2}} = \frac{\sqrt{58}}{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۵۳- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

معادلات هر خط موازی محور z ها به صورت $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ (است. $a, b \in \mathbb{R}$)

حال اگر $c \leq z \leq d$ (با $c, d \in \mathbb{R}$) را به این معادلات اضافه کنیم، بخشی از

خط یا در واقع یک پاره‌خط که موازی محور z ها است حاصل می‌شود.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۱۵۴- گزینه «۳»

(عارل عسینی)

بردارهای \vec{a} و \vec{b} موازی ولی در خلاف جهت هم هستند، پس بردار \vec{b}

مضربی منفی از بردار \vec{a} است. داریم:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}$$

$$\vec{b} = r\vec{a} \Rightarrow |\vec{b}| = |r||\vec{a}| \Rightarrow 12 = |r| \times 3 \Rightarrow |r| = 4$$

$$\xrightarrow{r < 0} r = -4$$

$$\vec{b} = -4\vec{a} = -4(-1, -2, 2) = (4, 8, -8)$$

بنابراین مجموع مؤلفه‌های بردار \vec{b} ، برابر ۴ است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۵- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

اگر O مبدأ مختصات باشد، آنگاه مطابق فرض داریم:

$$\vec{AM} = 2\vec{MB} \Rightarrow (\vec{OM} - \vec{OA}) = 2(\vec{OB} - \vec{OM})$$

$$\Rightarrow 3\vec{OM} = \vec{OA} + 2\vec{OB}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + 2\vec{OB}) = \frac{1}{3}[(1, -3, 0) + (4, 2, 2)]$$

$$= \frac{1}{3}(5, -1, 2) = \left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۶- گزینه «۱»

(سیرمسن خاطمی)

$$A = (a, b, 3) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی } xy} A' = (a, b, 0)$$

$$A' = B \Rightarrow a = 2, b = 3$$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'}$$

از طرفی داریم $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{DC}$ پس:

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

(ممهر فندان)

۱۵۹- گزینه «۲»

$$\vec{a} + \vec{b} = (0, 1, 3) + (1, 0, -1) = (1, 1, 2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (0, 1, 3) - (1, 0, -1) = (-1, 1, 4)$$

$$\frac{|\vec{a} + \vec{b}|}{|\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\sqrt{1+1+4}}{\sqrt{1+1+16}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ مشابه تمرین‌های ۵ و ۶ صفحه ۷۶)

(امیرحسین ایومبوب)

۱۶۰- گزینه «۳»

یال AB بر روی صفحه‌ای عمود بر محور y ها به معادله $y = 5$ و

همچنین بر روی صفحه‌ای عمود بر محور z ها به معادله $z = 4$ قرار دارند و

مقادیر x بر روی این یال از نقطه B به طول $x = 0$ تا نقطه A به طول

$x = 3$ متغیر هستند، بنابراین معادله این پاره خط (یال AB) به صورت

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases} \text{ است.}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۸)

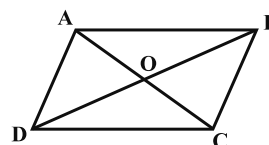
$$A = (2, 3, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } XY} C = (2, 3, -3)$$

بنابراین مجموع مختصات نقطه C، برابر ۲ است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۵۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ایومبوب)



قطرها در متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگرند. بنابراین داریم:

$$O = \frac{A+C}{2} = \frac{(1, -1, 2) + (-2, 0, 1)}{2} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$OB = \sqrt{\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 - \frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

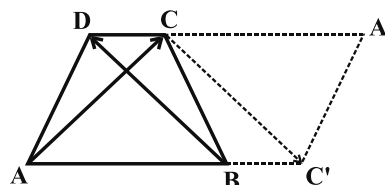
$$\Rightarrow DB = 2OB = 2 \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

(علیرضا طهری)

۱۵۸- گزینه «۴»

مطابق شکل، دوزنقه $A'CBC'$ را هم‌نهشت با دوزنقه ABCD رسم می‌کنیم.



بردار \overrightarrow{DB} هم‌اندازه و هم‌جهت با بردار $\overrightarrow{CC'}$ است. بنابراین داریم:

ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

با استفاده از تغییر متغیر داریم:

$$x_f > 3 \Rightarrow x_f \geq 4 \Rightarrow x_f = y_f + 4$$

$$x_i = y_i \quad (1 \leq i \leq 3)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_f + x_5 = 12 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_f + 4 + 3 = 12$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_f = 5$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۲- گزینه «۳»

(نور میری)

هر عدد طبیعی سه رقمی به صورت \overline{abc} نمایش داده می‌شود که رقم

صدگان (a) لزوماً بزرگتر یا مساوی ۱ است. داریم:

$$a + b + c = 7 \Rightarrow a' + b + c = 6$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۳- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

اگر تعداد سیب‌های این ۴ نفر را به ترتیب با مقادیر x_1, x_2, x_3 و x_4

نمایش دهیم، داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$$

$$\xrightarrow{x_4 = x_3 + 2} x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

با توجه به اینکه x_3 دارای ضریبی غیر از یک است، تعداد جواب‌های مسئله

را با توجه به مقادیر x_3 به دست می‌آوریم. با توجه به شرط طبیعی بودن

جواب‌ها $1 \leq x_3 \leq 4$ است و داریم:

$$x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{8-1}{2-1} = 7$$

$$x_3 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{6-1}{2-1} = 5$$

$$x_3 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4-1}{2-1} = 3$$

$$x_3 = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{2-1}{2-1} = 1$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 7 + 5 + 3 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۶۴- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌طیپی)

گزینه «۱»: درایه مشخص شده با مقدار x ، نمی‌تواند برابر هیچ یک از اعداد

۳	۲	x
		۱

۱، ۲ و ۳ باشد، پس به مربع لاتین تبدیل نمی‌شود.

گزینه «۲»: در صورت پر کردن درایه‌ها، مربع زیر حاصل می‌شود که یک

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

مربع لاتین است.

گزینه «۳»: هیچ کدام از درایه‌های سطر سوم نمی‌توانند برابر ۳ باشند. چون

در ستون‌های اول و سوم، عدد ۳ وجود دارد، پس به مربع لاتین تبدیل

۲		۳
۳		
	۲	

نمی‌شود.

گزینه «۴»: با توجه به مربع داده شده، هر دو درایه x و y باید برابر ۳ باشند

x	۲	۱
y	۱	۲

که امکان پذیر نیست، پس به مربع لاتین تبدیل نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱۶۵- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

اگر درایه‌های دو مربع لاتین متعامد A و B را کنار هم بنویسیم، آنگاه در

هر سطر (ستون) مربع حاصل، ارقام ۱، ۲ و ۳ یکبار به عنوان رقم دهگان و

یکبار به عنوان رقم یکان ظاهر می‌شوند. در نتیجه مجموع اعداد هر سطر

(ستون) برابر است با:

$$(10 + 20 + 30) + (1 + 2 + 3) = 66$$

به عنوان مثال به دو مربع لاتین متعامد A و B در شکل زیر توجه کنید:

A =	۱	۳	۲
	۳	۲	۱
	۲	۱	۳

B =	۲	۱	۳
	۳	۲	۱
	۱	۳	۲

۲۱	۳۲	۴۳	۱۴
۴۲	۱۳	۲۴	۳۱
۱۳	۴۴	۳۱	۲۲
۳۴	۲۱	۱۲	۴۳

گزینه «۱»:

۲۲	۳۳	۴۴	۱۱
۴۳	۱۲	۲۱	۳۴
۱۴	۴۱	۳۲	۲۳
۳۱	۲۴	۱۳	۴۲

گزینه «۲»:

۲۳	۳۲	۴۱	۱۴
۴۴	۱۱	۲۲	۳۳
۱۱	۴۴	۳۳	۲۲
۳۲	۲۳	۱۴	۴۱

گزینه «۳»:

۲۳	۳۴	۴۱	۱۲
۴۲	۱۳	۲۴	۳۱
۱۴	۴۱	۳۲	۲۳
۳۱	۲۲	۱۳	۴۴

گزینه «۴»:

همان‌طور که مشاهده می‌شود تنها در مربع مربوط به گزینه «۲»، هیچ کدام از اعداد دو رقمی ایجاد شده تکراری نیستند. پس مربع لاتین این گزینه با مربع لاتین صورت سؤال متعامد است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۷۰ - گزینه «۳» (امیرمسین ابومصوب)

با اطلاعات داده شده مربع لاتین A به صورت منحصر به فرد زیر پر می‌شود:

۱	۲	۴	۳
۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۳	۴

با اعمال جایگشت داده شده، مربع لاتین B به صورت زیر به دست می‌آید:

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۳	۴
۱	۲	۴	۳
۳	۴	۱	۲

در نتیجه $a=1$ ، $b=4$ و $c=3$ است و داریم:

$$a + b + c = 1 + 4 + 3 = 8$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

مربع حاصل از کنار هم نوشتن درایه‌های این دو مربع به صورت زیر است:

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

$$\text{مجموع سطر اول} = 12 + 31 + 23 = 66$$

$$\text{مجموع سطر دوم} = 33 + 22 + 11 = 66$$

$$\text{مجموع سطر سوم} = 21 + 13 + 32 = 66$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۶۶ - گزینه «۲» (عزیزاله علی اصغری)

در بین مربع‌های لاتین داده شده، تنها مربع لاتین گزینه «۲» از اعمال جایگشت $(2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3)$ روی مربع لاتین صورت سؤال حاصل شده است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۶۴)

۱۶۷ - گزینه «۴» (امیرمسین ابومصوب)

اعداد x و z ، قطعاً هیچ کدام برابر ۱ و ۲ نیستند (چون در سطر دوم ۲ وجود دارد و در ستون‌های اول و چهارم ۱ دیده می‌شود). پس یکی برابر ۳ و دیگری برابر ۴ است. بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم برابر ۱ است و با توجه به این که در هر سطر یا ستون هر عدد فقط یک بار تکرار می‌شود، مقدار y نیز لزوماً برابر ۱ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$x + y + z = (x + z) + y = 7 + 1 = 8$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۸ - گزینه «۴» (کیوان دارابی)

۱			۲
	۲	۱	
	۱	۲	
۲			۱

ابتدا جای ۲ها و ۱های باقی‌مانده را پیدا می‌کنیم.

سطرهای اول و دوم به چهار طریق با ۳ و ۴ پر می‌شوند و سطرهای سوم و چهارم به طور منحصر به فرد مشخص می‌شوند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۹ - گزینه «۲» (امیرمسین ابومصوب)

از کنار هم قرار دادن مربع لاتین صورت سؤال با مربع‌های هر یک از گزینه‌ها، مربع‌های زیر حاصل می‌شود:

فیزیک ۳- اختیاری

۱۷۱- گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

حداقل فاصله بین دو صوت باید 0.1 ثانیه باشد تا گوش انسان بتواند دو صوت را از یکدیگر تمیز دهد. اگر فاصله شخص از دیوار d و در حالت جدید d' باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{صوت}} \times \Delta t &= 2d \\ v'_{\text{صوت}} \times \Delta t' &= 2d' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v'_{\text{صوت}} \times \Delta t'}{v_{\text{صوت}} \times \Delta t} = \frac{d'}{d}$$

$$\frac{v'_{\text{صوت}} = 1/17, \Delta t' = 0.1s}{\Delta t = 0.2s, d = 34m} \rightarrow \frac{1/17 \times 0.1}{0.2} = \frac{d'}{34}$$

$$\Rightarrow d' = 18/17m \Rightarrow d - d' = 15/17m$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۱۷۲- گزینه «۳»

(عباس اصغری)

ابتدا طول‌موج گسیل شده را محاسبه می‌کنیم.

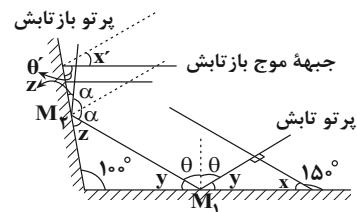
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{100 \times 10^3} = 1/5 \times 10^{-2} m = 1/5 cm$$

برای تشخیص یک جسم، اندازه آن باید در حدود طول موج به کار رفته و یا بزرگ‌تر از آن باشد. بنابراین این امواج برای تشخیص B و C کاربرد دارند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱۷۳- گزینه «۲»

(اعسان کرمی)



پرتو تابش به آینه M_1 باید به جبهه‌های موج تابیده عمود باشد.

$$x + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \quad \text{بنابراین؛}$$

$$x + y = 90^\circ \Rightarrow y = 60^\circ$$

$$\theta + y = 90^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$z + y + 100^\circ = 180^\circ \Rightarrow z + y = 80^\circ$$

$$\Rightarrow z + 60^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

$$z = 20^\circ$$

$$\theta' = 90^\circ - z = 70^\circ$$

$$x' = 90^\circ - \theta' = 20^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱۷۴- گزینه «۴»

(زهره آقامحمدری)

چون تندی نور در محیط (۲) ۶۰ درصد بیش‌تر از تندی نور در محیط (۳)

$$v_2 = 1/6 v_3 \Rightarrow \frac{v_2}{v_3} = 1/6 \quad \text{است. پس داریم؛}$$

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{v_2}{v_3} = \frac{n_3}{n_2} = 1/6 \quad \text{طبق رابطه ضریب شکست می‌توان نوشت؛}$$

ضریب شکست محیط (۳) به محیط (۱) برابر است با:

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{n_3}{n_2} \times \frac{n_2}{n_1} = 1/6 \times \frac{n_2}{n_1} \quad (*)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \text{با استفاده از قانون شکست اسنل داریم؛}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 1/6 \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \quad \text{با جایگذاری در رابطه (*) داریم؛}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۷۵- گزینه «۴»

(میشی نگوئیان)

مطابق شکل زیر می‌توان نوشت:

۱۷۸- گزینه «۳»

(مسئله مفرومی)

در آزمایش یانگ، پهنای هر نوار روشن و یا تاریک متناسب با طول موج نور به کار رفته در آزمایش است.

بنابراین داریم:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{w_2}{w_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2}$$

$$\xrightarrow{\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}} \frac{w_2}{w_1} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{\frac{3}{2}n_1} \times \frac{f}{\frac{3}{4}f}$$

$$\Rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۷۹- گزینه «۱»

(مسئله مفرومی)

تندی امواج رونده در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{100 \times 32 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}}} = 80 \frac{m}{s}$$

بنابراین بسامد نوسان‌های تشدید آن برابر است با:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = \frac{80}{16 \times 10^{-2}} = 500 \text{ Hz}$$

از طرفی داریم:

$$L = n \left(\frac{\lambda_n}{2} \right) \Rightarrow 32 = n \times \frac{16}{2} \Rightarrow n = 4$$

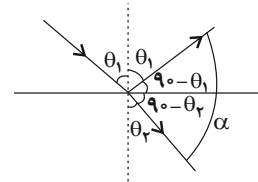
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۸۰- گزینه «۲»

(مسئله مفرومی)

تشدیدگر هلمهولتز مانند لوله‌های صوتی، بسامدهای تشدید معینی دارد و با هر بسامدی در آن تشدید رخ نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)



$$2\theta_1 = \frac{3}{2}(90^\circ - \theta_2) \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \frac{4}{3}\theta_1 \quad (1)$$

از طرفی طبق قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = \sqrt{2} \sin \theta_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} \sin \theta_1 = \sqrt{2} \sin \left(90^\circ - \frac{4}{3}\theta_1 \right) \Rightarrow \sin \theta_1 = \sqrt{2} \cos \frac{4}{3}\theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 45^\circ, \theta_2 = 30^\circ$$

و در نهایت زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو شکست (α) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = 90^\circ - \theta_1 + 90^\circ - \theta_2 = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)$$

$$\xrightarrow{\theta_1 = 45^\circ, \theta_2 = 30^\circ} \alpha = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۹)

۱۷۶- گزینه «۲»

(مسئله چندپلر)

بسامد (و نیز دوره تناوب) فقط به ویژگی‌های چشمه موج بستگی دارد. چون در این سؤال، چشمه موج تغییر نکرده است، در نتیجه بسامد (و نیز دوره تناوب) در تمام طناب‌ها، ثابت می‌ماند. تندی انتشار موج در طناب به «جرم واحد طول» طناب بستگی دارد که با نصف کردن طول طناب A، جرم آن نیز نصف می‌شود و در نتیجه تندی انتشار موج در این طناب تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۷۷- گزینه «۴»

(پایک اسلامی)

با افزایش دمای هوا، چگالی آن کاهش یافته که این امر سبب کاهش ضریب شکست هوا می‌شود.

سایر گزینه‌ها، عبارت‌های صحیحی هستند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

شیمی ۳- اختیاری

۱۸۱- گزینه «۳»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) نادرست، افزایش گاز نیتروژن به تعادل باعث کاهش غلظت گاز هیدروژن و افزایش غلظت گاز نیتروژن و آمونیاک می‌شود.

پ) درست، فرایند هابر یک فرایند گرماده است. بنابراین پس از برقراری تعادل در دمای پایین‌تر (25°C)، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد و این به معنی پیشرفت بیشتر واکنش است.

ت) درست، نقطه جوش آمونیاک -33°C است و برای میعان آمونیاک کافی است دما را تا حدود -40°C کاهش دهیم.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۸)

۱۸۲- گزینه «۴»

(علی طرفی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل مش‌های ریز در می‌آورند و کاتالیزورها را روی سطح آن می‌نشانند.

ب) نادرست، مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند اما پس از مدت معینی کارایی خود را از دست می‌دهد و دیگر قابل استفاده نیست.

پ) نادرست، در سطح سرامیک‌ها در مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی به قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

ت) نادرست، مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی که آمونیاک تولید می‌کنند آمونیاک را با گازهای NO و NO_2 واکنش می‌دهد و بخار آب و گاز نیتروژن تولید می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۸۳- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های «الف» و «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ با توجه به گرماگیر بودن واکنش آنتالپی پیوند AC بیشتر از BC است.

ب) نادرست؛ استفاده از کاتالیزگر مناسب، E_a و E'_a انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت را به یک میزان (نه به یک نسبت!) کاهش می‌دهد.

پ) نادرست؛ E_a به اندازه a کیلوژول از E'_a انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت بیشتر است.

$$E_a = a + b \quad E'_a = b \quad E_a - E'_a = a$$

ت) درست؛ آنتالپی واکنش با توجه به نمودار برابر a بوده که از a + b و b کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۱۸۴- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

ابتدا مول اولیه گاز SO_3 را بدست می‌آوریم:

$$48 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} = 0.6 \text{ mol SO}_3$$

مجموع مول‌های گازی در تعادل اولیه:

$$6 - 2x + 2x + x = 7 \rightarrow x = 1$$

$$K = \frac{[\text{SO}_3]^2 \times [\text{O}_2]^1}{[\text{SO}_2]^2} = \frac{\left(\frac{2}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{4}{2}\right)^2} = \frac{1}{8} \text{ mol.L}^{-1}$$

با کاهش حجم و خروج گاز SO_3 ، تعادل به سمت مول گازی کمتر (در جهت برگشت) جابه‌جا می‌شود خروج گاز SO_3 را برحسب مول با Z نشان می‌دهیم.

$$\frac{\text{تغییرات } \text{O}_2}{\text{مول SO}_2 \text{ در تعادل جدید}} = \frac{y}{2 - 2y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

K تغییر پیدا نمی‌کند و ثابت است.



	6mol	0	0
تغییرات	$\downarrow -2x$	$\downarrow +2x$	$\downarrow +x$
تعادل اولیه	$\frac{6-2x}{2\text{mol}}$	$\frac{2x}{2\text{mol}}$	$\frac{x}{2\text{mol}}$
تغییرات	$\downarrow +2y - z$	$\downarrow -2y$	$\downarrow -y$
تعادل جدید	$\frac{4+2y-z}{2}$	$\frac{2-2y}{2}$	$\frac{1-y}{2}$

$$K = \frac{1^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1}{(\Delta - z)^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow (\Delta - z)^2 = 4$$

$$\begin{aligned} E_a(\text{رفت}) > E_a(\text{برگشت}) &\Rightarrow \bar{R}(\text{رفت}) < \bar{R}(\text{برگشت}) \\ \Rightarrow \bar{R}(X \rightarrow Y) < \bar{R}(Y \rightarrow X) \end{aligned}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۸- گزینه «۳»

با خروج مقداری از SO_3 از تعادل، ابتدا مقدار آن به طور ناگهانی کاهش می‌یابد. برای جبران این تغییر باید مقدار SO_3 کاهش و مقدار O_2 افزایش یابد. از طرفی به مرور باید غلظت SO_3 افزایش یابد و تغییر مقدار آن در تعادل جدید باید متناسب با تغییر غلظت دیگر مواد و طبق ضرایب استوکیومتری باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(عمید زینی)

۱۸۹- گزینه «۲»

ماده A جامد است و در عبارت ثابت تعادل نوشته نمی‌شود.



$$K = [B]^3 \times [C]^2$$

$$K = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 3 / 375 \text{ mol}^5 \cdot \text{L}^{-5}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

(هدی بهاری پور)

۱۹۰- گزینه «۳»

گزینه «۱»: نادرست؛ واکنش (۱) گرماده است و باید Q در سمت فراورده‌ها باشد.

گزینه «۲»: نادرست؛ انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش دوم بیشتر از انرژی فعال‌سازی رفت واکنش اول است.

گزینه «۳»: درست؛ $2E_{a_1} = E_{a_2} = 60 \text{ kJ}$ (رفت) و

$$E_a(\text{برگشت}) = E_a - \Delta H$$

$$E_a(\text{برگشت}) = 60 - 40 = 20 \text{ kJ}$$

گزینه «۴»: نادرست؛ به ازای تولید ۲ مول B در واکنش (۲)، ۴۰ کیلوژول انرژی نیاز است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۴ تا ۹۶)

$$\begin{cases} 5 - z = 2 \Rightarrow z = 3 & \text{قابل قبول} \\ 5 - z = -2 \Rightarrow z = 7 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$3 \text{ mol SO}_3 \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3} = 240 \text{ g SO}_3$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

(امیر هاتمیان)

۱۸۵- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

(۱) از آن جایی که $\Delta H > 0$ بوده با افزایش دما ثابت تعادل واکنش گرماگیر زیاد می‌شود.

(۲) چون K (ثابت تعادل) یکا ندارد پس تعداد مول‌های گازی دو طرف واکنش برابر بوده و تغییر حجم و فشار بر آن موثر نیست.

(۳) کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی رفت و برگشت را به یک میزان کاهش می‌دهد.

(۴) در میعان آب $K = [\text{H}_2\text{O}(g)]^{-1}$ است و غلظت بخار آب تنها تابع دما است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۶- گزینه «۱»

نمودارهای «۱» و «۳» مربوط به واکنش گرماده می‌باشند. از آنجا که انرژی فعال‌سازی واکنش ۱ بیشتر از واکنش ۳ است، سرعت انجام آن کمتر خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(ممد رضا پورجاویر)

۱۸۷- گزینه «۲»

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند. با توجه به اطلاعات جدول می‌توان گفت:

$$(\text{برگشت}) E_a - (\text{رفت}) E_a = \Delta H : \text{در حضور کاتالیزگر}$$

$$\Rightarrow 720 - E_a = 320 +$$

$$\Rightarrow E_a(\text{برگشت}) = 400 \text{ kJ}$$

$$(\text{برگشت}) E_a - (\text{رفت}) E_a = \Delta H : \text{بدون کاتالیزگر}$$

$$\Rightarrow E_a(\text{رفت}) = 800 \text{ kJ}$$

در حضور کاتالیزگر، سطح انرژی فراورده‌ها به سطح انرژی قله نزدیک‌تر است. از طرفی خواهیم داشت: