ریاضـــزیست

# آزمون های فوق تخصصی ریاضـــزیست کنکور

دفترچه پاسخنامه آزمون مرحله ششم **ریاضی**

خیلی متفاوت

کاربرد مشتق

لگاریتم و نمایی

مهندس

## آریان حیدری

۳۰ سوال با پاسخ تشریحی

۳۰ جعبه آموزشی

۳۰ تمرین با پاسخ تشریحی

کلیه حقوق این آزمون متعلق به مؤلف بوده و هرگونه چاپ و تکثیر بدون اجازه کتبی مؤلف ممنوع و شرعا حرام است

# مقدمه گرمون ششم

ریاضیسی های من ...

سال نو مبارک !

به امید یک سال خاطره انگیز

آریان حیدری

تهار ۱۴۰۰

حید

**تست ۱:** اگر $f(x)=|-۳x+۶|+|۲x+۶|$، تعداد اعداد طبیعی که در نامساوی $f'(x)\leq ۰$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

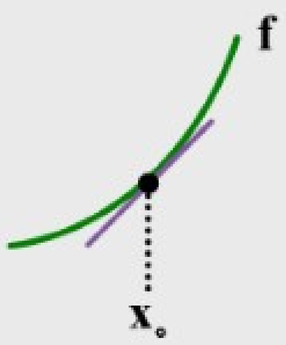
## جعبه‌ی آموزشی

### بررسی یکنوایی توابع از روی مشتق

☑ در آزمون اول ریاضزیست، گفته بودیم که برای بررسی یکنوایی توابع، بهترین راه، رسم نمودار آن است. در این آزمون می‌خواهیم یکنوایی را از طریق مشتق نیز بررسی کنیم.

---

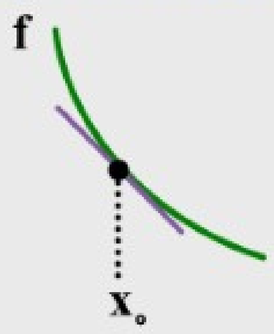
☑ تابع مشتق‌پذیر و صعودی $f$ را تصور کنید:




واضح است که در هر نقطه مانند $x_۰$ از دامنه‌ی این تابع، شیب خط مماس بر منحنی مثبت است. به عبارتی مشتق تابع همواره و در تمام نقاط دامنه‌اش مثبت است: $f'(x)>۰$

---

☑ تابع مشتق‌پذیر و نزولی $f$ را تصور کنید:




واضح است که در هر نقطه مانند $x_۰$ از دامنه‌ی این تابع، شیب خط مماس بر منحنی منفی است. به عبارتی مشتق تابع همواره و در تمام نقاط دامنه‌اش منفی است: $f'(x)<۰$

---

☑ نتیجه: برای بررسی یکنوایی توابع به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اولویت اول: رسم نمودار تابع (آن چه در جعبه‌ی آموزشی تست ۸ از آزمون اول ریاضزیست دیدیم.)

اولویت دوم: اگر رسم نمودار تابع امکان‌پذیر نبود، مشتق تابع را به دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

در بازه‌هایی که:

$f'(x)>۰$ ← تابع در آن بازه اکیداً صعودی است.

$f'(x)<۰$ ← تابع در آن بازه اکیداً نزولی است.

$f'(x)=۰$ ← تابع به صورت ثابت در آمده و هم صعودی و هم نزولی است.

**پاسخ تست ۱- گزینه ۲**

با توجه به آن‌چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، ترجمه‌ی سؤال این است که می‌خواهیم بازه‌هایی که این تابع در آن نزولی است را پیدا کنیم، در واقع بازه‌هایی که تابع در آن نزولی اکید یا ثابت است، مدنظر می‌باشد.

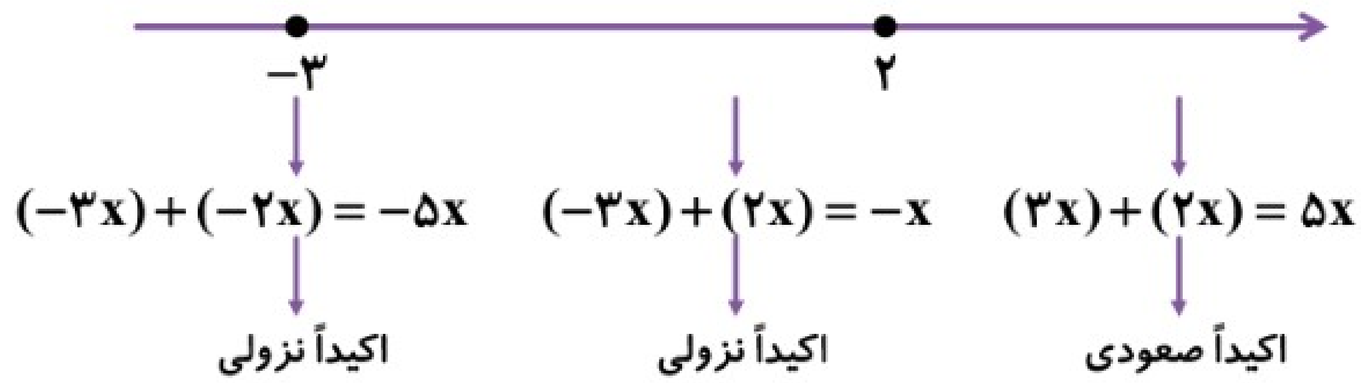
همان‌طور که گفتیم، اولویت اول در بررسی یکنوایی، رسم نمودار توابع است و ما با رسم نمودار توابع چند قدر مطلقی و به ویژه روش سریع رسم آن‌ها در جعبه‌ی آموزشی تست ۹ از آزمون اول ریاضزیست آشنا شده‌ایم.

نمودار این تابع را به همان روش سریع و با توجه به تذکرات قید شده در پایان آن جعبه‌ی آموزشی رسم می‌کنیم:

اولاً دقت داریم که ضریب $x$ در قدر مطلق اول منفی است، پس کل عبارت داخل این قدرمطلق را در یک منفی ضرب می‌کنیم.

ثانیاً توجه می‌کنیم که ریشه‌ها باید از کوچک به بزرگ بر روی محور اعداد نوشته شوند.

$$f(x)=|\underset{x=2}{\underset{\downarrow}{3x-6}}|+|\underset{x=-3}{\underset{\downarrow}{2x+6}}|$$




پس بازه‌ی $(-\infty,2)$ قابل قبول است که فقط عدد طبیعی $x=1$ در آن صدق می‌کند.

---

**تذکر** **مبادا بازه را به صورت $(-\infty,2]$ اعلام کنید و $x=2$ را هم به عنوان جواب قبول کنید. $x=2$ ریشه‌ی ساده‌ی داخل قدر مطلق بوده و طبق آن‌چه درجعبه‌ی آموزشی تست ۱۵ از آزمون پنجم ریاضزیست گفته بودیم، این نقطه مشتق‌ناپذیر است و اصلاً $f'$ در آن تعریف نمی‌شود.**

**تمرین:** اگـر $f(x)=|x-m|-|x+2m-1|$، ازای کـدام مقـادیر $m$، نامسـاوی $f'(x)\geq 0$ همـواره برقرار است؟

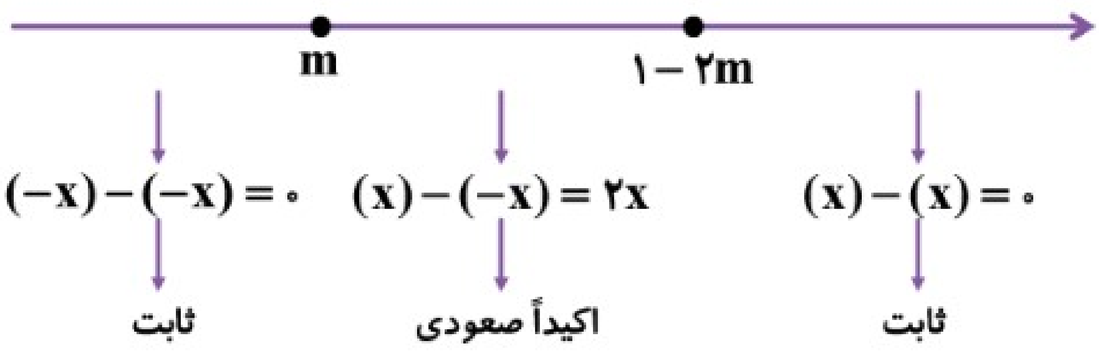
۱) $\varnothing$ ۲) $m<\frac{1}{3}$ ۳) $m>\frac{1}{3}$ ۴) $\mathbb{R}$

**پاسخ** **گزینه ۲**

ترجمه‌ی سؤال این است که می‌خواهیم تابع $f$ همواره صعودی (یعنی در بعضی بازه‌ها صـعودی اکیـد و در بعضی از بازه‌ها ثابت) باشد. اولویت اول، رسم نمودار تابع است و همان طور که گفتیم، روش رسـم سـریع نمودارهای چند قدرمطلقی را بلدید.

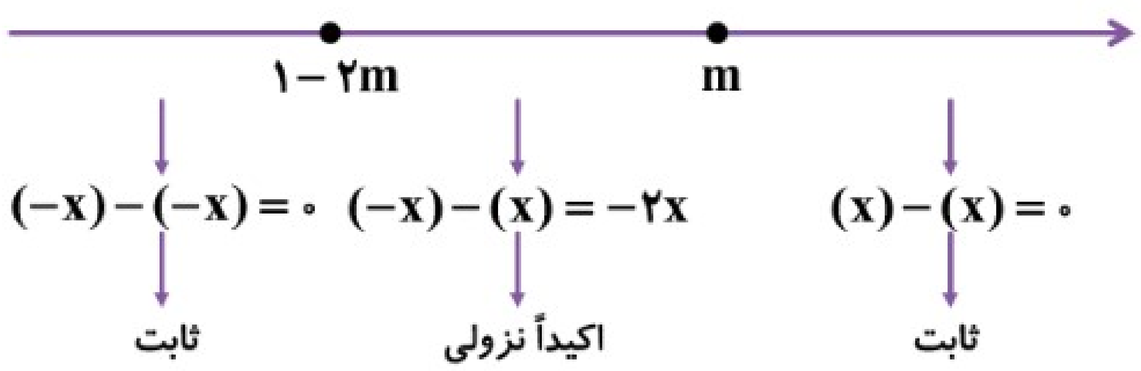
فقط یک مشکل! معلوم نیست که کدام ریشه بیشتر و کدام ریشه کمتر است. پس مجبورید کـه دو حالـت در نظر بگیرید:

**حالت اول:** $\begin{cases} x=m & \text{: ریشه کمتره!} \\ x=1-2m & \text{: ریشه بیشتره!} \end{cases}$ (یعنی: $m<1-2m$)




واضح است که در این حالت، مستقل از مقدار $m$، آن‌چه می‌خواهید اتفاق می‌افتد.

**حالت دوم:** $\begin{cases} x=m & \text{: ریشه بیشتره!} \\ x=1-2m & \text{: ریشه کمتره!} \end{cases}$ (یعنی: $1-2m<m$)




پس در بازه‌ی وسط، آن‌چه می‌خواهید، اتفاق نمی‌افتد و این حالت منتفی است.

بنابراین حالت اول قابل قبول است و باید:

$$m<1-2m\Rightarrow 3m<1\Rightarrow m<\frac{1}{3}$$

**تست۲:** بازه‌ی $[b,3]$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $f(x)=\frac{2x+a}{x^2+3}$ در آن اکیداً صعودی است. $a$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۲− ۴) غیرقابل محاسبه

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۱.

## پاسخ تست

**۲- گزینه ۳**

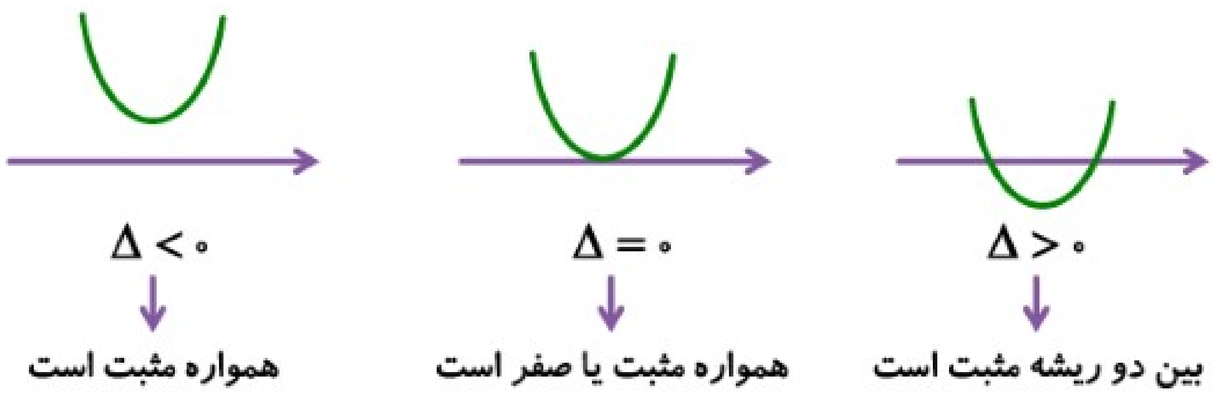
این‌بار رسم نمودار تابع امکان‌پذیر نیست. باید یکنوایی را از طریق مشتق بررسی کنیم.

طبق آنچه در جعبه‌ی آموزشی تست قبل گفتیم، برای آن که تابع در بازه‌ی $[b,3]$ اکیداً صعودی باشد، باید در این بازه، نامساوی $f'(x)>0$ برقرار باشد:

$$f'(x)=\frac{(2)(x^2+3)-(2x)(2x+a)}{(x^2+3)^2}=\frac{-2x^2-2ax+6}{(x^2+3)^2}$$

$$f'(x)>0 \Rightarrow \frac{-2x^2-2ax+6}{(x^2+3)^2}>0 \xrightarrow{(x^2+3)^2\geq 0} -2x^2-2ax+6>0 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر }-2} x^2+ax-3<0$$

در تعیین علامت این عبارت درجه‌ی دو با دهانه به سمت بالا، یکی از سه حالت زیر رخ می‌دهد:




با توجه به این که نامساوی قرار است در بازه‌ی محدود $[b,3]$ برقرار باشد، حالت $\Delta>0$ رخ داده است و $x=b$ و $x=3$ صفرهای تابع درجه‌ی دو $y=x^2+ax-3$ می‌باشند:

$$x^2+ax-3=0 \xrightarrow[\alpha=3]{P=-3} \beta=-1 \Rightarrow S=\alpha+\beta=2 \rightarrow -a=2 \rightarrow a=-2$$

**تمرین:** تابع $f(x)=\frac{۲}{۳}x^۳-۲x^۲+(۲m-۳)x-۵$ همواره صعودی است. در این صورت:

۱) حداقل مقدار m برابر $\frac{۵}{۲}$ است.

۲) حداکثر مقدار m برابر $\frac{۵}{۲}$ است.

۳) حداکثر مقدار m برابر $\frac{۳}{۲}$ است.

۴) حداقل مقدار m برابر $\frac{۳}{۲}$ است.

**پاسخ گزینه ۱**

باید نامساوی $f'(x)\geq ۰$ همواره برقرار باشد:

$$f'(x)=۲x^۲-۴x+(۲m-۳)$$

$$f'(x)\geq ۰\Rightarrow ۲x^۲-۴x+(۲m-۳)\geq ۰$$

حالت‌های قابل قبول در تعیین علامت این عبارت درجه دو با دهانه به سمت بالا عبارتند از:

پس باید $\Delta\leq ۰$ باشد:

$$(-۴)^۲-۴(۲)(۲m-۳)\leq ۰\Rightarrow ۲m-۳\geq ۲\Rightarrow m\geq \frac{۵}{۲}$$

**تست۳:** تابع $f(x)=\frac{mx+m+1}{2x+m+3}$ در بازه‌ی $(-2,0)$ اکیداً نزولی است. چند مقدار صحیح برای $m$ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

## جعبه‌ی آموزشی

### یک نکته‌ی مهم در مورد یکنوایی توابع کسری

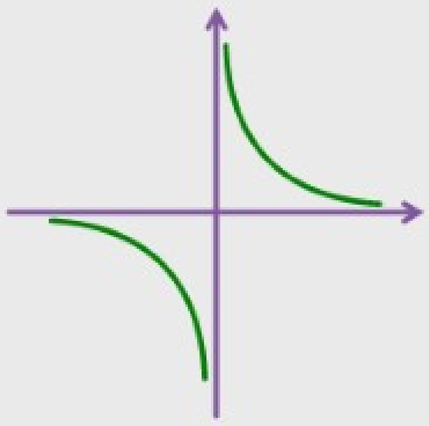
☑ توابع کسری در بازه‌هایی که شامل ریشه‌ی مخرج آن‌هاست، غیر یکنوا هستند (حتی اگر $f'$ همواره مثبت یا همواره منفی باشد.)

دلیل این موضوع را در مثال زیر متوجه خواهید شد:

**مثال:** تابع $y=\frac{1}{x}$ را به لحاظ یکنوایی بررسی کنید.

پاسخ

مشتق این تابع، $y'=\frac{-1}{x^2}$ و لذا همواره منفی است. بنابراین شاید هوس کنید که تابع را اکیداً نزولی اعلام کنید. اما به نمودار این تابع در زیر توجه کنید:



اگر چه این تابع در بازه‌های $(-\infty,0)$ و $(0,+\infty)$ اکیداً نزولی است، اما وقتی که مقادیر $x$ از همسایگی چپ صفر $(0^-)$ به همسایگی راست صفر $(0^+)$ افزایش پیدا می‌کند، مقادیر تابع زیاد می‌شوند!
در واقع حضور صفر به عنوان ریشه‌ی مخرج است که باعث وقوع این ناپیوستگی و پرش در نمودار تابع شده و آن را از حالت یکنوایی خارج می‌کند.

☑ **نتیجه:** در بررسی یکنوایی توابع کسری، علاوه بر علامت $f'$ باید مواظب ریشه‌های مخرج کسر هم باشیم.

## پاسخ تست

**۳- گزینه ۲**

اولاً طبق آن چه در جعبه‌ی آموزشی تست ۱ گفتیم باید نامساوی $f'(x)<0$ در بازه‌ی $(-2,0)$ برقرار باشد.
ثانیاً طبق آن چه در جعبه‌ی آموزشی همین تست آموختیم باید مراقب ریشه‌های مخرج کسر هم باشیم که در بازه‌ی مورد نظر قرار نگیرد.

$$f'(x)=\frac{\overbrace{m(m+3)-(m+1)(2)}^{ad-bc}}{(2x+m+3)^2}<0 \Rightarrow \frac{m^2+m-2}{(2x+m+3)^2}<0 \xrightarrow{(2x+m+3)^2\geq 0}$$

$$\Rightarrow -2<m<1 \quad \xleftarrow{m^2+m-2<0} \quad \text{(نمودار: سهمی با ریشه‌های } -2 \text{ و } 1\text{)}$$

دو مقدار صحیح $m=-1$ و $m=0$ در این محدوده قرار دارند. اما باید دقت کنید که به ازای هر کدام از این مقادیر، ریشه‌ی مخرج کسر در بازه مورد نظر قرار نگیرد. ببینید:

$$m=0 \rightarrow f(x)=\frac{1}{2x+3}$$

در این حالت، ریشه‌ی مخرج $(x=\frac{-3}{2})$ در بازه‌ی $(-2,0)$ قرار گرفته و یکنوایی در این بازه را خراب می‌کند، پس قابل قبول نیست.

$$m=-1 \rightarrow f(x)=\frac{-x}{2x+2}$$

در این حالت، ریشه‌ی مخرج $(x=-1)$ در بازه‌ی $(-2,0)$ نبوده و قابل قبول است.

---

**تمرین:** **بزرگترین بازه‌ای که تابع $f(x)=\frac{3x+\frac{3}{5}}{2x+\frac{2}{5}}$، در آن اکیداً صعودی می‌باشد، کدام است؟**

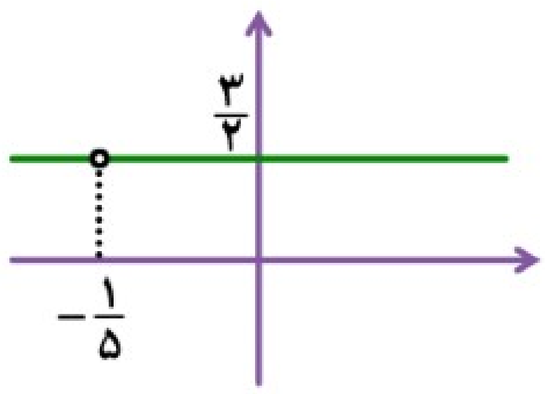
۱) $(-1,0)$ ۲) $(-\infty,0)$ ۳) $(\frac{-1}{5},+\infty)$ ۴) هیچ‌کدام

**پاسخ گزینه ٤**

مطابق جعبه‌ی آموزشی، این تابع در بازه‌ای که شامل ریشه‌ی مخرجش یعنی $x=\frac{-1}{5}$ است، قطعاً غیریکنواست و ممکن است در همان ابتدای کار، هوس کنید که گزینه‌های ۱ و ۲ که شامل $x=\frac{-1}{5}$ هستند را رد کنید و گزینه‌ی ۳ که شامل ریشه‌ی مخرج نیست را بزنید.

اما دقت کنید! در صورت سوال قید شده که می خواهیم تابع اکیداً صعودی باشد و لذا ثابت بودن این تابع قابل قبول نیست. جالب است که این تابع، بر خلاف ظاهر هموگرافیکش، دقیقاً تابع ثابت است! ببینید:

$$y=\frac{3x+\frac{3}{5}}{2x+\frac{2}{5}}=\frac{3\cancel{(x+\frac{1}{5})}}{2\cancel{(x+\frac{1}{5})}}=\frac{3}{2} \quad , \quad x\neq\frac{-1}{5}$$




(شبیه این تابع را در تست ۱۳ از آزمون دوم ریاضیزیست هم دیده بودید.)

پس تابع فوق، جدا از بحث ریشه‌ی مخرجش، هرگز نمی‌تواند اکیداً یکنوا باشد.

**تست٤:** تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}2x^2-5x+\frac{9}{2} & -1\le x<1\\ \frac{1}{2}|x^2-4| & 1\le x<3\\ (x-4)[x] & 3\le x<6\\ \sqrt[3]{-2x+20}+8 & 6\le x<11\end{cases}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

## جعبه‌ی آموزشی

### نقاط بحرانی

☑ نقاطی از دامنه‌ی تابع که مشتق در آن‌ها موجود نیست (مشتق‌ناپذیرند) یا در صورت وجود، برابر صفر است را بحرانی گوییم.

---

تذکر به شرط عضو دامنه بودن نقطه‌ی بحرانی توجه کنید.

مثلاً در تابع $y=\frac{1}{x}$ که $y'=\frac{-1}{x^2}$ و لذا $y'$ در $x=0$ موجود نیست، شاید هوس کنید که $x=0$ را به عنوان نقطه‌ی بحرانی اعلام کنید، در حالی که این نقطه، اصلاً عضو دامنه‌ی تابع $y=\frac{1}{x}$ نیست و بحرانی محسوب نمی‌شود.

---

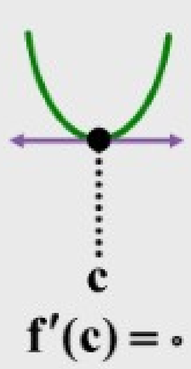
تذکر نقاط مشتق ناپذیر برخی توابع معروف که در جعبه‌های آموزشی تست‌های ۱۳، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ از آزمون پنجم ریاضزیست به شما معرفی کردیم، همگی برای تابع مربوطه‌ی خود، بحرانی محسوب می‌شوند. اما نقاط معرفی شده در جعبه‌ی آموزشی تست ۱۶ از همان آزمون، بحرانی نیستند! (اگه گفتی چرا؟!)

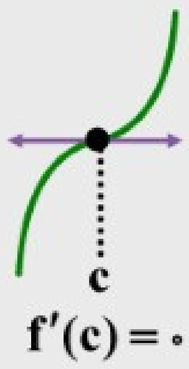
ضمناً توصیه می‌کنیم مطالب جعبه‌های ذکر شده در بالا را حتماً مجدداً مطالعه کنید و بعد به مطالعه‌ی این جعبه ادامه دهید.

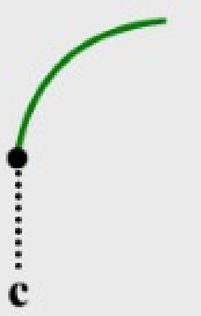
---

☑ نقطه‌ی C در همه‌ی شکل‌های زیر، نقطه‌ی بحرانی تابع است.

عطف قائم و مشتق‌ناپذیر | بازگشتی و مشتق‌ناپذیر | گوشه و مشتق‌ناپذیر | ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر



**دارای همسایگی یک‌طرفه، ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر**

☑ **با توجه به دو شکل آخر، نقاط ابتدایی و انتهای دامنه‌ی تابع، بحرانی محسوب می‌شوند.**

## پاسخ تستی ٤- گزینه ۳

با توجه به آن چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، باید نقاطی که مشتق تابع در آن‌ها صفر است یا موجود نیست را به دست بیاوریم.

**الف)** نقاطی که مشتق در آن‌ها صفر است:

کافی است، مشتق تک‌تک ضابطه‌ها را برابر صفر قرار دهیم و ریشه‌های به دست آمده را در صورتی که در محدوده‌ی تعریف آن ضابطه باشند، به عنوان نقطه بحرانی اعلام کنیم:

**ضابطه‌ی اول:** $y = ۲x^۲ - ۵x + \frac{۹}{۲} \Rightarrow y' = ۴x - ۵ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵}{۴} \rightarrow$ جزء محدود نیست

**ضابطه‌ی دوم:** $y = \frac{۱}{۲}|x^۲ - ۴| \xrightarrow[۱ < x < ۳ \text{ در بازه}]{\text{تعیین تکلیف قدر مطلق}}$

$$\begin{cases} ۱ < x < ۲ \rightarrow y = \frac{۱}{۲}(-x^۲ + ۴) \Rightarrow y' = \frac{۱}{۲}(-۲x) = ۰ \Rightarrow x = ۰ \rightarrow \text{جزء محدوده نیست} \\ ۲ < x < ۳ \rightarrow y = \frac{۱}{۲}(x^۲ - ۴) \Rightarrow y' = \frac{۱}{۲}(۲x) = ۰ \Rightarrow x = ۰ \rightarrow \text{جزء محدوده نیست} \end{cases}$$

**ضابطه‌ی سوم:** $y = (x - ۴)[x] \Rightarrow y' = K \neq ۰$

یه عددا: K

(K = ۳ یا ۴ یا ۵)

**ضابطه‌ی چهارم:** $y = (-۲x + ۲۰)^{\frac{۱}{۳}} + ۸ \Rightarrow y' = \frac{۱}{۳}(-۲x + ۲۰)^{\frac{-۲}{۳}}(-۲) = \frac{-۲}{\sqrt[۳]{(-۲x + ۲۰)^۲}} = ۰ \rightarrow$ ریشه ندارد.

**ب)** نقاط مشتق‌ناپذیر:

باید نقاط مشتق‌ناپذیر تک‌تک ضابطه‌ها را در صورت حضور در محدوده‌ی تعریف آن ضابطه و همچنین نقاط مشتق‌ناپذیر کل تابع (به عنوان یک تابع چند ضابطه) را اعلام کنیم:

**ضابطه‌ی اول:** $y = ۲x^۲ - ۵x + \frac{۹}{۲}$ → فاقد نقاط مشتق ناپذیر

**ضابطه‌ی دوم:** $y = \frac{۱}{۲}|x^۲ - ۴| \xrightarrow{\text{ریشه‌های ساده‌ی داخل قدرمطلق}} x = \pm ۲ \rightarrow$

$x = \boxed{۲}$ فقط در محدوده است و بحرانی می‌باشد.

**ضابطه‌ی سوم:** $y = (x-۴)[x] \xrightarrow{\text{نقاطی که داخل براکت را صحیح می‌کنند.}} x = \boxed{۴}\ ,\ x = \boxed{۵}$

دقت کنید که اگر چه $x = ۴$ در پشت براکت دارای عامل صفر شونده است، اما برای مشتق‌پذیری، نیاز به دو عامل صفر شونده داریم.

**ضابطه‌ی چهارم:** $y = \sqrt[۳]{-۲x + ۲۰} + ۸ \xrightarrow[\text{توانشان از فرجه کمتر است.}]{\text{ریشه‌های زیر رادیکال که}} x = \boxed{۱۰} \rightarrow$

جزء محدوده می‌باشد و بحرانی است

حالا باید نقاط لب مرز کل تابع چند ضابطه را بررسی کنیم. ابتدا بررسی پیوستگی و سپس بررسی مشتقات چپ و راست در آن‌ها:

**بررسی پیوستگی:**

۱) $x = ۱$:

$$\begin{cases} \text{حد چپ} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی اول}} \frac{۳}{۲} \\ f(۱) = \text{حد راست} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی دوم}} \frac{۳}{۲} \end{cases}$$

پیوسته است.

**بررسی مشتقات راست و چپ:**

$x = ۱$:

$$\begin{cases} f'_-(۱) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی اول}} ۴x - ۵ \xrightarrow{x=۱} -۱ \\ f'_+(۱) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی دوم}} y = \frac{۱}{۲}(-x^۲ + ۴) \Rightarrow y' = \frac{۱}{۲}(-۲x) \xrightarrow{x=۱} -۱ \end{cases}$$

مشتق‌پذیر هم هست و لذا بحرانی نیست.

**بررسی پیوستگی:**

۲) $x = ۳$:

$$\begin{cases} \text{حد چپ} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی دوم}} \frac{۵}{۲} \\ f(۳) = \text{حد راست} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی سوم}} (-۱)[۳^+] = -۳ \end{cases}$$

ناپیوسته و لذا مشتق ناپذیر است. پس $x = \boxed{۳}$ هم بحرانی است.

**بررسی پیوستگی:**

$$\text{۳) } x=۶: \begin{cases} \text{حد چپ} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی سوم}} (۲)[۶^-]=۱۰ \\ f(۶)= \text{حد راست} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی چهارم}} ۱۰ \end{cases}$$

**بررسی مشتق‌پذیری:**

$$x=۶: \begin{cases} f'_-(۶) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی سوم}} y=(x-۴)(۵) \Rightarrow y'=۱ \\ f'_+(۶) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی چهارم}} \dfrac{-۲}{۳\sqrt[۳]{(-۲x+۲۰)^۲}}=\dfrac{-۱}{۶} \end{cases}$$

مشتق‌ناپذیر است، پس $\boxed{۶}=x$ هم بحرانی است.

در پایان توجه کنید که کل تابع در بازه‌ی $(-۱,۱۱]$ تعریف شده و لذا $x=-۱$ هم به عنوان نقطه‌ی ابتدایی دامنه، بحرانی محسوب می‌شود (مطمئنم که خیلی از شما این نقطه را فراموش کرده بودید!)

نهایتاً تابع دارای هفت نقطه‌ی بحرانی زیر است:

$$x=-۱,۲,۳,۴,۵,۶,۱۰$$

---

**تمرین:** به ازای کدام مقادیر $m$، تابع $f(x)=\sqrt{x^۲+m}$ دارای دو نقطه‌ی بحرانی است؟

۱) $\varnothing$ ۲) $m>۰$ ۳) $m<۰$ ۴) $R$

**پاسخ گزینه ۳**

تعداد نقاط بحرانی $f$، بستگی به مقدار $m$ دارد. سه حالت زیر را برای آن در نظر بگیرید:

**حالت اول:** $m=۰ \rightarrow f(x)=\sqrt{x^۲}=|x| \rightarrow$

واضح است که تابع در این حالت، یک نقطه‌ی بحرانی در $x=۰$ دارد.

**حالت دوم:** $m>۰ \rightarrow f(x)=\sqrt{x^۲+m}$

دامنه: $\mathbb{R}$

$$f'(x)=\frac{۲x}{۲\sqrt{x^۲+m}}=۰ \Rightarrow x=۰ \rightarrow$$

جزء دامنه( $\mathbb{R}$ ) هست و بحرانی می‌باشد، پس تابع در این حالت هم یک نقطه بحرانی دارد.

**حالت سوم:** $m<0 \rightarrow f(x)=\sqrt{x^2+m}$

دامنه: $x^2+m\geq 0 \Rightarrow x^2\geq -m \Rightarrow |x|\geq \sqrt{-m} \Rightarrow x\geq \sqrt{-m}$ یا $x\leq -\sqrt{-m}$

تا اینجا، دو نقطه ابتدایی و انتهایی دامنه یعنی $x=\pm\sqrt{-m}$ قطعاً بحرانی هستند.

$$f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+m}}=0 \Rightarrow x=0 \rightarrow$$

جزء محدوده‌ی $x\geq \sqrt{-m}$ یا $x\leq -\sqrt{-m}$ نیست، یعنی بحرانی نمی‌باشد. پس تابع در این حالت، دو نقطه‌ی بحرانی دارد.

بنابراین حالت مطلوب فقط در $m<0$ اتفاق می‌افتد.

**تست۵:** نقطه‌ای به طول صفر، برای تابع $f(x)=\begin{cases} x^2+x & x\geq 0 \\ a|x|+b & x<0 \end{cases}$ نقطه‌ی بحرانی نیست، $a+b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱− ۴) هیچ‌مقدار

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۴.

## پاسخ تست

**۵- گزینه ۳**

نقطه‌ی $x=0$ به عنوان نقطه‌ی لب مرز این تابع، قرار است بحرانی نباشد. یعنی تابع باید در این نقطه مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن مخالف صفر باشد.

ابتدا برای مشتق‌پذیری اقدام می‌کنیم. تابع باید در این نقطه پیوسته و دارای مشتقات چپ و راست برابر باشد:

**بررسی پیوستگی:**

$$x=0\begin{cases} f(0)=\text{حد راست} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی بالا}} 0 \\ \text{حد چپ} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی پایین}} b \end{cases}$$

پس باید:

$$\boxed{b=0}$$

**بررسی مشتق‌پذیری:**

$$x=0\begin{cases} f'_+(0) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی بالا}} 2x+1 \xrightarrow{x=0} 1 \\ f'_-(0) \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی پایین}} y=-ax+b \Rightarrow y'=-a \end{cases}$$

پس باید:

$$-a=1 \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

اکنون به ازای $a=-1$ و $b=0$، تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر و همان طور که دیدید، مشتق آن برابر ۱ است، پس $x=0$ بحرانی نیست.

**تمرین:** تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+b & x\geq ۰ \\ a\sqrt{۱-x^{۳}} & x<۰ \end{cases}$ دارای نقطه‌ی بحرانی نیست. $a-b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) هیچکدام

**پاسخ گزینه ٤**

نقطه‌ی $x=۰$ به عنوان نقطه‌ی مرزی، ممکن است بحرانی باشد. امّا از آن‌جا که قرار نیست که تابع دارای نقطه‌ی بحرانی باشد، پس تابع باید در نقطه‌ی $x=۰$ مشتق‌پذیر و دارای مشتقی مخالف صفر باشد.

برای مشتق‌پذیری، مانند تست قبل عمل کنید. با بررسی پیوستگی در نقطه‌ی $x=۰$ به معادله‌ی $a=b$ می‌رسید و از آن‌جا $a-b=۰$ و گزینه‌ی ۱ درست است!

آمّا !!! نکته‌ی انحرافی این است که مشتقات راست و چپ این تابع در $x=۰$، مستقل از مقادیر $a$ و $b$ برابر صفر هستند (امتحان کنید) و نقطه‌ی $x=۰$ حتماً بحرانی می‌باشد، پس عملاً چنین چیزی امکان‌پذیر نیست و مسئله جواب ندارد.

**تست٦: در کدام‌یک از توابع زیر، تمام نقاط دامنه‌ی تابع، بحرانی و مشتق‌پذیر هستند؟**

۱) $y=-۲x+[۲x]$

۲) $y=[۳x]+[-۳x]$

۳) $y=[\frac{x^۲}{x^۲+۵}]+[\frac{-x^۲}{x^۲+۶}]$

۴) هیچ‌کدام

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۴.

## پاسخ تست ٦- گزینه ٤

ادبیات سؤال را خوب درک کنید. می‌دانیم که نقاط بحرانی، یا مشتق‌ناپذیرند یا مشتق در آن‌ها برابر صفر است، پس اگر نقطه‌ی بحرانی بخواهد مشتق‌پذیر باشد، مشتق در آن نقطه حتماً برابر صفر است.

بنابراین دنبال تابعی هستیم که مشتق در همه‌ی نقاط دامنه‌ی آن، برابر صفر باشد.

**گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:**

**گزینه‌ی۱:** نقاطی وجود دارند که داخل براکت را صحیح می‌کنند و لذا ناپیوسته و بحرانی مشتق ناپذیرند. (مثل $x=\frac{۱}{۲}$، $x=۱$ و ...)

ضمناً نقاطی هم وجود دارند که داخل براکت را صحیح نمی‌کنند و مشتق‌پذیرند. در این نقاط، براکت نهایتاً به صورت عدد در آمده و با تابع $y=-۲x+k$ مواجه می‌شویم که مقدار مشتق آن در تمام این نقاط برابر $-۲$ می‌شود.

پس برخی نقاط دامنه اصلاً بحرانی نیستند و برخی دیگر، بحرانی مشتق ناپذیرند.

لذا این گزینه غلط است.

**گزینه‌ی۲:** بازهم برخی نقاط، داخل براکت را صحیح می‌کنند و بحرانی مشتق‌ناپذیرند. (مثل $x=\frac{۱}{۳}$ و $x=۱$ و...)

در نقاطی که داخل براکت را صحیح نمی‌کنند و مشتق‌پذیرند، براکت‌ها به صورت عدد در آمده و نهایتاً با تابع ثابت $y=k$ مواجه می‌شویم که مشتق در تمام این نقاط برابر صفر است.

پس برخی نقاط، بحرانی مشتق‌ناپذیر و برخی دیگر بحرانی دارای مشتق صفر هستند.

لذا این گزینه هم غلط است.

**گزینه‌ی۳:** گزینه‌ی بسیار خطرناکی است که مطمئنم که خیلی از شما به اشتباه به عنوان جواب تست انتخابش کرده‌اید. این گزینه را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

$$y=[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۵}]+[\frac{-x^{۲}}{x^{۲}+۶}]$$

$$۰\le x^{۲}<x^{۲}+۵\Rightarrow ۰\le\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۵}<۱\Rightarrow[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۵}]=۰$$

$$۰\le x^{۲}<x^{۲}+۶\Rightarrow ۰\le\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۶}<۱\Rightarrow -۱<\frac{-x^{۲}}{x^{۲}+۶}\le ۰\Rightarrow[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۶}]=\text{صفر یا }-۱$$

دقت کنید که مقدار این براکت، فقط $-۱$ نمی‌شود، بلکه در $x=۰$ برابر با صفر و در سایر نقاط برابر با $-۱$ است. پس نهایتاً این تابع به صورت زیر در می‌آید:

$$f(x)=\begin{cases}۰+۰=۰ & x=۰\\ ۰+(-۱)=-۱ & x\neq ۰\end{cases}$$

واضح است که همه‌ی نقاط این تابع، بحرانی دارای مشتق صفر هستند، به جز نقطه‌ی $x=۰$ که ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است. پس همین یک نقطه کار را خراب کرده و این گزینه هم درست نیست و گزینه‌ی ۴ پاسخ تست است.

---

**تمرین:** تابع $y=[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}]+[\frac{-x^{۲}-۱}{x^{۲}+۲}]$ **دارای چند نقطه‌ی بحرانی مشتق‌ناپذیر است؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

**پاسخ گزینه ۱**

گول نخورید! این بارهم حاصل براکت اول همواره برابر صفر می‌شود، اما برخلاف تست قبل، حاصل براکت دوم همواره برابر با $-۱$ است. ببینید:

$$۰<x^{۲}+۱<x^{۲}+۲\Rightarrow ۰<\frac{x^{۲}+۱}{x^{۲}+۲}<۱\Rightarrow -۱<\frac{-x^{۲}-۱}{x^{۲}+۲}<۰$$

پس تابع فوق، در تمام نقاط به صورت تابع ثابت $y=-۱$ در می‌آید و در تمام نقاط، مشتق آن برابر صفر است. پس تمام نقاط دامنه‌ی آن، بحرانی با مشتقی برابر با صفر هستند و هیچ بحرانی مشتق‌ناپذیری ندارد!

**تست۷:** تابع $f(x)=|(m-1)x^2+(m-1)x+1|$ فقط دارای یک نقطه‌ی بحرانی است. چند مقدار صحیح برای $m$ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۵

## جعبه‌ی آموزشی

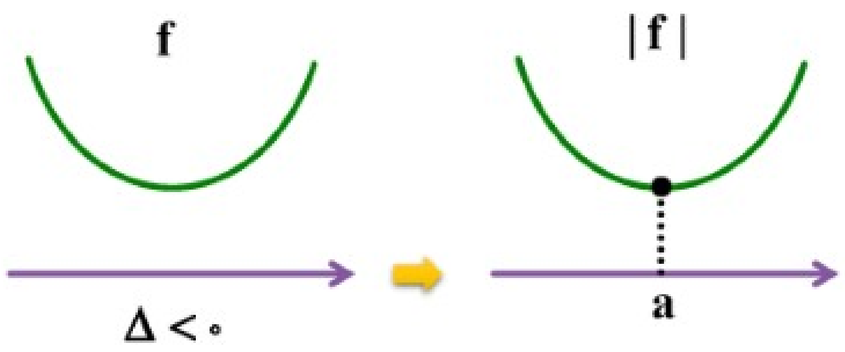
☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۴.

## پاسخ تست

**۷- گزینه ۳**

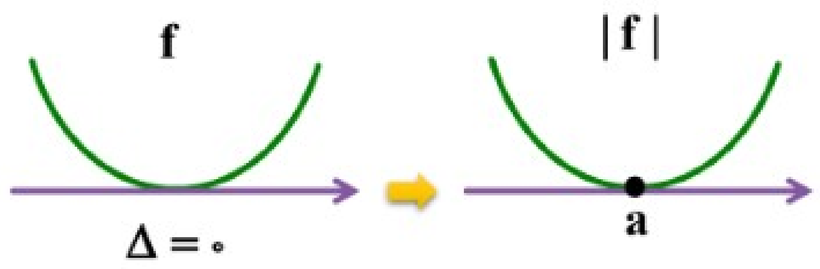
برای نمودار قدرمطلق یک تابع درجه‌ی۲، سه حالت متصور است:

**حالت اول:**



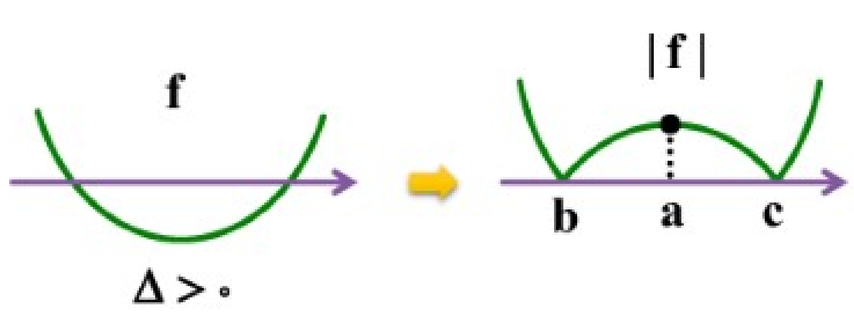

دارای یک نقطه‌ی بحرانی با مشتق صفر در $x=a$ است.

**حالت دوم:**




دارای یک نقطه‌ی بحرانی با مشتق صفر در $x=a$ است.

**حالت سوم:**




دارای یک نقطه‌ی بحرانی با مشتق صفر در $x=a$ و دو نقطه‌ی بحرانی گوشه و مشتق‌ناپذیر در ریشه‌های $f$ یعنی $x=b$ و $x=c$ است.

(واضح است در حالتی که دهانه‌ی نمودار درجه‌ی دو به سمت پایین باشد هم همین حالات تکرار می‌شود.)

چون می‌خواهیم که تابع یک نقطه‌ی بحرانی داشته باشد، پس باید دو حالت اول اتفاق افتاده باشد، یعنی:

$$\Delta \le ۰ \Rightarrow (m-۱)^۲ - ۴(m-۱) \le ۰ \Rightarrow m^۲ - ۶m + ۵ \le ۰ \Rightarrow ۱ \le m \le ۵$$

آمـــا!!! دقت کنید که به ازای $m=۱$، ضریب $x^۲$ در تابع درجه‌ی دو، برابر با صفر شـده و ایـن تـابع از فُـرم درجه‌ی دو خارج می‌شود و به صورت تابع ثابت $y=۱$ در می‌آید که دارای بی‌شمار نقطه‌ی بحرانـی اسـت و حالت مطلوب این تست نمی‌باشد. پس $۱ < m \le ۵$، قابل قبول است و چهار مقدار صحیح بـرای $m$ وجـود دارد.

**تمرین:** **تابع $f(x)=|(۳m+۱)x^۲ + ۴x + m|$ دارای سه نقطـه‌ی بحرانـی اسـت. اگـر مقـادیر $m$ در بازه‌ی $(a,b)$ باشند، بزرگ‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

**پاسخ گزینه ۳**

با توجه به آن‌چه در پاسخ تست قبل گفتیم، این بار باید حالت $\Delta > ۰$ رخ دهد:

$$(۴)^۲ - ۴(۳m+۱)(m) > ۰ \Rightarrow -۱۲m^۲ - ۴m + ۱۶ > ۰ \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } -۴} ۳m^۲ + m - ۴ < ۰ \Rightarrow \frac{-۴}{۳} < m < ۱$$

به نظر می‌آید که بازه‌ی $(a,b)$ به صورت $(-\frac{۴}{۳},۱)$ است و $b-a=\frac{۷}{۳}$،

آمـــا! دقت کنید که به ازای $m=\frac{-۱}{۳}$، در اینجا هم ضریب $x^۲$ در تابع درجه‌دو، برابر با صفر شـده و تـابع از فرم درجه‌ی دو خارج می‌شود، ولی این بار به صورت قدرمطلق خط در می‌آید که فقـط دارای یـک نقطـه‌ی بحرانی در ریشه‌ی ساده‌ی داخل قدرمطلق است. ببینید:

$$m=\frac{-۱}{۳} \rightarrow f(x)=|۴x - \frac{۱}{۳}|$$

پس این حالت، مطلوب تست نبوده و مقادیر قابل قوبل $m$ باید به صورت زیر اعلام شوند:

$$(\frac{-۴}{۳},۱) - \{\frac{-۱}{۳}\} \rightarrow (\frac{-۴}{۳},\frac{-۱}{۳}) \text{ یا } (\frac{-۱}{۳},۱)$$

در بازه‌ی $(\frac{-۴}{۳},\frac{-۱}{۳})$، $b-a=\frac{۲}{۳}$ و در بازه‌ی $(\frac{-۱}{۳},۱)$، $b-a=\frac{۴}{۳}$ است.

چون بیشترین مقدار $b-a$ سؤال شده، مقدار $\frac{۴}{۳}$ درست است.

**تست۸: اگر تابع $f$ در بازه‌ی $[a,b]$ پیوسته و $f(a)=f(b)$ باشد، در صورتی که $f'$ در هیچ نقطه‌ای برابر صفر نشود، این تابع در بازه‌ی $(a,b)$ دارای ..... نقطه‌ی بحرانی است.**

۱) صفر ۲) دقیقاً یک ۳) حداقل یک ۴) حداکثر یک

## جعبه‌ی آموزشی

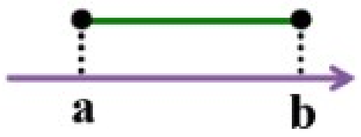
☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۴.

## پاسخ تست

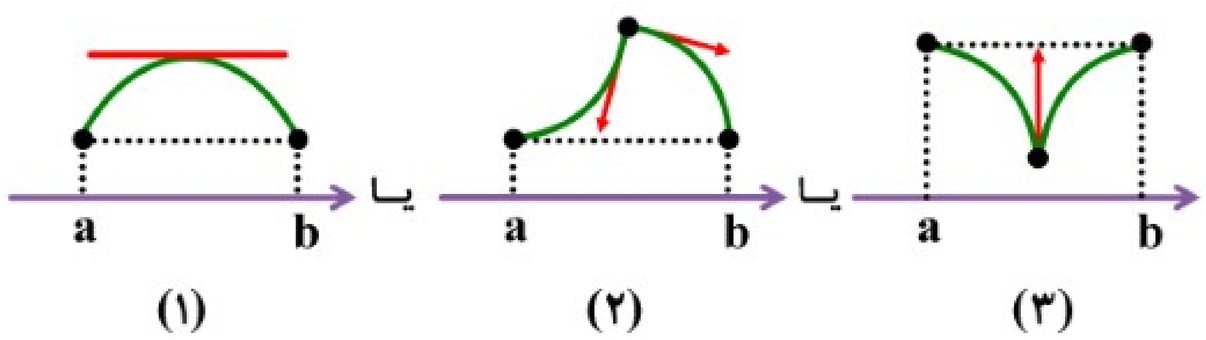
**۸- گزینه ۳**

حل این تست، نیاز به کمی استدلال و تصور نموداری دارد. از آن‌جا که مقدار تابع در ابتدا و انتهای بازه باهم برابر است. دو حالت وجود دارد:

**حالت اول:** تابع، ثابت است و مقدار تابع در تمام نقاط آن باهم برابر است.



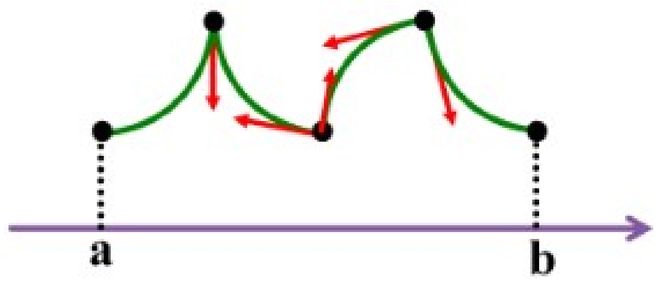

**حالت دوم:** تابع، ثابت نیست و برای آن که مقدار آن در ابتدا و انتها بتوانند برابر شوند، اصطلاحاً دارای برگشت است.




از آن‌جا که مطابق صورت تست، قرار است که $f'$ در هیچ نقطه‌ای صفر نشود، پس حالت اول رخ نداده و شکل شماره (۱) از حالت دوم هم اتفاق نیافتاده است.

بنابراین تابع در بازه‌ی $(a,b)$ قطعاً دارای یک نقطه‌ی بحرانی مشتق‌ناپذیر (گوشه، بازگشت یا عطف قائم) است.

البته ممکن است تعداد این نقاط بیش از یکی باشد، مثلاً:




بنابراین حداقل یک نقطه‌ی بحرانی (از نوع مشتق‌ناپذیر) پاسخ این تست است.

**تمرین:** **تابع $f$ در بازه‌ی $[a,b]$ پیوسته و در بازه‌ی $(a,b)$ فاقد نقطه‌ی بحرانی است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این تابع در بازه‌ی $(a,b)$ درست است؟**

۱) اکیداً یکنواست.
۲) یکنوای غیر اکید است.
۳) ثابت است.
۴) بسته به شرایط تابع $f$، هر کدام از گزینه‌های ۱ ، ۲ و ۳ می‌توانند درست باشند.

**پاسخ گزینه ۱**

نمودار تابع را تصور کنید. با توجه به عدم وجود نقطه‌ی بحرانی، هیچ برگشتی در تابع وجود ندارد و قطعاً به صورت صعودی یا نزولی اکید خواهد بود.

**تست۹:** تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}2x+5 & -2\le x\le -1\\ x^2+1 & -1<x<1\\ -x+2 & 1\le x\le 2\end{cases}$ به ترتیب دارای چند نقطه‌ی می‌نیمم نسبی و چند نقطه‌ی ماکزیمم نسبی است؟

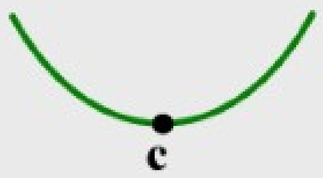
۱) ۱-صفر　　۲) ۱-۱　　۳) ۱-۲　　۴) ۲-۱

## جعبه‌ی آموزشی

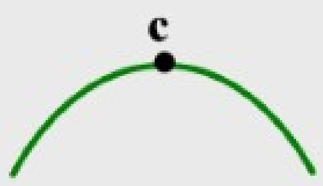
### اکسترمم‌های نسبی

☑ دو نوع نقطه‌ی اکسترمم نسبی وجود دارد:

۱) می‌نیمم نسبی: نقطه‌ای است که در یک همسایگی اطرافش، نسبت به نقاط مجاور، کمترین مقدار را دارد.



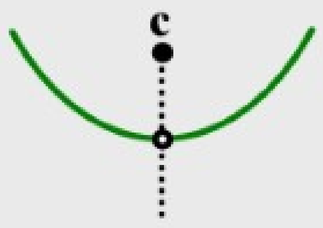

۲) ماکزیمم نسبی: نقطه‌ای است که در یک همسایگی اطرافش، نسبت به نقاط مجاور، بیشترین مقدار را دارد.




تذکر ۱- دقت کنید! همین که مقدار تابع در نقطه‌ی اکسترمم نسبی، از مقدار تابع در یک همسایگی اطرافش، کمتر (یا بیشتر) باشد، کافی است. یعنی لازم نیست که مقدار در آن از تمام نقاط موجود در دامنه‌ی تابع، کمتر (یا بیشتر) باشد.

تذکر ۲- برخلاف تصور خیلی از بچه‌ها، تابع در نقطه‌ی اکسترمم نسبی، لزوماً پیوسته نیست.

مثلاً:

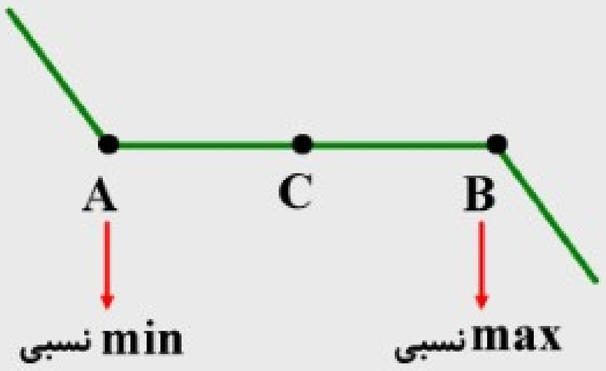



تابع در نقطه‌ی $C$، ناپیوسته است و ماکزیمم نسبی هم دارد.

دقت کنید که باید به مقدار توپر تابع در نقطه $C$ توجه کنید و آن را با مقادیر مجاورش مقایسه کنید.

**تذکر ۳- در اکسترمم‌های نسبی، حالت تساوی هم می‌تواند رخ دهد، یعنی مقدار تابع در نقطه‌ی اکسترمم نسبی می‌تواند با مقادیر تابع در همسایگی‌های اطرافش برابر هم باشد.**

**مثلاً:**




**مقدار تابع در نقطه‌ی A، از مقدار تابع در نقاط موجود در همسایگی چپش کمتر و با مقدار تابع در نقاط موجود در همسایگی راستش برابر است. با این حال می‌نیمم نسبی محسوب می‌شود و به طریق مشابه، نقطه B نیز ماکزیمم نسبی است.**

**پس نتیجه می‌شود که:**

**نقاط روی خط افقی مثل نقطه‌ی C، هم مینیمم نسبی و هم ماکزیمم نسبی هستند.**

---

**تذکر ٤- نقاط ابتدایی و انتهایی دامنه، هرگز اکسترمم نسبی نیستند، چون تابع در همسایگی دو طرفه‌ی آن‌ها، وجود ندارد.**

---

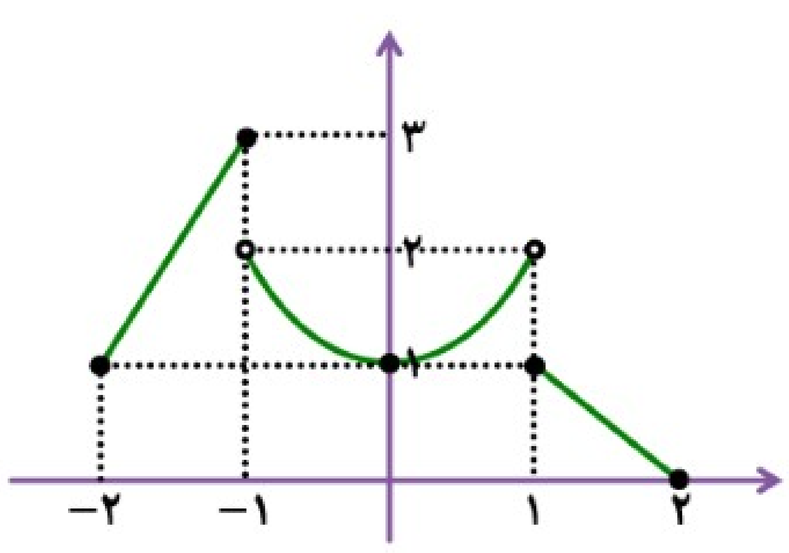
☑ **برای پیدا کردن اکسترمم‌های نسبی یک تابع، مانند بررسی یکنوایی عمل می‌کنیم. یعنی:**

**اولویت اول: رسم نمودار و پیدا کردن اکسترمم‌ها از روی شکل.**

**اولیت دوم: استفاده از تعیین علامت مشتق که در جعبه‌ی آموزشی تست ۱۳ با این فضا آشنا خواهید شد.**

**پاسخ تست ۹- گزینه ۲**

با توجه به آن‌چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، اولویت بر این است که با رسم نمودار تابع، اکسترمم‌ها را پیدا کنیم:




واضح است که $x=0$، می‌نیمم نسبی و $x=-1$ ماکزیمم نسبی است. (به مقدار توپر آن‌ها توجه کنید.)

**اشتباه نکنید ۱! :** نقاط $x=\pm 2$ به عنوان نقاط ابتدایی و انتهایی دامنه، عمراً! اکسترمم نسبی نیستند.

**اشتباه نکنید ۲! :** نقطه‌ی $x=1$ اکسترمم نسبی نیست، چون اگر به مقدار توپر آن توجه کنید، از مقادیر تابع در همسایگی چپش کمتر و از مقادیر تابع در همسایگی راستش بیشتر است، پس نه می‌نیمم نسبی است و نه ماکزیمم نسبی.

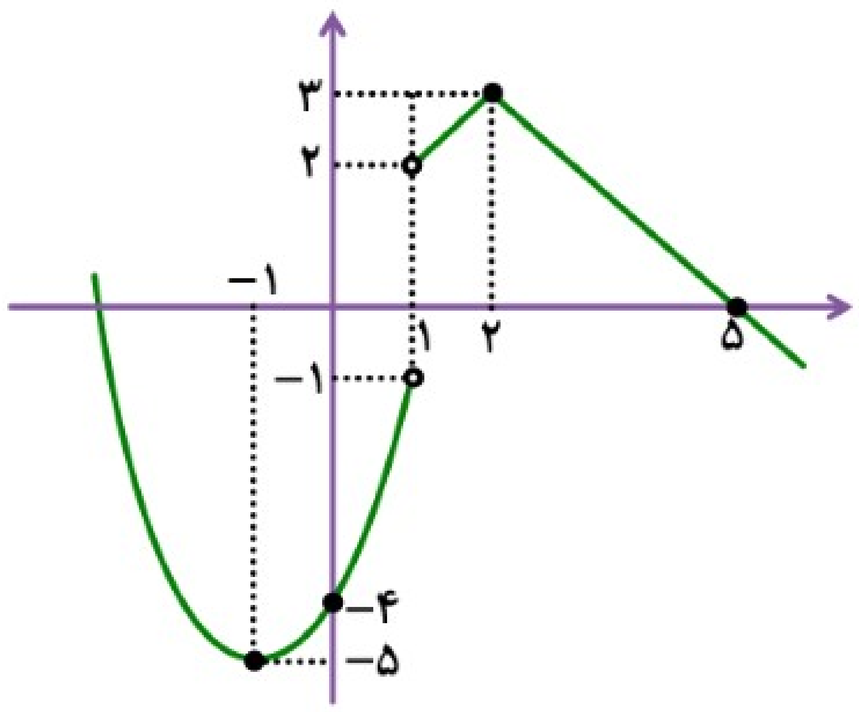
**تمرین:** تابع $f(x)=\begin{cases} -|x-2|+3 & x>1 \\ m & x=1 \\ x^2+2x-4 & x<1 \end{cases}$ **دارای دو نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.** $m$

**چند مقدار صحیح نمی‌تواند اختیار کند؟**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

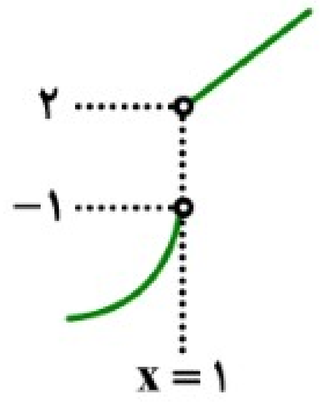
**پاسخ گزینه ۳**

نمودار تابع را رسم کنید:

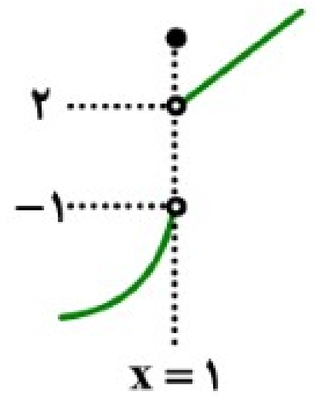



واضح است که مستقل از مقدار $m$، تابع در نقاط $x=-1$ و $x=2$ به ترتیب دارای می‌نیمم نسبی و ماکزیمم نسبی است و تا اینجا دو اکسترمم نسبی را حتماً داریم.

اما نقطه‌ی $x=1$ نقطه‌ی خطرناکی است که با توجه به مقدار تابع در این نقطه، ممکن است اکسترمم نسبی بشود یا نشود! یک بار دیگر، نمودار تابع در همسایگی این نقطه را ببینید:

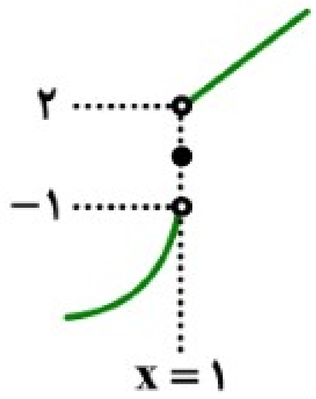


سه حالت زیر ممکن است اتفاق بیافتد:



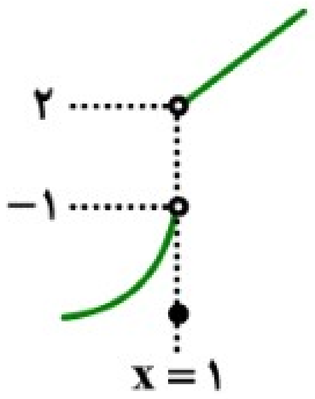

$2 < f(1)$

(۳)




$-1 \le f(1) \le 2$

(۲)




$f(1) < -1$

(۱)

$x = 1$ در شکل (۱)، می‌نیمم نسبی و در شکل (۳)، ماکزیمم نسبی است و لذا تعداد کل اکسترمم‌های نسبی تابع برابر ۳ خواهد شد که مطلوب سؤال نیست.

ولی در شکل (۲)، $x = 1$ اکسترمم نسبی نیست و تابع همان دو اکسترمم را در $x = -1$ و $x = 2$ خواهد داشت. پس باید:

$$-1 \le f(1) \le 2 \Rightarrow -1 \le m \le 2 \rightarrow m = -1, 0, 1, 2$$

**تست۱۰:** تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۳x-۴ & x\in\mathbb{Z}-\{۰\} \\ ۰ & x=۰ \end{cases}$ در بازه‌ی $(-۴,۲)$ به ترتیب دارای چند می‌نیمم نسبی و چند ماکزیمم نسبی است؟

۱) ۱-صفر ۲) ۱-۱ ۳) ۲- صفر ۴) ۲-۱

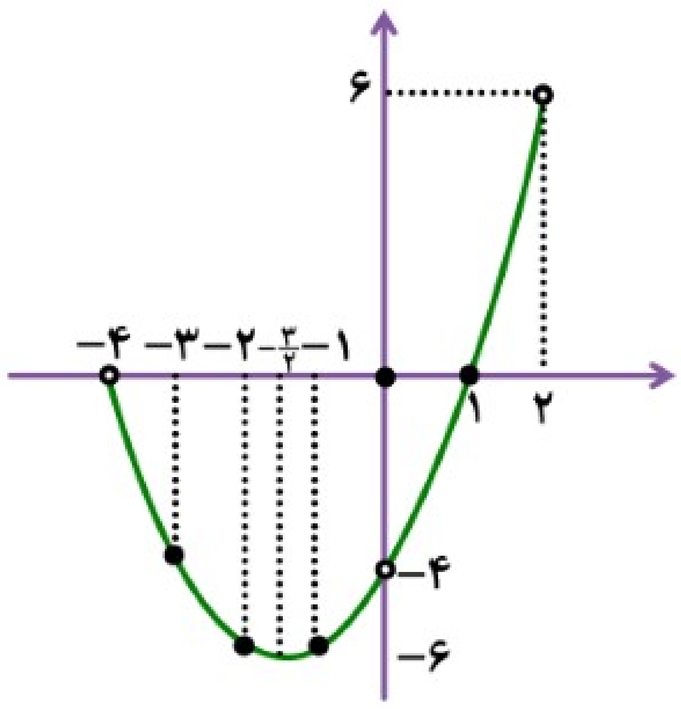
## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۹.

## پاسخ تست

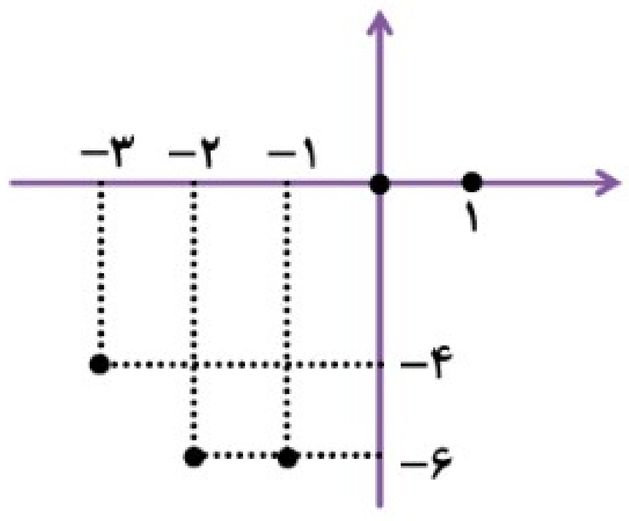
**۱۰- گزینه ٤**

کافی است نمودار تابع را رسم کنیم و تنها نکته‌ی قابل توجه، دقت کردن به دامنه‌ی تابع است که فقط در اعداد صحیح تعریف شده است. ببینید:




اشتباه نکنید! نقطه‌ی $x=\frac{-۳}{۲}$ را به عنوان نقطه‌ی می‌نیمم نسبی اعلام نکنید، چون اصلاً عدد صحیح نیست و جزء محدوده‌ی تعریف تابع نمی‌باشد.

یعنی عملاً فقط با پنج نقطه مواجهید:



نقاط $x=-۳$ و $x=۱$ به عنوان نقاط ابتدایی و انتهایی، اکسترمم نسبی نیستند.

در نقطه‌ی $x=-۲$ ، مقدار تابع از مقدار تابع در نقطه‌ی $x=-۳$ به عنوان همسایگی چپش کمتر و با مقدار تابع در نقطه‌ی $x=-۱$ به عنوان همسایگی راستش برابر است. پس می‌نیمم نسبی است.

نقطه‌ی $x=-۱$ هم به طریق مشابه می‌نیمم نسبی است.

در نقطه‌ی $x=۰$، مقدار تابع از مقدار تابع در نقطه‌ی $x=-۱$ به عنوان همسایگی چپش بیشتر و با مقدار تابع در نقطه‌ی $x=۱$ به عنوان همسایگی راستش برابر است. پس ماکزیمم نسبی است.

بنابراین تابع در این بازه، دارای دو نقطه می‌نیمم نسبی و یک نقطه ماکزیمم نسبی است.

---

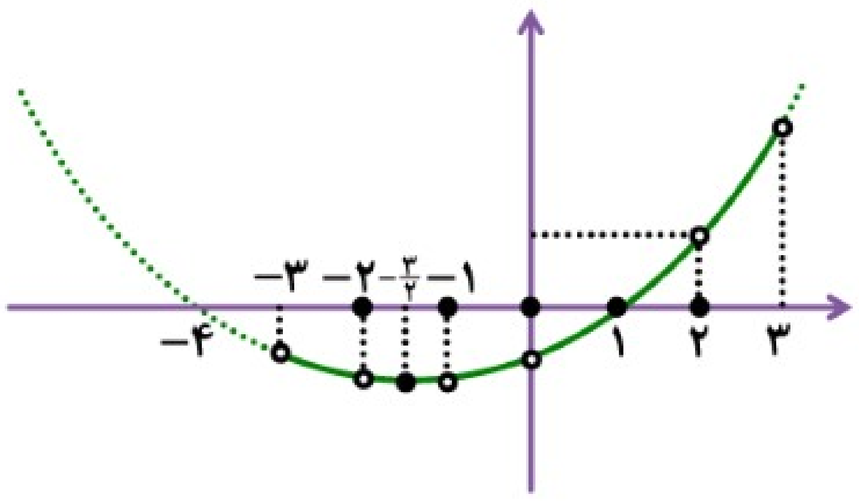
**تمرین:** **تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+۳x-۴ & x\notin\mathbb{Z} \\ ۰ & x\in\mathbb{Z} \end{cases}$ در بازه‌ی $(-۳,۳)$ به ترتیب دارای چند می‌نیمم نسبی و چند ماکزیمم نسبی است؟**

۱) ۱ـ صفر ۲) ۱ـ ۲ ۳) ۱ـ ۳ ۴) ۲ـ ۳

**پاسخ گزینه ٤**

دقت کنید که برخلاف تست قبل، این بار تابع در $\mathbb{R}$ تعریف شده است. خروجی به ازای اعداد صحیح برابر با صفر و به ازای اعداد غیرصحیح، از ضابطه‌ی $y=x^۲+۳x-۴$ به دست می‌آید.

مطابق معمول، نمودار را رسم کنید:




با توجه به شکل، در بازه‌ی $(-۳,۳)$، نقطه‌ی $x=\frac{-۳}{۲}$ واضحاً می‌نیمم نسبی است.

امیداوارم ببینید و درک کنید که نقاط $x=-۲$ و $x=-۱$ و $x=۰$، ماکزیمم نسبی و نقطه‌ی $x=۲$ می‌نیمم نسبی است. (همانطور که قبلاً گفته بودم، حتماً به مقدار توپُر این نقاط توجه کنید!)

ضمناً نقطه‌ی $x=۱$ نه می‌نیمم نسبی است و نه ماکزیمم نسبی!

پس تابع در این فاصله دارای ۲ نقطه‌ی می‌نیمم نسبی و ۳ نقطه‌ی ماکزیمم نسبی است.

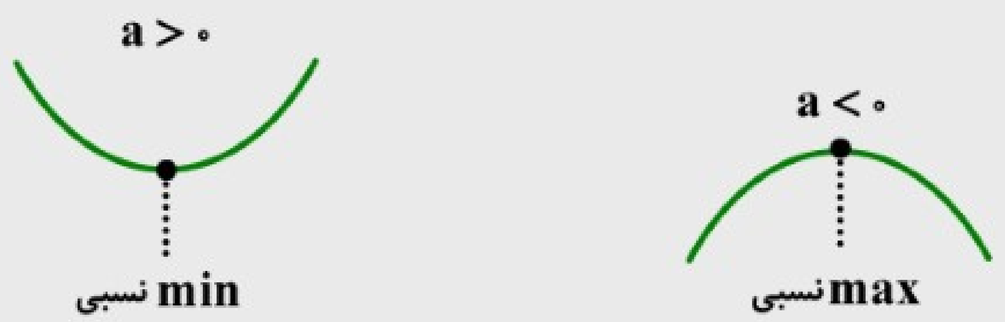
**تست ۱۱:** در تابع $f(x)=(a-۲)x^۲-x+۵$، نقطه‌ی $x=۱$ در یک همسایگی اطرافش، نسبت به نقاط مجاور، بیشترین مقدار را دارد. مقدار $a$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۱ ۴) هیچ‌مقدار

## جعبه‌ی آموزشی

### اکسترمم نسبی در تابع درجه‌ی دو

☑ واضح است که تابع درجه‌ی دوم $y=ax^۲+bx+c$ فقط دارای یک نقطه‌ی اکسترمم نسبی در رأس سهمی است که بدون نیاز به مشتق، از رابطه‌ی $x=\frac{-b}{۲a}$ به دست می‌آید.




## پاسخ تستی

**۱۱- گزینه ٤**

ادبیات سؤال دقیقاً به معنای آن است که نقطه‌ی $x=۱$ باید نقطه‌ی ماکزیمم نسبی تابع باشد، پس با توجه به آن‌چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، این نقطه باید رأس سهمی درجه‌ی دو باشد، یعنی:

$$x_{\text{رأس}}=۱\Rightarrow\frac{-b}{۲a}\rightarrow\frac{۱}{۲(a-۲)}=۱\Rightarrow a-۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=\frac{۵}{۲}$$

آمـــا! دقت کنید که به ازای $a=\frac{۵}{۲}$، ضریب $x^۲$ در تابع درجه‌ی دو، مثبت شده و تابع به صورت ∪ در می‌آید و دارای می‌نیمم نسبی است، نه ماکزیمم نسبی!

پس هیچ مقداری برای $a$ وجود ندارد.

**تمرین:** مقدار تابع $f(x)=۲mx^۲-mx+۲$ در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی آن برابر با یک است، چند مقدار برای $m$ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

**پاسخ گزینه ۱**

معنای سؤال این است که مقدار تابع در نقطه‌ی رأس سهمی آن باید برابر یک شود. یعنی:

$$x_{\text{رأس}}=\frac{-b}{۲a}\rightarrow\frac{m}{۴m}=\frac{۱}{۴}$$

$$y_{\text{رأس}}=f(\frac{۱}{۴})=۲m(\frac{۱}{۴})^۲-m(\frac{۱}{۴})+۲=\frac{-m}{۸}+۲\rightarrow y_{\text{رأس}}=۱\Rightarrow\frac{-m}{۸}+۲=۱\Rightarrow m=۸$$

آمّـــا! در اینجاهم به ازای $m=۸$ به تابع $f(x)=۱۶x^۲-۸x+۲$ می‌رسیم که به صورت ∪ بوده و دارای مینیمم نسبی است، نه ماکزیمم نسبی!

**تست۱۲:** نقطه‌ای به طول صفر برای تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x} & x\neq 0\\ 2 & x=0\end{cases}$ به ترتیب بحرانی .....، اکسترمم نسبی ..... و اکسترمم مطلق ..... . در جاهای خالی به ترتیب چه کلماتی قرار می‌گیرند؟

۱) هست، هست، هست
۲) هست، نیست، نیست
۳) نیست، نیست، هست
۴) نیست، نیست، نیست

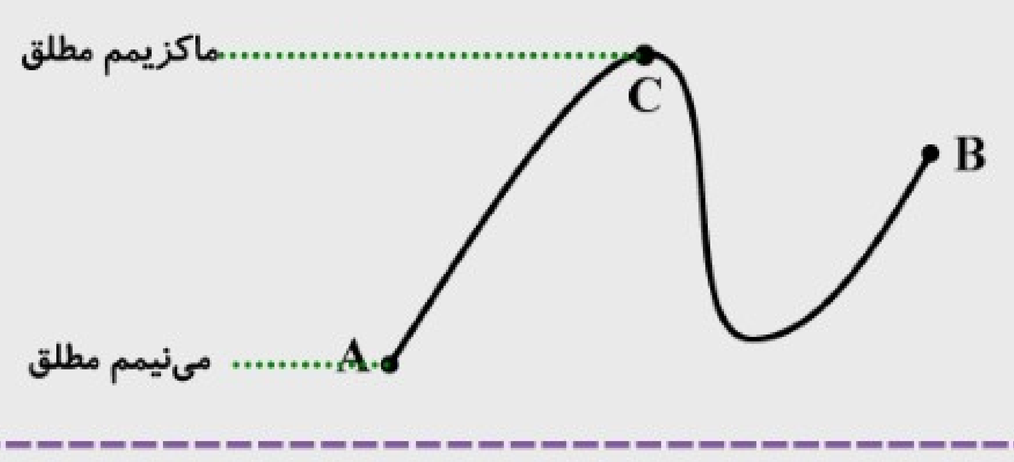
## جعبه‌ی آموزشی

### اکسترمم‌های مطلق

☑ دو نوع اکسترمم مطلق وجود دارد:

۱) مینیمم مطلق: کمترین مقدار تابع در دامنه‌ی تعریفش است.

۲) ماکزیمم مطلق: بیشترین مقدار تابع در دامنه‌ی تعریفش است.




تذکر ۱- منظور از اعلام نقاط اکسترمم مطلق، اعلام y این نقاط است.

تذکر ۲- برخلاف اکسترمم‌های نسبی، اکسترمم‌های مطلق می‌توانند در نقاط ابتدایی یا انتهایی دامنه‌ی تابع هم اتفاق بیافتند. (مثل نقطه‌ی A در شکل بالا)

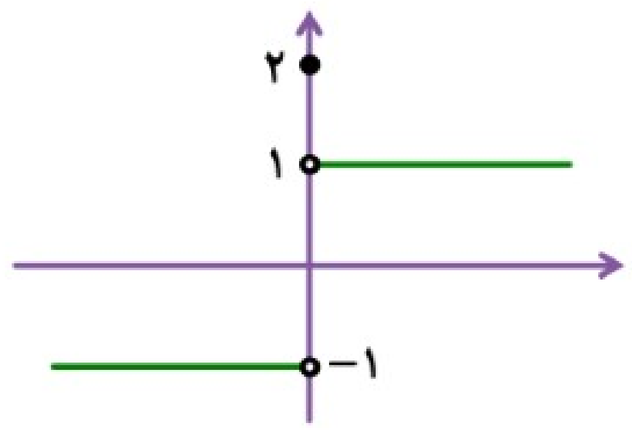
تذکر ۳- اگر اکسترمم‌های مطلق در نقاط میانی بازه رخ دهند، حتماً در نقاط اکسترمم نسبی اتفاق می‌افتند (مثل نقطه‌ی C در شکل بالا)

☑ برای پیدا کردن اکسترمم‌های مطلق هم مانند اکسترمم‌های نسبی و مبحث یکنوایی، اولویت با رسم نمودار است.

**پاسخ تستی ۱۲- گزینه ۱**

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x}=1 & x>0\\ 2 & x=0\\ \frac{-x}{x}=-1 & x<0\end{cases}$$




واضح است که نقطه‌ی $x=0$، ناپیوسته است، مشتق‌ناپذیر و بحرانی است.

بیشترین مقدار را نسبت به نقاط مجاورش در یک همسایگی و اصولاً بیشترین مقدار را نسبت به نقاط موجود در کل دامنه‌ی تابع دارد. بنابراین هم ماکزیمم نسبی و هم ماکزیمم مطلق است.

---

**تمرین: می‌نیمم مطلق و ماکزیمم مطلق تابع** $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{[x]} & x<0\\ \frac{2x}{|x|} & x\geq 0\end{cases}$ **به ترتیب کدام است؟**

۱) صفر – ۱ ۲) ندارد – ۱ ۳) ندارد – ۲ ۴) صفر – ۲

**پاسخ گزینه ۳**

ابتدا نمودار ضابطه‌ی پایین را رسم کنید. می‌دانید:

$$\frac{2x}{|x|}\xrightarrow{x\geq 0}\frac{2x}{x}=2$$

پس برای رسم، کافی است تابع ثابت $y=2$ را در $x\geq 0$ رسم کنید.

اما رسم نمودار ضابطه‌ی بالا کمی سخت است. به تحلیل زیر دقت کنید:

واضح است که طبق مفهوم براکت، همواره می‌توان نوشت:

$$[x]\leq x$$

و از آن‌جا که در این سؤال، $x<0$ است، داریم:

$$[x]\leq x<0$$

با تقسیم طرفین این نامساوی به $[x]$ که در $x<0$ حتماً عددی منفی است، جهت نامساوی عوض شده و لذا:

$$1\geq\frac{x}{[x]}>0$$

پس خروجی این تابع به ازای $x<0$ همواره در بازه‌ی $(0,1]$ و به ازای $x>0$ مقدار ثابت ۲ می‌باشد.

بنابراین می‌توان ادعا کرد که ماکزیمم مطلق این تابع برابر ۲ است و می‌نیمم مطلق ندارد. (چون هیچ وقت واقعاً صفر نمی‌شود.)

**تست۱۳:** تابع $f$ روی بازه‌ی $[a,b]$ تعریف شده و $a<c<b$ است. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) اگر $c$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی باشد، حتماً تابع $f$ در این نقطه پیوسته است.

ب) اگر $c$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی و $f'(c)$ موجود باشد، حتماً خط مماس بر منحنی $f$ در این نقطه افقی است.

ج) اگر $c$ نقطه‌ی ماکزیمم نسبی باشد و $f'(c)$ موجود باشد، حتماً آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع $f$ در همسایگی سمت چپ این نقطه، مثبت است.

د) اگر $c$ نقطه‌ی اکسترمم مطلق باشد، حتماً بحرانی است.

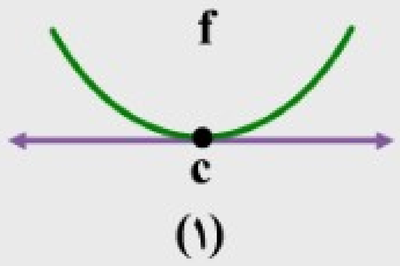
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

## جعبه‌ی آموزشی

### پیدا کردن اکسترمم‌های نسبی توابع پیوسته از طریق مشتق

☑ در جعبه‌ی آموزشی تست ۹ گفتیم که در صورت عدم امکان رسم نمودار تابع، می‌توان اکسترمم‌های نسبی را نیز مانند بحث یکنوایی، از طریق تعیین علامت مشتق به دست آورد.

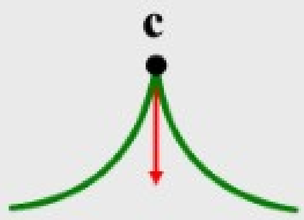
☑ در نقطه‌ی می‌نیمم نسبی یک تابع پیوسته، از آن‌جا که تابع از حالت نزولی به صعودی می‌رود، می‌توان گفت که در واقع مشتق تابع از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد:



(۱)

| | c | |
|---|---|---|
| f | نزولی | صعودی |
| f′ | − | + |

☑ در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی یک تابع پیوسته، از آن‌جا که تابع از حالت صعودی به نزولی می‌رود، می‌توان گفت که در واقع مشتق تابع از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد:



(۲)

| | c | |
|---|---|---|
| f | صعودی | نزولی |
| f′ | + | − |

☑ نتیجه: به طور کلی، در نقاط اکسترمم نسبی، مشتق تابع در حال تغییر علامت است. **پس:**

**مقدار مشتق در خود نقاط اکسترمم نسبی، باید حتماً یا صفر باشد (مثل شکل شماره (۱) بالا) یا موجود نباشد (مثل شکل شماره (۲) بالا)** (خب این تعریف نقطه بحرانیه دیگه!) **پس:**

هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی حتماً بحرانی است.

**امّا برعکس این موضوع، لزوماً درست نیست. یعنی:**

**هر نقطه‌ی بحرانی، لزوماً اکسترمم نسبی نیست.**

**مثلاً در شکل‌های زیر، نقطه‌ی $C$ بحرانی هست، ولی اکسترمم نسبی نیست:**

---

☑ حرف آخر: **در واقع می‌توان گفت:**

**در نقطه بحرانی، فقط کافی است که مشتق برابر صفر یا ناموجود باشد.**

**در نقطه‌ی اکسترمم نسبی، مشتق علاوه بر صفر یا ناموجود بودن، باید تغییر علامت هم بدهد.**

در واقع، نقاط اکسترمم نسبی، بحرانی‌هایی هستند که مشتق در آن‌ها علاوه بر صفر شدن (یا ناموجود بودن)، تغییر علامت هم می‌دهد.

---

☑ حرف آخر آخر!:

نقاط اکسترمم نسبی، بحرانی‌هایی هستند که ریشه‌های مکرر زوج $f'$ نباشند.

**(اگر به جعبه‌ی آموزشی تست ۲۹ از آزمون اول ریاضیزیست مراجعه کنید، در آن جا گفتیم که یک تابع در ریشه‌های مکرر زوج، تغییر علامت نمی‌دهد، پس در این ریشه‌ها، $f'$ فقط صفر می‌شود و تغییر علامت نمی‌دهد، یعنی این نقاط، بحرانی هستند ولی اکسترمم نسبی نیستند.)**

---

**مثال:** **اگر $f' = x(x-1)^3(x-2)^4$، تابع $f$ چند نقطه‌ی بحرانی و چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد؟**

پاسخ

$x = 0,1,2$ همگی ریشه‌های $f'$ و لذا نقاط بحرانی تابع $f$ هستند.

در $x=0$ و $x=1$ که به ترتیب ریشه‌های ساده و مکرر فرد $f'$ هستند، صفر شدن $f'$ همراه با تغییر علامت رخ می‌دهد، پس این نقاط اکسترمم نسبی هم هستند. اما در نقطه‌ی $x=2$ که ریشه‌ی مکرر زوج $f'$ است، $f'$ صفر می‌شود ولی تغییر علامت نمی‌دهد، پس اکسترمم نسبی نیست.

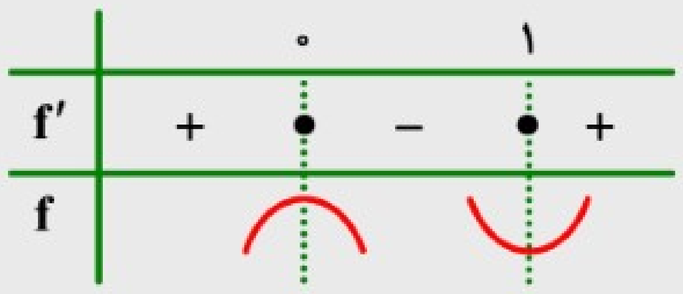
بنابراین تابع $f$ دارای ۳ نقطه‌ی بحرانی و ۲ نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.

**مثال:** **در مثال قبل، اکسترمم‌های نسبی تابع $f$، از چه نوعی هستند؟**

**پاسخ**

گفتیم که $x=0$ و $x=1$ اکسترمم‌های نسبی تابع $f$ هستند. برای تشخیص جنس آن‌ها (می‌نیمم یا ماکزیمم) باید جدول تعیین علامت $f'$ را رسم کنیم تا ببینیم $f'$ در این نقاط از چه علامتی به چه علامتی تغییر می‌کند.

(بد نیست به تعیین علامت خفن! آریان حیدری در جعبه‌ی آموزشی تست ۲۹ از آزمون اول ریاضزیست مراجعه کنید.)




پس $x=0$ ماکزیمم نسبی و $x=1$ می‌نیمم نسبی تابع هستند.

---

**تذکر** **صحبت‌هایی که در مورد تغییر علامت مشتق در نقطه‌ی اکسترمم نسبی داشتیم، با فرض پیوسته بودن تابع $f$ است. (به تیتر جعبه‌ی آموزشی دقت کنید!)**

**در صورت ناپیوسته بودن تابع (که معمولاً در کنکور اتفاق نمی‌افتد یا اگر هم اتفاق بیافتد، از طریق اولویت اول یعنی رسم نمودار، تست را حل می‌کنیم)، این مطلب لزوماً صحیح نیست.**

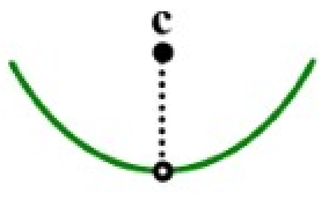
**مثلاً در شکل مقابل، تابع ناپیوسته‌ی $f$ در نقطه‌ی $C$، می‌نیمم نسبی دارد،**

**ولی $f'$ در این نقطه، تغییر علامت نداده و هم قبل از $C$ و هم بعد از $C$، مثبت است.**

**پاسخ تستی** **۱۳- گزینه ۳**

**موارد را بررسی می‌کنیم:**

**الف)** قبلاً در جعبه‌ی آموزشی تست ۹ هم گفته بودیم که پیوستگی، به هیچ وجه شرط لازم برای اکسترمم نسبی بودن نیست:



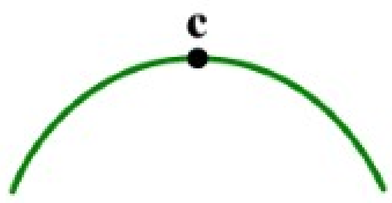

تابع در نقطه‌ی $c$، ناپیوسته، ولی دارای ماکزیمم نسبی است.

پس این مورد غلط است.

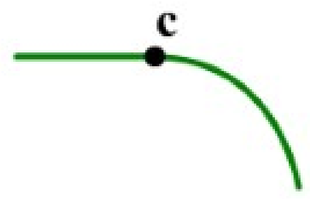
**ب)** اگر $c$ اکسترمم نسبی باشد، پس طبق جعبه‌ی آموزشی، حتماً بحرانی است و لذا $f'$ در آن یا صفر است یا موجود نیست، چون تأکیدشده ک $f'(c)$ موجود است، پس حتماً $f'$ برابر صفر است، به عبارتی شیب خط مماس بر $f$ در این نقطه، صفر و خط مماس افقی است.

این مورد درست است.

**ج)** اگر $c$ ماکزیمم نسبی باشد، طبق جعبه‌ی آموزشی، به شرط آنکه تابع $f$ پیوسته باشد، $f'$ یا همان آهنگ لحظه‌ای تغییرات $f$ در این نقطه از مثبت (در همسایگی چپ) به منفی (در همسایگی راست) تغییر می‌کند.

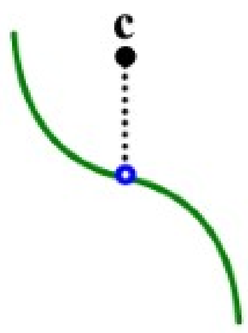



آمـــا! در جعبه‌ی آموزشی تست ۹ گفته بودیم که در نقاط اکسترمم نسبی، حالت تساوی هم ممکن است رخ دهد. یعنی:




همان‌طور که می‌بینید در این شکل، $f'$ از صفر به مثبت تغییر کرده است. پس نهایتاً می‌توان ادعا کرد که در همسایگی چپ نقطه‌ی ماکزیمم نسبی، $f'$ مثبت یا صفر است.

تازه! اگر تابع $f$ در نقطه‌ی $c$ ناپیوسته باشد، حتی $f'$ در همسایگی چپ نقطه‌ی ماکزیمم نسبی، می‌تواند منفی هم باشد! ببینید:




خلاصه که این مورد نادرست است.

**د)** اگر $c$ نقطه‌ی اکسترمم مطلق باشد، طبق جعبه‌ی آموزشی تست ۱۲ یا ابتدا و انتهای دامنه است یا اکسترمم نسبی می‌باشد. از آن‌جا که در صورت تست، قید شده که $C$ در ابتدا و انتهای دامنه نیست $(a < c < b)$، پس حتماً اکسترمم نسبی است و طبق جعبه‌ی آموزشی همین تست، حتماً بحرانی است.

این مورد درست است.

نهایتاً موارد «الف» و «ج»، نادرست و موارد «ب» و «د»، درست هستند ← گزینه‌ی۳ جواب است.

**تمرین:** **تابع $f$ روی بازه‌ی $[a,b]$ تعریف شده و در نقطه‌ی $c$ دارای اکسترمم نسبی باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) نقطه‌ی $c$ حتماً بحرانی است.
۲) در نقطه‌ی $c$، مشتق تابع حتماً برابر صفر است.
۳) در نقطه‌ی $c$، مشتق تابع حتماً تغییر علامت می‌دهد.
۴) همه‌ی موارد.

پاسخ **گزینه ۱**

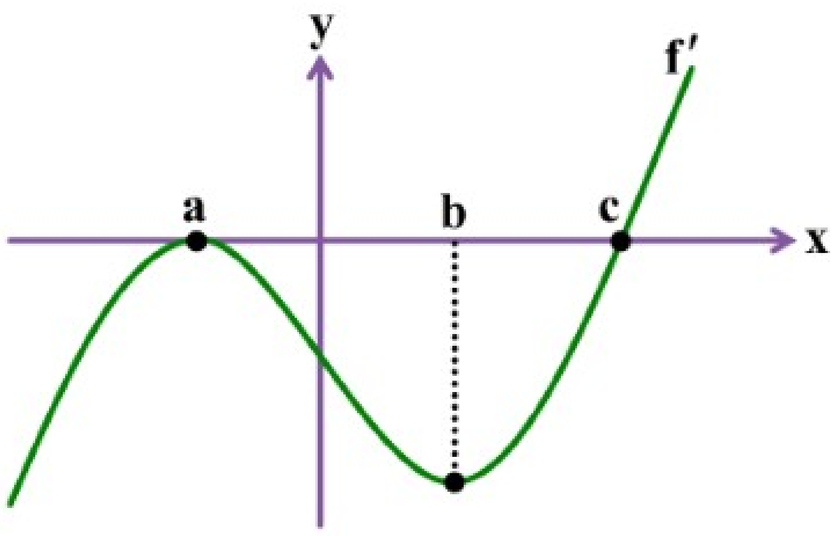
با توجه به جعبه‌ی آموزشی، گزینه‌ی ۱ که تابلو درست است!

**امّا دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:**

**گزینه‌ی ۲:** چون نقطه‌ی اکسترمم نسبی، بحرانی هم هست، $f'$ در این نقطه ممکن است ناموجود باشد.

**گزینه‌ی۳:** در نقطه‌ی اکسترمم نسبی، اگر تابع ناپیوسته باشد، $f'$ ممکن است تغییر علامت ندهد.

**تست۱٤:** شکل مقابل، نمودار مشتق تابع $f$ است.
چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این تابع، صحیح است؟




الف) تابع $f$ در بازه‌ی $(-\infty, a)$ اکیداً صعودی است.

ب) تابع $f$ دارای دو نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.

ج) تابع $f$ در بازه‌ی $(-\infty, c]$ اکیداً نزولی است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌های آموزشی تست‌های ۱ و ۱۳.

## پاسخ تست

**۱٤- گزینه ۲**

اولین نکته‌ی مهم در این تست، این است که دقت کنید که نمودار داده شده، نمودار خود تابع $f$ نیست، بلکه نمودار مشتق آن یعنی $f'$ است.

مثلاً مبادا نقاط $x=a$ و $x=b$ را به عنوان نقاط اکسترمم نسبی معرفی کنید!

مبادا تابع را در بازه‌ی $(-\infty, a)$ صعودی اعلام کنید!

با این مقدمه، برویم برای حل تست:

۱) طبق جعبه‌ی آموزشی تست ۱۳، اکسترمم‌های نسبی، ریشه‌های غیر مکرر زوج $f'$ هستند، پس $x=c$ تنها اکسترمم نسبی تابع $f$ است.

دقت کنید که $x=a$ ریشه‌ی مکرر زوج $f'$ است، یعنی $f'$ در آن صفر می‌شود، اما همان طور که می‌بینید تغییر علامت نمی‌دهد، یعنی این نقطه برای تابع $f$، بحرانی هست، امّا اکسترمم نسبی نیست.

ضمناً اگر جنس اکسترم را در $x=c$ بخواهید، چون $f'$ در این نقطه از منفی به مثبت تغییر علامت داده، پس می‌نیمم نسبی است.

۲) طبق جعبه‌ی آموزشی تست ۱، تابع $f$ در بازه‌هایی که $f'$ منفی است، اکیداً نزولی و در بازه‌هایی که $f'$ مثبت است، اکیداً صعودی می‌باشد. پس در اینجا تابع در بازه‌ی $(-\infty, c)$ که $f'$ منفی است (نمودار آن، زیر محور $x$ هاست.) اکیداً نزولی و در بازه‌ی $(c, +\infty)$ که $f'$ مثبت است (نمودار آن، بالای محور $x$ هاست.) اکیداً صعودی می‌باشد.

با توجه به آن چه گفتیم، موارد «الف» و «ب» نادرست و مورد «ج» درست است.

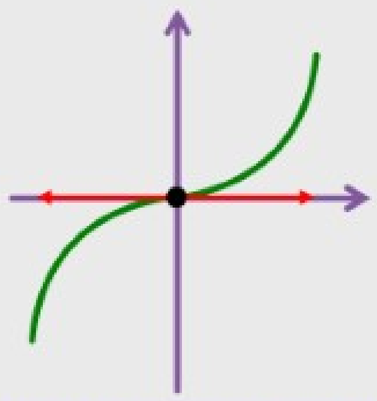
← گزینه‌ی ۲ جواب تست است.

**تذکر** تفکر غلطی که در بسیاری از دانش‌آموزان وجود دارد، این است که این تابع را در بـازه‌ی $(-\infty,c)$ اکیـداً نزولی می‌دانند، ولی در بازه‌ی $[-\infty,c)$ خیر!

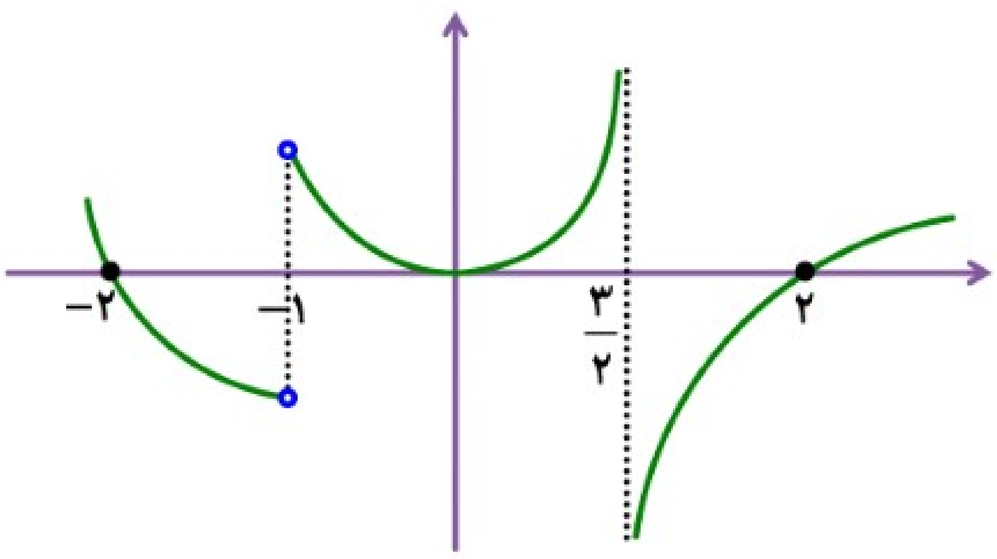
استدلال آن‌ها این است که چون در نقطه‌ی $c$، $f'$ برابر صفر شده، پس نمی‌توان ادعا کرد که $f'$ همواره منفی است، بلکه همواره منفی یا صفر است و لذا تابع در این فاصله، نزولی غیر اکید است.

این باور کاملاً غلط می‌باشد! دقت کنید که صفر شدن $f'$ در یک یا تعداد متناهی از نقاط، باعث ثابت شدن تـابع و خارج شدن آن از حالت اکید نمی‌شود.

مثلاً در تابع $y=x^3$، مقدار $y'$ در نقطه‌ی $x=0$، برابر صفر است، اما این تابع را اکیداً صعودی می‌دانیم:



**تمرین:** نمودار مشتق تابع پیوسته‌ی $f$ در زیر رسم شده است. حاصل ضـرب طـول نقـاط اکسـترمم نسبی این تابع، کدام است؟




۱) صفر
۲) $-۴$
۳) $-۶$
۴) ۶

**پاسخ** **گزینه ٤**

با توجه به آن‌چه گفتیم، قطعاً نقطه‌ی $x=0$ اکسترمم نسبی نیست و نقاط $x=\pm۲$ اکسترمم نسبی هستند. امّا به نقاط $x=-۱$ و $x=\frac{۳}{۲}$ دقت کنید! اگرچه $f'$ در این نقاط موجود نیست، اما چـون در $x=-۱$ از منفـی به مثبت و در $x=\frac{۳}{۲}$ از مثبت به منفی تغییر علامت داده است، این نقاط هـم اکسـترمم نسـبی هسـتند و پاسخ تست برابر است با:

$$(-۲)(-۱)(\frac{۳}{۲})(۲)=۶$$

**تست۱۵:** اگر $f$ یک تابع چند جمله‌ای و عبارت $f-f'$ از درجه‌ی ۶ باشد، تابع $f$ به ترتیب، حداقل و حداکثر چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی می‌تواند داشته باشد؟

۱) صفر – ۵ ۲) صفر – ۶ ۳) ۱ – ۶ ۴) ۱ – ۵

## جعبه‌ی آموزشی

### تعداد ریشه‌ها در یک معادله از درجه‌ی n

☑ به دو نکته‌ی زیر دقت کنید:

**نکته۱:** چند جمله‌ای از درجه‌ی $n$، حداکثر $n$ ریشه‌ی ساده دارد.

**نکته۲:** چند جمله‌ای از درجه‌ی فرد، حداقل یک ریشه‌ی غیر مکرر زوج دارد.

---

**مثال۱:** چند جمله‌ای از درجه‌ی ۳، حداقل یک و حداکثر سه ریشه غیرمکرر زوج دارد.

**مثال۲:** چند جمله‌ای از درجه‌ی ۴، حداکثر چهار ریشه غیرمکرر زوج دارد، ولی نمی‌توان ادعا کرد که حداقل یک ریشه غیرمکرر زوج دارد! این موضوع در مورد درجات فرد برقرار است. یعنی این چند جمله‌ای، ممکن است اصلاً ریشه نداشته باشد.

## پاسخ تست ۱۵- گزینه ٤

اولاً واضح است که اگر $f$ یک چند جمله‌ای از درجه‌ی $n$ باشد، $f'$ یک چند جمله‌ای از درجه‌ی $n-1$ است. مثلاً:

$$f(x)=x^{3}+3x^{2}-7x+5 \quad \Rightarrow \quad f'(x):3x^{2}+6x-7$$

(درجه‌ی ۳) (درجه‌ی ۲)

ثانیاً وقتی دو چند جمله‌ای از درجات مختلف، از هم کم می‌شوند، درجه‌ی چند جمله‌ای حاصل، همان درجه‌ی چند جمله‌ای با درجه‌ی بزرگ‌تر است. مثلاً:

$$(x^{3}+3x^{2}-7x+5)-(3x^{2}+6x-7)=x^{3}-13x+12$$

(درجه‌ی ۳) (درجه‌ی ۲) (درجه‌ی ۳)

پس در اینجا وقتی $f-f'$ از درجه‌ی ۶ است.، حتماً چند جمله‌ای با درجه‌ی بزرگ‌تر یعنی $f$ از درجه‌ی ۶ بوده و لذا $f'$ از درجه‌ی ۵ است.

می‌دانیم که اکسترمم‌های نسبی تابع پیوسته‌ی $f$، ریشه‌های غیر مکرر زوج $f'$ هستند. پس کافی است بررسی کنیم که یک چند جمله‌ای از درجه‌ی ۵، حداقل و حداکثر چند ریشه‌ی غیر مکرر زوج دارد؟

پس یک چند جمله‌ای از درجه‌ی ۵ (مانند $f'$ در این سؤال)، حداقل یک و حداکثر پنج ریشه‌ی غیر مکرر زوج دارد، به عبارتی تابع $f$ در این سؤال، حداقل یک و حداکثر پنج نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد.

---

**تمرین: اگر $f$ یک تابع چند جمله‌ای و $f\times f'$ از درجه‌ی ۹ باشد، تابع $f$ به ترتیب، حداقل و حداکثر چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی می‌تواند داشته باشد؟**

۱) ۱-۹ ۲) صفر-۹ ۳) صفر-۴ ۴) ۱-۴

**پاسخ گزینه ۳**

وقتی دو چند جمله‌ای از درجات مختلف در هم ضرب می‌شوند، درجه‌ی چند جمله‌ای حاصل، از جمع درجات چند جمله‌ای‌های قبلی به دست می‌آید (امتحان کنید) پس وقتی $f$ از درجه‌ی $n$ و $f'$ از درجه‌ی $n-1$ در هم ضرب می‌شوند، چند جمله‌ای $f\times f'$ از درجه‌ی $(n)+(n-1)$ خواهد بود. یعنی:

$$2n-1=9\Rightarrow n=5$$

پس $f$ از درجه‌ی ۵ و $f'$ از درجه‌ی ۴ است و طبق جعبه‌ی آموزشی، $f'$ حداکثر دارای چهار ریشه‌ی ساده است، اما در بدترین حالت، ممکن است اصلاً ریشه‌ی غیر مکرر زوج نداشته باشد!

دقت کنید که گفته بودیم چند جمله‌ای از درجه‌ی فرد، حداقل دارای یک ریشه‌ی غیر مکرر زوج است. مثلاً چند جمله‌ای $(x-1)^4$ فقط یک ریشه‌ی مکرر زوج در $x=1$ دارد و فاقد ریشه‌ی غیر مکرر زوج است.

پس تابع $f$ حداقل صفر و حداکثر چهار اکسترمم نسبی می‌تواند داشته باشد.

**تست ۱۶:** تابع $f(x)=\frac{x^۳}{۳}-\frac{x^۲}{۲}-۳x$ دارای ماکزیمم نسبی و می‌نیمم نسبی با طول‌های $m$ و $n$ است. اگر حاصل $۷m^۲+۳n^۲$ به صورت $\alpha+۲\sqrt{\beta}$ باشد، $\alpha-\beta$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲۲ ۳) ۴۴ ۴) ۴۸

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۱۳.

## پاسخ تست

**۱۶- گزینه ۲**

می‌دانیم که اکسترمم‌های نسبی، ریشه‌های غیر مکرر زوج $f'$ هستند. پس:

$$f(x)=\frac{x^۳}{۳}-\frac{x^۲}{۲}-۳x \Rightarrow f'(x)=x^۲-x-۳$$

یعنی اکسترمم‌های نسبی این تابع $(n,m)$، ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دو $x^۲-x-۳=۰$ هستند. طبق صورت تست، حاصل عبارت $۷m^۲+۳n^۲$ بین ریشه‌ها پرسیده شده است که مطابق جعبه‌ی آموزشی تست ۲۴ از آزمون دوم ریاضیست، با کمی ساده کردن و استفاده از $S$ و $P$ داریم:

$$۷m^۲+۳n^۲=(۵m^۲+۲m^۲)+(۵n^۲-۲n^۲)=(۵m^۲+۵n^۲)+(۲m^۲-۲n^۲)$$

$$=۵(m^۲+n^۲)+۲(m^۲-n^۲)=۵(S^۲-۲P)+۲(ST)$$

واضح است که در معادله‌ی $x^۲-x-۳=۰$ داریم:

$$\begin{cases} S=۱ \\ P=-۳ \\ T=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}=\sqrt{۱۳} \end{cases}$$

پس حاصل عبارت فوق برابر است با:

$$۵((۱)^۲-۲(-۳))+۲(۱)(\sqrt{۱۳})=۳۵+۲\sqrt{۱۳}$$

از مقایسه‌ی این مقدار با عبارت $\alpha+۲\sqrt{\beta}$ داریم:

$$\begin{cases} \alpha=۳۵ \\ \beta=۱۳ \end{cases} \Rightarrow \alpha-\beta=۲۲$$

**تمرین:** تابع $f(x)=\frac{x^۳}{۳}-\frac{mx^۲}{۲}+(m^۲-۴)x+۵$ دارای دو نقطه‌ی اکسترمم نسبی است، به طوریکه قدر مطلق اکسترمم نسبی منفی تابع از اکسترمم نسبی مثبت آن، بزرگ‌تر است. حدود $m$ کدام است؟

۱) $-۲<m<۲$ ۲) $۰<m<۲$ ۳) $۱<m<۲$ ۴) $-۲<m<۰$

**پاسخ گزینه ٤**

می‌دانید که اکسترمم‌های نسبی تابع، ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم زیر هستند:

$$f'(x)=x^۲-mx+m^۲+m^۲-۴=۰$$

پس قرار است این معادله‌ی درجه‌ی دو، دارای دو ریشه‌ی مختلف العلامت باشد، به طوری که اندازه‌ی ریشه منفیه! از اندازه‌ی ریشه مثبته! بیشتر باشد. طبق آن چه در جعبه‌ی آموزشی تست ۲۶ از آزمون دوم ریاضیزیست داشتیم، لازم است که:

$$\begin{cases} ac<۰ \Rightarrow (۱)(m^۲-۴)<۰ \Rightarrow m^۲-۴<۰ \Rightarrow -۲<m<۲ \\ S<۰ \Rightarrow \frac{-b}{a} \rightarrow m<۰ \end{cases}$$

اشتراک بازه‌های فوق، $-۲<m<۰$ است.

**تست۱۷:** تابع $f(x)=\frac{x^۲-۲ax}{x^۲+۲}$ دارای دو نقطه‌ی اکسترمم نسبی است. $a$ چند مقدار صحیح از بازه‌ی $(-۲,۲)$ را می‌تواند اختیار کند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

## جعبه‌ی آموزشی

### نقاط بحرانی و اکسترمم‌های نسبی در توابع کسری

☑ در توابع کسری به فرم کلی $y=\frac{f}{g}$ می‌توان نقاط بحرانی را از حل معادله‌ی زیر به دست آورد:

$$\frac{f}{g}=\frac{f'}{g'}$$

☑ در واقع کافی است، تابع را با هوپیتالش مساوی قرار دهیم.

☑ اثبات:

می‌دانیم که در حالت عادی، برای پیدا کردن نقاط بحرانی، باید نقاطی که مشتق تابع در آن‌ها صفر یا ناموجود است را به دست آوریم. ببینید:

$$y=\frac{f}{g}\Rightarrow y'=\frac{f'g-g'f}{g^۲}$$

$$\rightarrow\begin{cases}۱)\ y'=\text{ناموجود}\Rightarrow g^۲=۰\Rightarrow g=۰\rightarrow \text{ریشه‌های } g\text{، عضو دامنه‌ی خود تابع نیستند و بحرانی نمی‌باشند}\\ ۲)\ y'=۰\Rightarrow f'g-g'f=۰\Rightarrow f'g=g'f\Rightarrow \frac{f}{g}=\frac{f'}{g'}\end{cases}$$

☑ طبق معمول، اکسترمم‌های نسبی هم همان بحرانی‌های به دست آمده از معادله‌ی بالا هستند، به شرط آن که ریشه‌های غیر مکرر زوج باشند.

**پاسخ تست**

**۱۷- گزینه ۳**

نقاط بحرانی واکسترمم نسبی این تابع کسری را مطابق جعبه‌ی آموزشی به دست می‌آوریم:

$$\frac{x^۲-۲ax}{x^۲+۲}=\frac{۲x-۲a}{۲x}\Rightarrow\frac{x^۲-۲ax}{x^۲+۲}=\frac{x-a}{x}\Rightarrow x^۳-۲ax^۲=x^۳-ax^۲+۲x-۲a\Rightarrow ax^۲+۲x-۲a=۰$$

برای آن که تابع مورد نظر، دو اکسترمم نسبی داشته باشد، لازم است که معادله‌ی اخیر، دو ریشه‌ی ساده داشته باشد. پس:

$$\Delta>۰\Rightarrow ۴-۴(a)(-۲a)>۰\Rightarrow ۴+۸a^۲>۰$$

واضح است که نامساوی اخیر همواره برقرار است و احتمالاً تمام اعداد صحیح واقع در بازه‌ی $(-۲,۲)$ یعنی $\pm۱$ و $a=۰$ باید اعلام شوند،

آمـــا! اگر $a=۰$ باشد، معادله‌ی $ax^۲+۲x-۲=۰$ از فُرم درجه‌ی ۲ خارج شده و فقط یک ریشه‌ی ساده می‌دهد که قابل قبول نیست. پس فقط $a=\pm۱$ قابل قبول و گزینه‌ی ۳ درست است. (شبیه این اتفاق را در تست ۷ همین آزمون تجربه کرده بودیم.)

---

**تمرین: اگر نقطه‌ای به مختصات $(۱,\frac{۱}{۲})$، اکسترمم نسبی تابع $f(x)=\frac{\sqrt{x}+a}{bx+۱}$ باشد، $a-b$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟**

۱) $-۱$ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) $-۱$ یا صفر

**پاسخ**

**گزینه ۱**

**اولاً:** مختصات این نقطه‌ی اکسترمم به عنوان یکی از نقاط واقع بر تابع، باید در ضابطه‌ی تابع صدق کند، یعنی:

$$f(۱)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۱+a}{b+۱}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{b\neq-۱}۲+۲a=b+۱\Rightarrow\boxed{۲a+۱=b}\quad(۱)$$

**ثانیاً:** $x=۱$ به عنوان طول نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع باید در معادله‌ی برابری تابع و هوپیتالش صدق کند، یعنی:

$$\frac{\sqrt{x}+a}{bx+۱}=\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{b}\xrightarrow{x=۱\text{ را در معادله صدق می‌دهیم}}\frac{۱+a}{b+۱}=\frac{۱}{۲b}\xrightarrow{b\neq-۱,۰}$$

$$۲b+۲ab=b+۱\Rightarrow b+۲ab=۱\Rightarrow\boxed{b(۱+۲a)=۱}\quad(۲)$$

از معادله (۱) در معادله‌ی (۲) جای‌گذاری کرده و به جای عبارت $2a+1$، مقدار $b$ را قرار دهید:

$$b^2=1\Rightarrow b=\pm1\rightarrow\begin{cases}b=1\Rightarrow a=0\Rightarrow a-b=-1\\b=-1\Rightarrow a=-1\Rightarrow a-b=0\end{cases}$$

ولی دقت کنید!

همان‌طور که در روند حل معادلات دیدید، $b=-1$ ریشه‌ی مخرج بوده و غیر قابل قبول است، پس فقط $b=1$ و $a=0$ و $a-b=-1$ قابل قبول است.

**تست۱۸:** تفاضل فواصل یک نقطه بر روی محور $x$ها، از دو نقطـه‌ی $A(1,5)$ و $B(7,-2)$ بیشـترین مقدار ممکن است. تفاضل مقادیر ممکن برای طول این نقطه کدام است؟ (برگرفته از ریاضی خارج ۹۳)

۱) ۴ ۲) $\frac{۳۷}{۷}$ ۳) $\frac{۴۰}{۷}$ ۴) ۱۱

## جعبه‌ی آموزشی

### بهینه‌سازی

☑ مسائلی است که هدف نهایی آن‌ها، پیدا کردن مقدار می‌نـیمم یـا مـاکزیمم یـک کمیـت ریاضـی، فیزیکـی، هندسی یا ... است.

☑ در واقع در یک مسئله‌ی بهینه‌سازی، شما باید یک مسئله که به زبان واقعی مطرح شده را به زبان ریاضی و بـه صورت یک تابع بنویسید و اکسترمم مطلق آن تابع را به دست آورید.

☑ برای حل مسائل بهینه‌سازی، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

مرحلـه‌ی۱: آن چـه قـرار اسـت مـاکزیمم یـا مـی‌نـیمم شـود را بـه زبـان ریاضـی و بـه صـورت یـک تـابع می‌نویسیم. (تابع هدف)

مرحلـه‌ی۲: آن‌چـه مسـئله بـه عنـوان فـرض داده اسـت را بـه زبـان ریاضـی و بـه صـورت یـک تـابع می‌نویسیم (تابع فرض)

مرحله‌ی۳: معمولاً تابع هدف، دو متغیره است و باید به کمک تابع فرض، تک متغیره شود.

مرحله‌ی۴: اکسترمم مطلق تابع هدف تک متغیره شده را پیدا می‌کنیم.

تذکر ۱- معمولاً در مسائل بهینه‌سازی، اکسترمم‌های مطلق در نقاط ابتدایی و انتهایی دامنه اتفاق نمـی‌افتنـد، بلکه در اکسترمم‌های نسبی رخ می‌دهند. پس پیدا کردن اکسترمم‌های نسبی کافی است.

تذکر ۲- می‌دانیم که برای پیدا کردن اکسترمم‌های نسبی، بحرانی‌ها را پیدا کرده و ریشه‌های غیر مکرر زوج را به عنوان اکسترمم نسبی اعلام می‌کنیم. اما در مسائل بهینه‌سازی، معمولاً تمام نقـاط بحرانـی، اکسـترمم نسـبی هستند و لذا کافی است نقاط بحرانی را پیدا کنیم.

☑ پس در واقع مرحله‌ی ۴ به این صورت در می‌آید:

مرحله‌ی۴: نقاط بحرانی تابع تک متغیره‌ی حاصل را پیدا می‌کنیم.

**مثال:** از بین مستطیل‌هایی با محیط ۴۰، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد. طول، عرض و مساحت آن چقدر است؟

پاسخ

مسئله را طبق مراحل گفته شده حل می‌کنیم:

**مرحله‌ی۱:** تابع هدف را می‌نویسیم:

کمیتی که قرار است ماکزیمم شود، مساحت مستطیل است، اگر طول مستطیل را $a$ و عرض آن را $b$ فرض کنیم:

$$\boxed{S=a\times b}$$

**مرحله‌ی۲:** تابع فرض را می‌نویسیم:

$$P=۴۰\Rightarrow ۲(a+b)=۴۰\Rightarrow a+b=۲۰\Rightarrow \boxed{b=۲۰-a}$$

**مرحله‌ی۳:** به کمک تابع فرض، تابع هدف را تک متغیره می‌کنیم:

$$S=a\times b\xrightarrow{b=۲۰-a} a\times(۲۰-a)\Rightarrow S=-a^{۲}+۲۰a$$

**مرحله‌ی۴:** نقاط بحرانی تابع حاصل را به دست می‌آوریم:

$$S'=۰\Rightarrow -۲a+۲۰=۰\Rightarrow a=۱۰$$

البته چون تابع $S$، تابعی درجه‌دو است، می‌توانیم بدون نیاز به مشتق، نقطه‌ی رأس سهمی را به عنوان نقطه‌ی بحرانی و اکسترمم اعلام کنیم که بازهم به همین جواب می‌رسیم. پس:

$$a=۱۰\xrightarrow{a+b=۲۰} b=۱۰\Rightarrow S=a\times b=۱۰۰$$

یعنی بین این مستطیل‌ها، مستطیلی که طول و عرض آن برابر ۱۰ است (در واقع مربع است!) بیشترین مساحت را دارد که برابر ۱۰۰ می‌باشد.

پاسخ تستی

**۱۸- گزینه ۳**

طبق مراحل جعبه‌ی آموزشی عمل می‌کنیم:

**مرحله‌ی۱:** تابع هدف را می‌نویسیم:

نقطه‌ی مورد نظر بر روی محور $x$ها را $(x,۰)$ در نظر گرفته و تفاضل فواصل آن از نقاط $A$ و $B$ را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$f(x)=\sqrt{(x-۱)^{۲}+(۰-۵)^{۲}}-\sqrt{(x-۷)^{۲}+(۰-(-۲))^{۲}}\Rightarrow f(x)=\sqrt{(x-۱)^{۲}+۲۵}-\sqrt{(x-۷)^{۲}+۴}$$

**مراحل ۲و ۳:** همان‌طور که می‌بینید، تابع هدف، تک متغیره است و نیازی به تابع فرض نداریم.

**مرحله‌ی۴:** نقاط بحرانی تابع حاصل را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\frac{۲(x-۱)}{۲\sqrt{(x-۱)^۲+۲۵}}-\frac{۲(x-۷)}{۲\sqrt{(x-۷)^۲+۴}}=۰\Rightarrow$$

$$\frac{x-۱}{\sqrt{(x-۱)^۲+۲۵}}=\frac{x-۷}{\sqrt{(x-۷)^۲+۴}}\xrightarrow{\text{طرفین را به توان دو می‌رسانیم}}$$

$$\frac{(x-۱)^۲}{(x-۱)^۲+۲۵}=\frac{(x-۷)^۲}{(x-۷)^۲+۴}\Rightarrow(x-۱)^۲(x-۷)^۲+۴(x-۱)^۲=(x-۱)^۲(x-۷)^۲+۲۵(x-۷)^۲\Rightarrow$$

$$۴(x-۱)^۲=۲۵(x-۷)^۲\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}۲|x-۱|=۵|x-۷|$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲(x-۱)=۵(x-۷)\Rightarrow x=۱۱\\ \text{یـا}\\ ۲(x-۱۱)=۵(-x+۷)\Rightarrow x=\frac{۳۷}{۷}\end{cases}$$

پس در واقع دو نقطه به مختصات $(۱۱,۰)$ و $(\frac{۳۷}{۷},۰)$ روی محور $x$ها وجود دارند که تفاضل فواصل هر کدام از آن‌ها از نقاط $(۱,۵)$ و $(۷,-۲)$ کمتر از تفاضل فواصل سایر نقاط روی محور $x$ها از این دو نقطه است.
سؤال نهایتاً تفاضل طول‌های این دو نقطه را پرسیده است:

$$۱۱-\frac{۳۷}{۷}=\frac{۴۰}{۷}$$

---

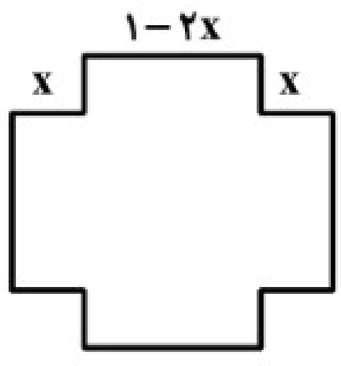
**تمرین: یک قطعه مقوای مربعی به ضلع ۱ متر داریم. از چهار گوشه‌ی آن مربع‌هایی جـدا مـی‌کنیم و چهار لبه‌ی مقوا را بالا می‌آوریم تا بتوانیم یک مکعب مستطیل با بیشترین حجم ممکن بسازیم. ارتفاع ایـن مکعب مستطیل کدام گزینه می‌تواند باشد؟**

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۱}{۶}$

**پاسخ گزینه ۳**

امیدوارم فهمیده باشید که با انجام عملیات بالا، با مکعب مستطیلی بـه طـول و عـرض $۱-۲x$ و ارتفـاع $x$ مواجهید و تابع هدف برابر است با:

$$V=(۱-۲x)(۱-۲x)(x)=(۱-۲x)^۲(x)=۴x^۳-۴x^۲+x$$



بدون نیاز به مراحل ۲ و ۳، طبق مرحله‌ی ۴ داریم:

$$V' = ۱۲x^۲ - ۸x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \text{ یا } \frac{۱}{۶}$$

پس ارتفاع مکعب مستطیل می‌تواند $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۱}{۶}$ باشد.

آمّـــا! دقت کنید که به ازای $x = \frac{۱}{۲}$، طول و عرض مکعب مستطیل $(۱-۲x)$ برابر صـفر شـده و بـی معنـی است. پس فقط $x = \frac{۱}{۶}$ قابل قبول است.

**تست۱۹:** بیشترین مساحت ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقینی به طول ساق ۴ و قاعده‌ی کوچک ۴ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۶\sqrt{۳}$ ۴) $۱۲\sqrt{۳}$

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۱۸.

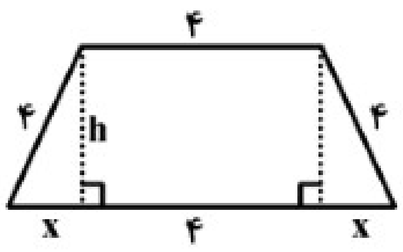
## پاسخ تست

**۱۹- گزینه ٤**

**مرحله‌ی۱:** تابع هدف، همان مساحت ذوزنقه است:

$$S = (\text{(قاعده بزرگ)} + \text{(قاعده کوچک)}) \times \frac{۱}{۲}h$$

شکل مسئله را ببینید و به نام‌گذاری‌ها دقت کنید:




$$S = ((۴+۲x)+۴) \times \frac{۱}{۲}h \Rightarrow \boxed{S = (۴+x)h}$$

همان‌طور که می‌بینید، تابع فوق دو متغیره است و برای تک متغیره کردن آن، نیاز به تابع فرض یعنی رابطه‌ای بین $x$ و $h$ داریم.

**مرحله‌ی۲:** تابع فرض در صورت سؤال داده نشده، بلکه از روی شکل قابل شناسایی است. کافی است در یکی از مثلث‌های قائم الزاویه، رابطه‌ی فیثاغورس را بنویسیم:

$$h^۲ + x^۲ = ۱۶ \Rightarrow h^۲ = ۱۶ - x^۲ \Rightarrow \boxed{h = \sqrt{۱۶ - x^۲}}$$

**مرحله‌ی۳:** از تابع فرض در تابع هدف جای‌گذاری می‌کنیم:

$$S = (۴+x)h \xrightarrow{h=\sqrt{۱۶-x^۲}} (۴+x)\sqrt{۱۶-x^۲} \Rightarrow S = (۴+x)\sqrt{۱۶-x^۲}$$

**مرحله‌ی۴:** نقاط بحرانی این تابع را به دست می‌آوریم:

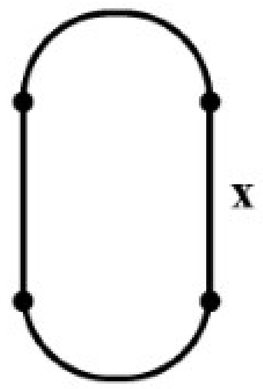
$$S' = (۱)\sqrt{۱۶-x^۲} + (\frac{-۲x}{۲\sqrt{۱۶-x^۲}})(۴+x) = ۰ \Rightarrow \sqrt{۱۶-x^۲} = \frac{x^۲+۴x}{\sqrt{۱۶-x^۲}} \Rightarrow ۱۶-x^۲ = x^۲+۴x$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۴x - ۱۶ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۸ = ۰ \Rightarrow x = -۴, ۲$$

واضح است که $x = -۴$ در هندسه! معنا ندارد و $x = ۲$ قابل قبول است. پس بیشترین مقدار $S$ به ازای $x = ۲$ خواهد بود و برابر است با:

$$S = (۴+x)\sqrt{۱۶-x^۲} \xrightarrow{x=۲} ۶\sqrt{۱۲} = ۱۲\sqrt{۳}$$

**تمرین:** پنجره‌ای به شکل زیر، به محیط ۲۴۰ متر با بیشترین نوردهی ممکن موجود می‌باشد، شعاع نیم‌دایره‌ها چند برابر $\frac{۱}{\pi}$ است؟



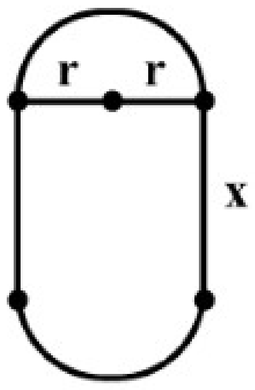

۱) ۳۰

۲) ۶۰

۳) ۹۰

۴) ۱۲۰

**پاسخ گزینه ٤**




**مرحله‌ی۱:** بشترین نوردهی، موقعی ممکن است که پنجره بیشترین مساحت را داشته باشد، پس تابع هدف، تابع مساحت پنجره است و با توجه به شکل مقابل برابر است با:

$$S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{دایره}} = S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{نیم‌دایره}} = ۲S$$

$$\Rightarrow \boxed{S = \pi r^۲ + x(۲r)}$$

**مرحله‌ی۲:** تابع فرض را که همان محیط پنجره است، بنویسید:

$$p_{\text{دایره}} + ۲x = p_{\text{نیم‌دایره}} + ۲x = ۲\pi r + ۲x = ۲p$$

پس:

$$۲\pi r + ۲x = ۲۴ \Rightarrow \pi r + x = ۱۲۰ \Rightarrow \boxed{x = ۱۲۰ - \pi r}$$

**مرحله‌ی۳:** با استفاده از تابع فرض، تابع هدف را تک متغیره کنید:

$$S = \pi r^۲ + x(۲r) \xrightarrow{x = ۱۲۰ - \pi r} \pi r^۲ + (۱۲۰ - \pi r)(۲r) = \pi r^۲ + ۲۴۰r - ۲\pi r^۲ \Rightarrow \boxed{S = -\pi r^۲ + ۲۴۰r}$$

**مرحله‌ی۴:** نقاط بحرانی را به دست آورید:

$$S' = -\pi(۲r) + ۲۴۰ = ۰ \Rightarrow r = \frac{۲۴۰}{۲\pi} = \frac{۱۲۰}{\pi} = ۱۲۰ \times \frac{۱}{\pi}$$

**سؤال اضافه:** در این حالت که $r = \frac{۱۲۰}{\pi}$ می‌باشد، پنجره‌ی فوق به چه شکلی در خواهد آمد؟

**تست۲۰:** اگر $a^{۳}b^{۲}=۱۲۵$ باشد، بیشترین مقدار $\log_{۵}^{a}\times\log_{۵}^{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) ۳

## جعبه‌ی آموزشی

### بهینه‌سازی در یک حالت خاص معروف، بدون نیاز به مشتق

☑ هرگاه دریک مسئله بهینه‌سازی، توابع فرض و هدف به صورت زیر باشند:

$$\begin{cases} \text{فرض}: \bigcirc+\square=A \\ \text{هدف}: \bigcirc\times\square=\max \end{cases}$$

یعنی جمع دو کمیت، مقدار ثابتی باشد و بخواهیم ضرب آن‌ها ماکزیمم شود، بدون نیاز به مشتق، ماکزیمم تابع هدف، موقعی حاصل می‌شود که آن مقدار ثابت را به نسبت مساوی بین کمیت‌ها توزیع کنید. یعنی:

$$\bigcirc=\square=\frac{A}{۲}$$

تذکر دقت کنید که در نکته‌ی بالا، درجه‌ی متغیرهای موجود در کمیت‌های $\bigcirc$ و $\square$ باید برابر باشند، برای مثال این نکته در مسئله‌های زیر قابل استفاده است:

$$\begin{cases} x+y=۱۰ \\ x\times y=\max \end{cases}\Rightarrow x=y=۵$$

$$\begin{cases} x^{۲}+y^{۲}=۱۰ \\ x^{۳}\times y^{۳}=\max \end{cases}\Rightarrow x^{۲}=y^{۲}=۵\Rightarrow x=y=\sqrt{۵}$$

$$\begin{cases} ۲x+۳y=۱۰ \\ ۵x^{۲}\times y^{۲}=\max \end{cases}\Rightarrow ۲x=۳y=۵\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{۵}{۲} \\ y=\frac{۳}{۵} \end{cases}$$

در واقع مهم این است که در هر تابع (چه فرض، چه هدف) درجه‌ی متغیرها باهم برابر باشند.

**مثال:** از بین مستطیل‌هایی با محیط ۴۰، مستطیلی، بیشترین مساحت را دارد، طول، عرض و مساحت آن چقدر است؟

پاسخ

این سؤال را در جعبه‌ی آموزشی تست ۱۸ و با استفاده از مشتق حل کرده بودیم. این بار با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{cases} \text{فرض}: a+b=۲۰ \\ \text{هدف}: a\times b=\max \end{cases}$$

کافی است $a=b=۱۰$ باشد و از آن‌جا $S=۱۰\times۱۰=۱۰۰$ می‌شود. به همین سادگی!

**پاسخ تست ۲۰- گزینه ۱**

ابتدا تابع فرض را هم به صورت لگاریتمی می‌نویسیم تا در تابع هدف قابل استفاده باشد. برای این منظـور از طرفین رابطه‌ی فرض، لگاریتم در پایه‌ی ۵ می‌گیریم:

$$a^{۳}b^{۲}=۱۲۵ \Rightarrow \log_{۵} a^{۳}b^{۲}=\log_{۵} ۱۲۵ \xrightarrow{\text{خواص لگاریتم}} \log_{۵} a^{۳}+\log_{۵} b=۳ \xrightarrow{\text{خواص لگاریتم}}$$

$$۳\log_{۵} a+۲\log_{۵} b=۳$$

(اگر با خواص لگاریتم استفاده شده در بالا، آشنا نیستید، در جعبه‌ی آموزشی تسـت ۲۳ همـین آزمـون بـه آن‌ها خواهیم پرداخت.)

پس تا اینجا داریم:

$$\begin{cases} \text{فـرض}: ۳\log_{۵} a+۲\log_{۵} b=۳ \\ \text{هـدف}: \log_{۵} a\times\log_{۵} b=\max \end{cases}$$

با استفاده از جعبه‌ی آموزشی و با توجه به هم درجه بودن کمیت‌ها در هر دو تـابع فـرض و هـدف، کـافی است عدد ۳ را به صورت مساوی بین کمیت‌ها توزیع کنیم. یعنی:

$$\begin{cases} ۳\log_{۵} a=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \log_{۵} a=\frac{۱}{۲} \\ ۲\log_{۵} b=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \log_{۵} b=\frac{۳}{۴} \end{cases}$$

پس:

$$\log_{۵} a\times\log_{۵} b=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۸}$$

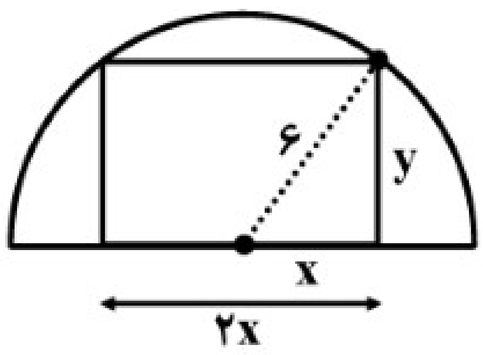
مسئله‌ی خفنی بودا ...

**تمرین:** بیشترین مساحت مستطیل که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟ (تجربی خارج ۹۸)

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۷ ۴) ۳۶

**پاسخ گزینه ٤**

شکل مسئله را ببینید:




امیدوارم تابع فرض و هدف را درست نوشته باشید:

$$\begin{cases} \text{فرض}: x^۲ + y^۲ = ۳۶ \\ \text{هدف}: ۲x \times y : \max \end{cases}$$

با استفاده از جعبه‌ی آموزشی و با توجه به هم درجه بودن متغیرها در هر دو تابع فرض و حکم، داریم:

$$\begin{cases} x^۲ = ۱۸ \Rightarrow x = \sqrt{۱۸} \\ y^۲ = ۱۸ \Rightarrow y = \sqrt{۱۸} \end{cases}$$

پس:

$$۲x \times y = ۲\sqrt{۱۸} \times \sqrt{۱۸} = ۳۶$$

و تمام!

**تست۲۱:** اگر $f(x)=\log(x-1)$ و $g(x)=1+10^{-x}$ باشند، $f^{-1}$ و $g^{-1}$ در چند نقطه متقاطعند؟

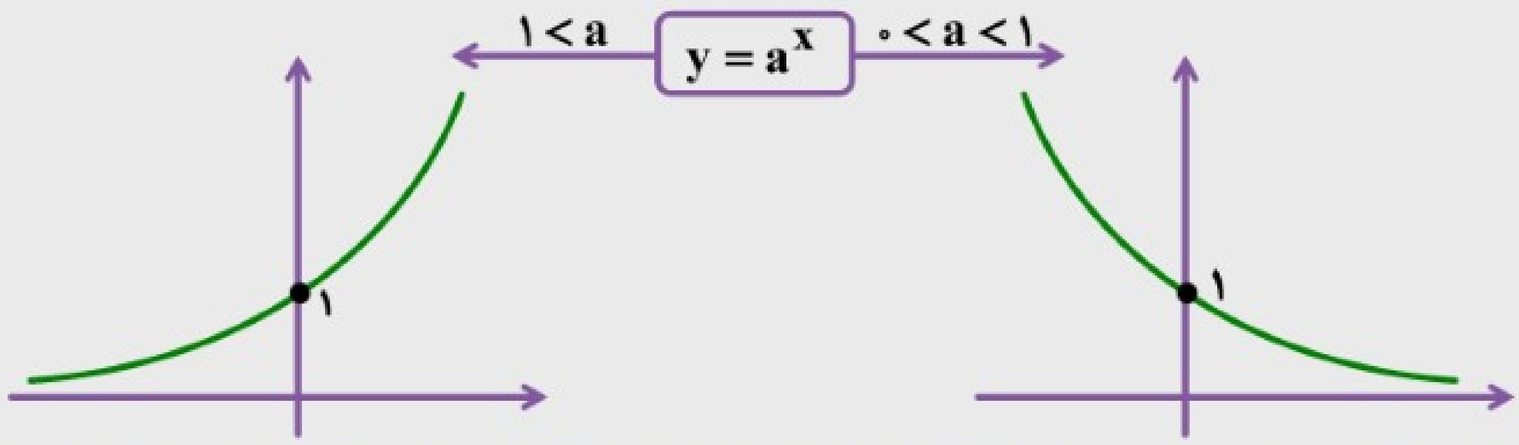
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

## جعبه‌ی آموزشی

### تعریف توابع نمایی و لگاریتمی و نمودارهای آن‌ها

☑ تابع $f(x)=a^x$ به شرط $a>1$ و $a\neq 0$ تابع نمایی است. ( $a$ را اصطلاحاً پایه‌ی تابع نمایی گوییم.)

☑ نمودار تابع نمایی به صورت‌های زیر است:




☑ موارد زیر به راحتی از نمودارهای بالا نتیجه می‌شوند:

$$\begin{cases}\text{دامنه}=\mathbb{R}\\ \text{بُرد}=\mathbb{R}^+\end{cases}$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\begin{cases}+\infty & \text{نمودار چپی:}\\ 0 & \text{نمودار راستی:}\end{cases}\\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\begin{cases}0 & \text{نمودار چپی:}\\ +\infty & \text{نمودار راستی:}\end{cases}\end{cases}$$

☑ تابع نمایی، یک تابع یک به یک و وارون پذیراست. وارون این تابع را به دست می‌آوریم:

$$y=a^x \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} x=a^y$$

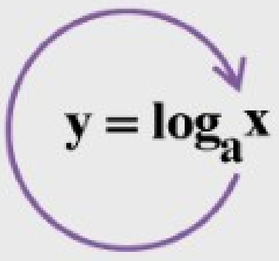
حالا باید ضابطه‌ی جدید را مرتب کنیم و آن را به صورت $y=f(x)$ در آوریم، برای این منظور از نمادی به نام لگاریتم استفاده کرده و به جای $x=a^y$ می‌نویسیم:

$$y=\log_a x$$

پس توجه داریم که:

$$y=\log_a x \Leftrightarrow x=a^y$$

در واقع به این حرکت چرخشی، برای پیدا کردن جواب لگاریتم‌ها توجه کنید:



**مثال:**

۱) $\log_{۲}^{۸} = ? \Rightarrow ۲^{?} = ۸ \Rightarrow ? = ۳$

۲) $\log_{۴}^{۶۴} = ? \Rightarrow ۴^{?} = ۶۴ \Rightarrow ? = ۳$

۳) $\log_{۳}^{?} = ۴ \Rightarrow ۳^{۴} = ? \Rightarrow ? = ۸۱$

۴) $\log_{?}^{۲۴۳} = ۵ \Rightarrow ?^{۵} = ۲۴۳ \Rightarrow ? = ۳$

---

☑ در تابع $y = \log_a x$ هم شرط $a > ۰$ و $a \neq ۱$ برقرار است. (چون این a، همان a تابع نمایی است!) ( a را اصطلاحاً پایه‌ی تابع لگاریتم می‌گوییم.)

اما این بار، شرط $x > ۰$ هم باید برقرار باشد، چون دامنه‌ی تابع لگاریتم، برابر با بُرد تابع وارونش یعنی تابع نمایی است که گفتیم $\overset{+}{R}$ است. پس دامنه‌ی تابع لگاریتم هم $\overset{+}{R}$ است.

یعنی نهایتاً:

$$y = \log_a x \rightarrow \begin{cases} ۰ < x \\ ۰ < a, a \neq ۱ \end{cases}$$

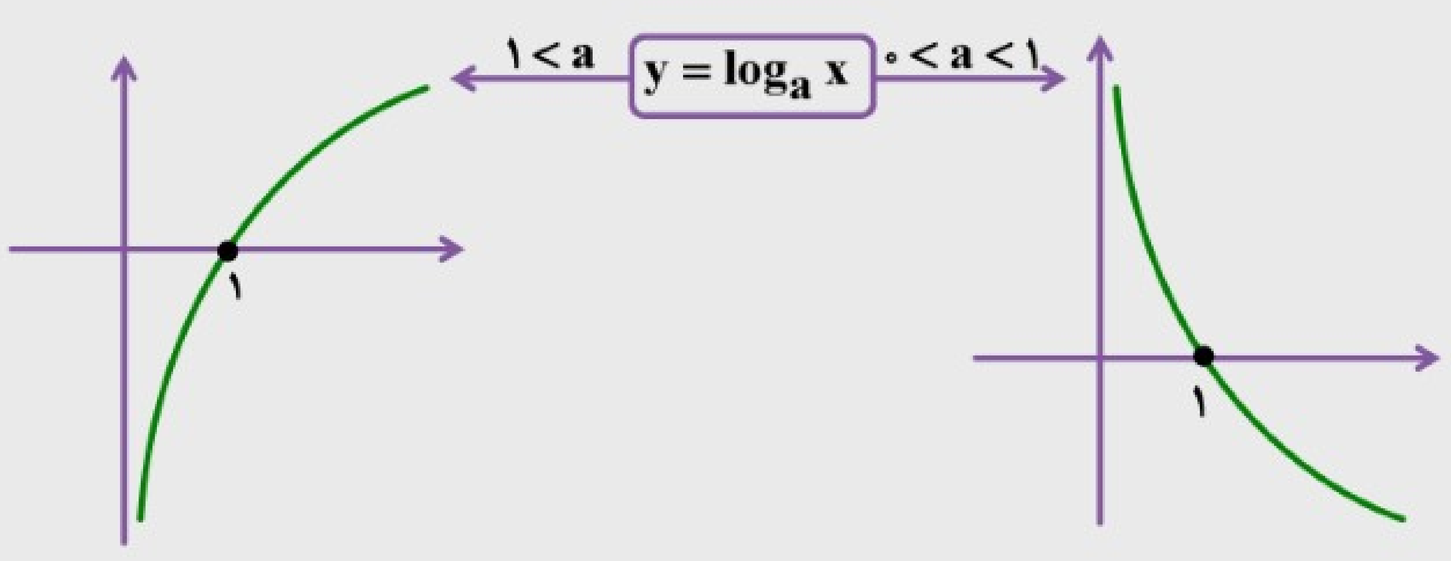
---

تذکر اگر $a = ۱۰$ باشد، رایج است که پایه‌ی لگاریتم را نمی‌نویسند:

$$\log_{۱۰} x \rightarrow \log x$$

---

☑ برای رسم نمودار تابع لگاریتم، کافی است نمودار تابع وارونش یعنی تابع نمایی را در هر حالت، نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم تا نمودارهای زیر به دست بیاید:



☑ موارد زیر به راحتی از نمودارهای بالا نتیجه می‌شوند:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \begin{cases} -\infty & \text{نمودار چپی:} \\ +\infty & \text{نمودار راستی:} \end{cases} \\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \begin{cases} +\infty & \text{نمودار چپی:} \\ -\infty & \text{نمودار راستی:} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{دامنه} = \overset{+}{\mathbf{R}} \\ \text{بُرد} = \mathbf{R} \end{cases}$$

## پاسخ تست

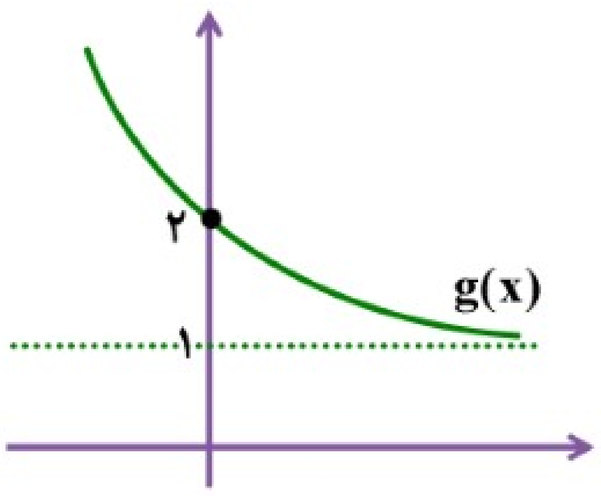
**۲۱- گزینه ۲**

واضح است که باید معادله‌ی $f^{-1} = g^{-1}$ را حل کنیم و البته راحت‌تر این است که با وارون کردن طرفین این معادله، معادله‌ی $f = g$ را حل کنیم.

برای این منظور، نمودارهای توابع $f$ و $g$ را با استفاده از آن چه در جعبه‌ی آموزشی آموختیم، رسم می‌کنیم. البته برای رسم، باید روی قوانین انتقال که در جعبه‌ی آموزشی تست ۱۵ از آزمون دوم ریاضزیست گفتیم هم مسلط باشید:

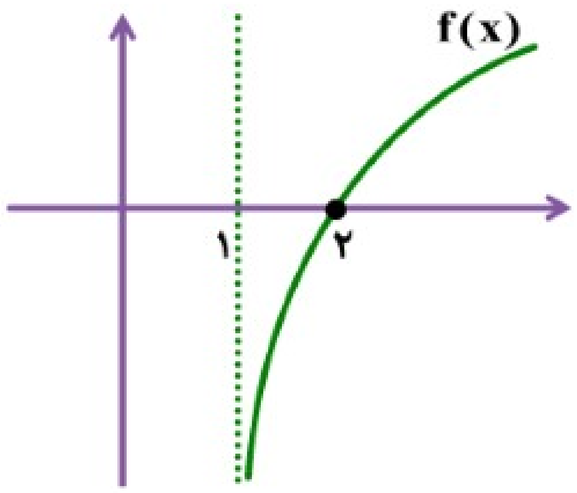
**الف)** رسم $g(x) = ۱ + ۱۰^{-x}$ یا همان $g(x) = ۱ + (\frac{۱}{۱۰})^x$:

نمودار تابع نمایی $y = (\frac{۱}{۱۰})^x$ که $0 < a = \frac{۱}{۱۰} < ۱$ است را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم:

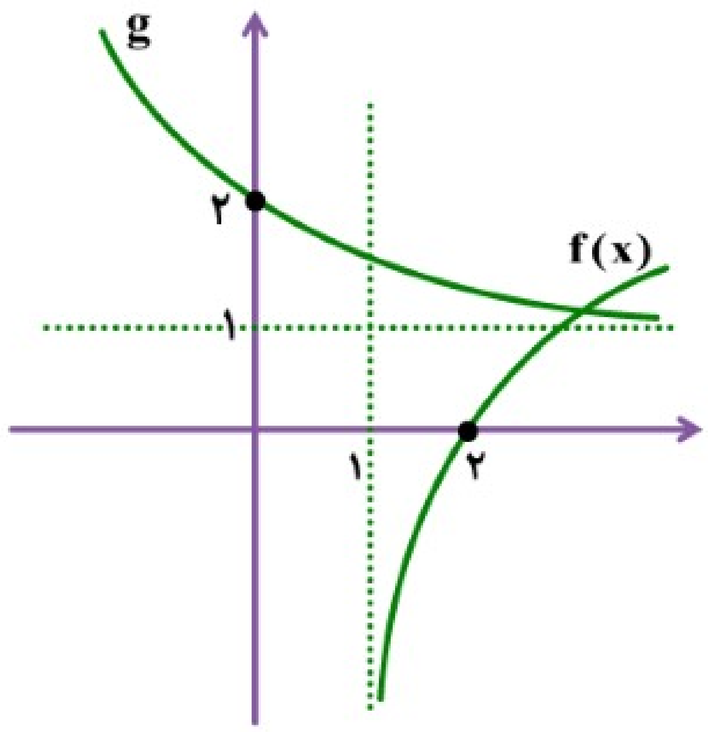



**ب)** رسم $f(x) = \log_{۱۰}(x-۱)$:

نمودار $y = \log_{۱۰} x$ که $a = ۱۰ > ۱$ است را یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم:



حالا هر دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم و تعداد نقاط تلاقی آن‌ها را می‌شماریم:




یک نقطه‌ی تلاقی داریم.

---

**تمرین:** **اگر $f(x)=\log_{۳} x$ باشد، معادله‌ی $f+f^{-۱}=۰$ چند جواب دارد؟**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

**پاسخ گزینه ۲**

می‌دانید که:

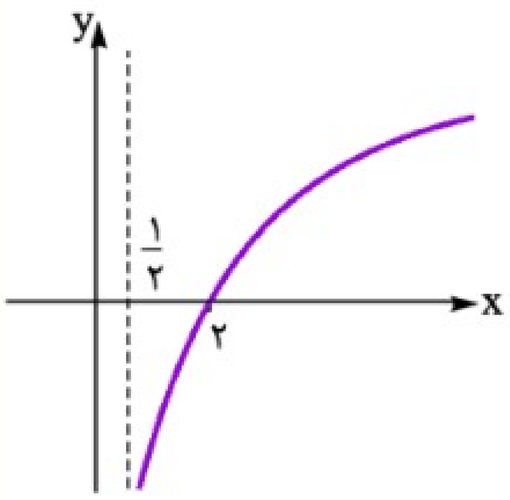
$$f(x)=\log_{۳} x \Rightarrow f^{-۱}(x)=۳^{x}$$

پس باید معادله‌ی زیر را حل کنید:

$$\log_{۳} x+۳^{x}=۰ \Rightarrow \log_{۳} x=-۳^{x}$$

اگر نمودارهای $y=\log_{۳} x$ و $y=۳^{x}$ را رسم کنید و نمودار دوم را نسبت به محور $x$ها قرینه کنید، به یک نقطه‌ی تلاقی خواهید رسید.

**تست۲۲:** شکل زیر، نمودار تابع $y=-1+\log_b(2x+a)$ است. این منحنی خط $y=1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟ (تجربی ۹۸)

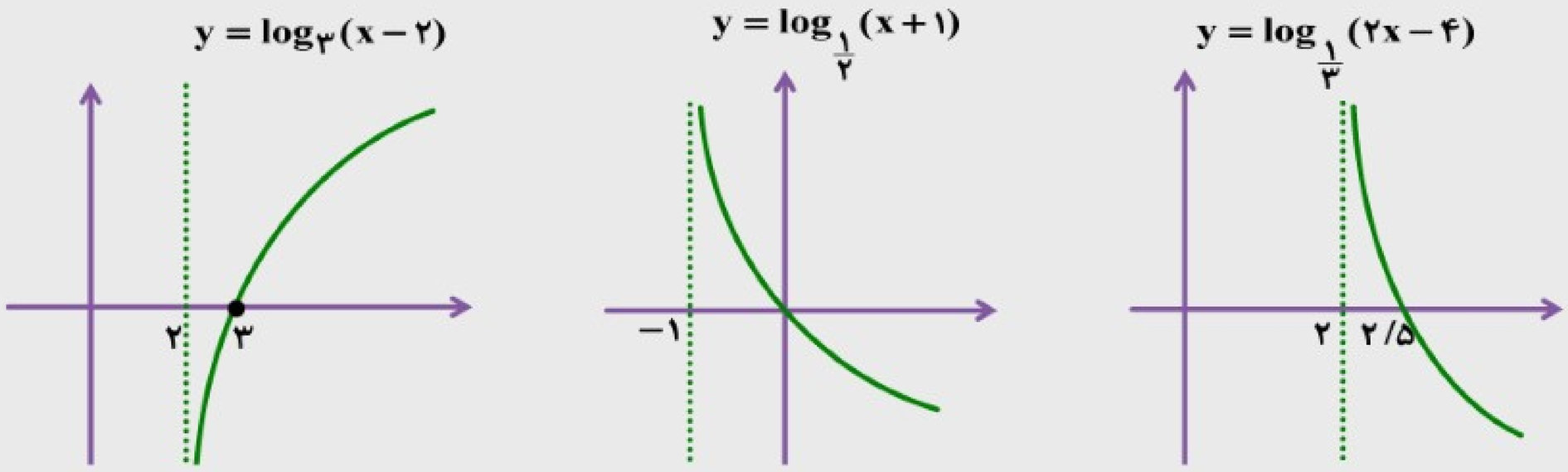



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

## جعبه‌ی آموزشی

### یک نکته‌ی خوب در مورد نمودار توابع $y=\log_a(mx+h)$

☑ به نمودارهای زیر که همگی با اعمال قوانین انتقال بر روی نمودار تابع $y=\log_a x$ به دست آمده‌اند، توجه کنید:




☑ اگر دقت کنید:

در توابع به صورت (خط) $y=\log_a$:

خط چین قائم و یا همان محل شروع نمودار، ریشه‌ی عبارت خطی جلوی لگاریتم است.

## پاسخ تست

**۲۲- گزینه ۲**

با توجه به آن چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، خط چین قائم یا همان محل شروع نمودار یعنی $x=\frac{1}{2}$ باید ریشه‌ی عبارت خطی جلوی لگاریتم باشد. پس:

$$2x+a \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 0 \Rightarrow 1+a=0 \Rightarrow a=-1$$

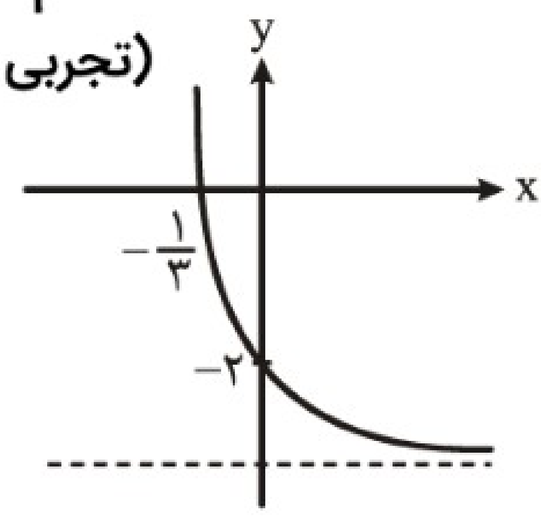
برای پیدا کردن $b$ هم کافی است نقطه‌ی $(2,0)$ از نمودار را در ضابطه‌ی تابع صدق دهیم:

$$f(x)=-1+\log_b(2x-1) \xrightarrow{f(2)=0} 0=-1+\log_b 3=0 \Rightarrow \log_b 3=1 \Rightarrow b=3$$

پس $f(x)=-1+\log_3(2x-1)$ و برای پیدا کردن تقاطع آن با خط $y=1$ کافی است بنویسیم:

$$f(x)=1 \Rightarrow -1+\log_3(2x-1)=1 \Rightarrow \log_3(2x-1)=2 \Rightarrow 2x-1=9 \Rightarrow x=5$$

**تمرین:** شکل زیر، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=-۴+۲^{ax+b}$ است. $f(-\frac{۵}{۳})$، کدام است؟ (تجربی ۹۹)




۱) ۵۴

۲) ۶۰

۳) ۴۸

۴) ۲۸

**پاسخ گزینه ۲**

این بار نمودار تابع نمایی داده شده است.

بدون نیاز به هیچ نکته‌ی خاص و فقط با جای گذاری نقاط $(\frac{-۱}{۳},۰)$ و $(۰,-۲)$ در ضابطه‌ی تابع، باید به $a=-۳$ و $b=۱$ و از آن‌جا به $f(\frac{-۵}{۳})=۶۰$ رسیده باشید.

**تست۲۳:** اگر $A = ۴\log\sqrt{x+۱} - ۳\log\sqrt[۳]{x}$ باشد، حاصل $۱۰^{A}$ به ازای $x = ۴$ کدام است؟

۱) ۵/۲۵ ۲) ۶/۵ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۵/۵

## جعبه‌ی آموزشی ۱

### ویژگی‌های نمایی

☑ ویژگی‌های مهم عبارت‌های توانی به صورت زیر هستند:

۱) $(a^{b})^{c} = (a^{c})^{b} = a^{bc}$

۲) $a^{b} \underset{\div}{\times} a^{c} = a^{b \pm c}$

☑ و البته بدیهی است که:

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{۱}{n}}$
- $\frac{۱}{a} = a^{-۱}$

## جعبه‌ی آموزشی ۲

### ویژگی‌های لگاریتم

☑ ویژگی‌های مهم لگاریتم به صورت زیر هستند:

۱) $\log_{b^{n}} a^{m} = \frac{m}{n}\log_{b} a$

**مثال۱:**

$\log_{۱۶} ۲۷ = \log_{(۲^{۴})} (۳^{۳}) = \frac{۳}{۴}\log_{۲} ۳$ (ادامه دارد!)

**مثال۲:**

$\log_{\frac{۱}{۶}} \sqrt{۷} = \log_{(۶^{-۱})} (۷^{\frac{۱}{۲}}) = \frac{\frac{۱}{۲}}{-۱}\log_{۶} ۷ = \frac{-۱}{۲}\log_{۶} ۷$ (ادامه دارد!)

**مثال۳:**

$۲\log_{۲۵}\sqrt{۵} \xrightarrow[\text{ویژگی ۱}]{\text{برعکس}} \log_{۲۵}(\sqrt{۵}^{۲}) = \log_{۲۵} ۵ = \frac{۱}{۲}$

۲) $\log_c a \times\!\!\div b = \log_c a \pm \log_c b$

---

**مثال٤:**

$$\log ۰/۲۸ = \log \frac{۲۸}{۱۰۰} = \log ۲۸ - \log ۱۰۰ = \log ۲۸ - ۲ = \log(۲^۲ \times ۷) - ۲ = (\log(۲^۲) + \log ۷) - ۲$$

$\xrightarrow{\text{ویژگی ۱}}$ $۲\log ۲ + \log ۷ - ۲$ (ادامه دارد!)

---

**مثال٥:**

$\log ۳ - \log ۴ \xrightarrow[\text{ویژگی ۲}]{\text{برعکس}} \log \frac{۳}{۴}$

---

۳) $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c} \xrightarrow{\text{مثلاً}} \frac{\log a}{\log b}$

---

ادامه‌ی مثال ۱ : $\frac{۳}{۴}\log_۲ ۳ = \frac{۳}{۴}\frac{\log ۳}{\log ۲}$ (بازهم ادامه دارد!)

---

ادامه‌ی مثال ۲ : $\frac{-۱}{۲}\log_۶ ۷ = \frac{-۱}{۲}\frac{\log ۷}{\log ۶} = \frac{-۱}{۲}\frac{\log ۷}{\log(۲\times ۳)} \xrightarrow{\text{ویژگی ۲}} \frac{-۱}{۲}\frac{\log ۷}{\log ۲ + \log ۳}$ (بازهم ادامه دارد!)

---

نتیجه‌ی ویژگی ۳ : $\log_b a = \frac{۱}{\log_a b}$

---

**مثال٦:**

$\log_۲ ۱۰ = \frac{۱}{\log_{۱۰} ۲} \rightarrow \frac{۱}{\log ۲}$

---

۴) $a^{\log_a b} = b$

---

**مثال٧:**

$۳^{\log_۳ ۵} = ۵$

**پاسخ تست**

**۲۳- گزینه ۳**

ابتدا حاصل عبارت $A$ به ازای $x=۴$ را با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم در جعبه‌ی آموزشی به دست می‌آوریم:

$$A=۴\log\sqrt{x+۱}-۳\log\sqrt[۳]{x}\xrightarrow{x=۴}۴\log\sqrt{۵}-۳\log\sqrt[۳]{۴}$$

$$\xrightarrow{\text{برعکس ویژگی ۱}}\log(\sqrt{۵}^{۴})-\log(\sqrt[۳]{۴}^{۳})=\log ۲۵-\log ۴\xrightarrow{\text{برعکس ویژگی ۲}}\log\frac{۲۵}{۴}$$

پس داریم:

$$۱۰^{A}=۱۰^{\log\frac{۲۵}{۴}}\xrightarrow{\text{ویژگی ۴}}\frac{۲۵}{۴}=۶/۲۵$$

---

**تمرین:** حاصل عبارت $(\frac{۱}{۸})^{-۳+۴\log_{\sqrt{۲}}۲۵}$ به صورت $۲^{\alpha}\times۵^{\beta}$ است. $\alpha-\beta$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-۳۹$ ۳) $-۴۸$ ۴) ۵۷

**پاسخ**

**گزینه ٤**

تکلیف عدد ۳ در توان مشخص است. آن را جدا کرده و بنویسید:

$$(\frac{۱}{۸})^{-۳}\times(\frac{۱}{۸})^{۴\log_{\sqrt{۲}}۲۵}$$

هر یک از عبارت‌ها را جدا گانه حساب کنید:

۱) $(\frac{۱}{۸})^{-۳}=(۲^{-۳})=۲^{۹}$

۲) $(\frac{۱}{۸})^{۴\log_{\sqrt{۲}}۲۵}$ :

برای استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، اعداد موجود در این عبارت را به صورت توانی می‌نویسیم:

$$\sqrt{۲}=۲^{\frac{۱}{۲}}\qquad ۲۵=۵^{۲}\qquad \frac{۱}{۸}=۲^{-۳}$$

پس دارید:

$$(۲^{-۳})^{۴\log_{(۲^{\frac{۱}{۲}})}(۵^{۲})}=۲^{-۱۲\log_{(۲^{\frac{۱}{۲}})}(۵^{۲})}\xrightarrow{\text{ویژگی ۱}}۲^{-۱۲\times\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}\log_{۲}۵}=۲^{-۴۸\log_{۲}۵}\xrightarrow{\text{برعکس ویژگی ۱}}$$

$$۲^{\log_{۲}(۵^{-۴۸})}\xrightarrow{\text{ویژگی ۴}}۵^{-۴۸}$$

پس حاصل کل عبارت به صورت زیر خواهد بود:

$$۲^{۹}\times۵^{-۴۸}$$

از مقایسه‌ی این عبارت با عبارت $۲^{\alpha}\times۵^{\beta}$ معلوم است که:

$$\begin{cases}\alpha=۹\\ \beta=-۴۸\end{cases}\Rightarrow\alpha-\beta=۵۷$$

**تست۲٤:** فرض کنید در دامنه‌ی $[0,+\infty)$، تابع با ضابطه $f(x)=\frac{2^x+(\frac{1}{2})^x}{2}$، مفروض باشد. $f^{-1}(2)$، کدام است؟ **(تجربی ۹۹)**

۱) $\log_2(2-\sqrt{3})$ ۲) $\log_2(\sqrt{3}-1)$ ۳) $\log_2(1+\sqrt{3})$ ۴) $\log_2(2+\sqrt{3})$

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۲۳.

## پاسخ تست

**۲٤- گزینه ٤**

با توجه به جعبه‌ی آموزشی تست ۴ از آزمون دوم ریاضیست، می‌دانیم که به جای محاسبه‌ی $f^{-1}(2)$ می‌توانیم $f(x)$ را برابر ۲ قرار دهیم. یعنی:

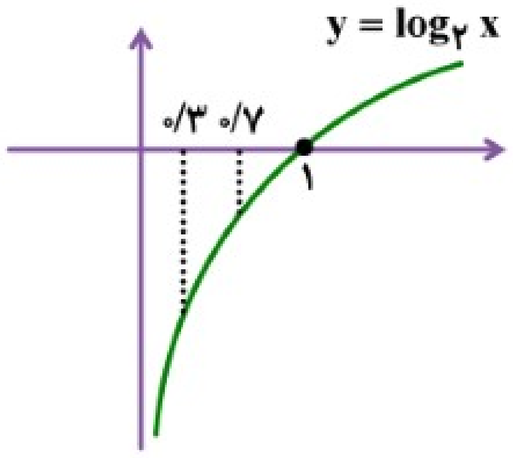
$$f(x)=2 \Rightarrow \frac{2^x+(\frac{1}{2})^x}{2}=2 \Rightarrow 2^x+(\frac{1}{2})^x=4$$

این معادله‌ی نمایی، با توجه به آن چه در جعبه‌ی آموزشی تست ۲۸ خواهیم گفت، قابل حل است.
اما از آن‌جا که در آزمون‌های قبلی ریاضیست، بارها اشاره کرده‌ایم که به جای پیدا کردن جواب یک معادله، می‌توان گزینه‌ها را در معادله صدق داد، در این تست سعی می‌کنیم با همین روشِ امتحان گزینه‌ها به جواب برسیم.
کافی است گزینه‌ها را در معادله‌ی فوق صدق دهیم.

قبل از شروع، گزینه‌های ۱ و ۲ به سرعت قابل حذف‌اند، چون مقدار آن‌ها منفی است که با فرض $x\geq 0$ در صورت سوال در تناقض است. دلیل منفی بودن این‌ها در نمودار زیر قابل مشاهده است:

$$\log_2(2-\sqrt{3}) \simeq \log_2 0/3$$

$$\log_2(\sqrt{3}-1) \simeq \log_2 0/7$$




از بین گزینه‌های ۳ و ۴، یکی را تست می‌کنیم:

گزینه‌ی ۴: $\log_2(2+\sqrt{3}) \xrightarrow{\text{جایگذاری در سمت چپ معادله}} 2^{\log_2(2+\sqrt{3})}+(\frac{1}{2})^{\log_2(2-\sqrt{3})}$

$$\xrightarrow{\text{ویژگی ۴}} 2^{\log_2(2+\sqrt{3})}+2^{\log_2(2-\sqrt{3})^{-1}} \xrightarrow{\text{بر عکس ویژگی ۱}} 2^{\log_2(2+\sqrt{3})}+2^{-\log_2(2-\sqrt{3})}$$

$$\xrightarrow{\text{گویا کردن مخرج کسر}} (2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})^{-1}=(2+\sqrt{3})+(\frac{1}{2-\sqrt{3}}) \xrightarrow{} (2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$$

پس تساوی برقرار است عزیز! و همین گزینه جواب تست می‌باشد.

**تمرین:** طول نقطه‌ی تلاقی بزرگ‌تر نمودار توابع $f(x)=\log_2(4^x+3)$ و $g(x)=x+2$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\log_2 3$ ۴) ۲

**پاسخ** **گزینه ۳**

باید معادله‌ی $\log_2(4^x+3)=x+2$ را حل کنید که البته ترجیح بر این است که گزینه‌ها را چک کنید. فقط دقت کنید! چون جواب بزرگ‌تر معادله پرسیده شده، باید گزینه‌ها را از بزرگ به کوچک بررسی کنید.

از بزرگترین گزینه یعنی $x=2$ شروع کنید، با جایگذاری آن در معادله متوجه خواهید شد که در معادله صدق نمی‌کند.

گزینه‌ی بزرگ بعدی $x=\log_2 3$ است که عددی بین ۱ و ۲ می‌باشد، آن را در معادله صدق دهید و برای راحتی، ابتدا حاصل $4^x$ را حساب کنید:

$$4^x=4^{\log_2 3}=(2^2)^{\log_2 3}=2^{2\log_2 3}\xrightarrow{\text{بر عکس ویژگی ۱}}2^{\log_2 3^2}=2^{\log_2 9}\xrightarrow{\text{ویژگی ۴}}9$$

پس معادله به این صورت در می‌آید:

$$\log_2(9+3)=\log_2 3+2\Rightarrow\log_2 12-\log_2 3=2\xrightarrow{\text{بر عکس ویژگی ۲}}\log_2\frac{12}{3}=2\Rightarrow\log_2 4=2$$

تساوی برقرار و همین گزینه، جواب تست است.

**تست ۲۵:** اگر $\log_{۱۴}^{۲۸} = a$ باشد، حاصل $\log_{۴۹}^{۱۶}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲a-۲}{۲-a}$ ۲) $\frac{۴-۲a}{a-۱}$ ۳) $\frac{۲-a}{a-۱}$ ۴) $\frac{a-۱}{۲-a}$

## جعبه‌ی آموزشی

### لگاریتم‌های معروف شیمی، قابل استفاده در تست‌های محاسباتی لگاریتم

☑ بلد بودن مقدار لگاریتم‌های زیر از درس شیمی، به شدت برای تست‌های محاسباتی لگاریتم در ریاضی توصیه می‌شود:

$\log ۲ = ۰/۳$ $\log ۵ = ۰/۷$

$\log ۳ = ۰/۵$ $\log ۷ = ۰/۹$

ادامه‌ی ادامه‌ی مثال ۱ از جعبه‌ی آموزشی تست ۲۳ : $\frac{۳}{۴}\frac{\log ۳}{\log ۲} = \frac{۳}{۴}\frac{۰/۵}{۰/۳} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$

ادامه‌ی ادامه‌ی مثال ۲ از جعبه‌ی آموزشی تست ۲۳ : $\frac{-۱}{۲}\frac{\log ۷}{\log ۲+\log ۳} = \frac{-۱}{۲}\frac{۰/۹}{۰/۳+۰/۵} = \frac{-۹}{۱۶}$

ادامه‌ی مثال ۴ از جعبه‌ی آموزشی تست ۲۳ : $۲\log ۲+\log ۷-۲ = ۲(۰/۳)+(۰/۹)-۲ = -۰/۵$

## پاسخ تست

**۲۵- گزینه ۱**

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم در جعبه‌ی آموزشی تست ۲۳ و مقادیر لگاریتم‌های معروف در جعبه‌ی آموزشی همین تست، حاصل هر دو لگاریتم را حساب می‌کنیم:

۱) $\log_{۱۴} ۲۸ \xrightarrow{\text{ویژگی ۳ لگاریتم}} \frac{\log ۲۸}{\log ۱۴} = \frac{\log(۲^۲ \times ۷)}{\log(۲\times ۷)} \xrightarrow{\text{ویژگی ۲ لگاریتم}} \frac{\log(۲^۲)+\log ۷}{\log ۲+\log ۷} \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ لگاریتم}}$

$\frac{۲\log ۲+\log ۷}{\log ۲+\log ۷} \xrightarrow[\log ۷=۰/۹]{\log ۲=۰/۳} \frac{۲(۰/۳)+۰/۹}{۰/۳+۰/۹} = \frac{۱/۵}{۱/۲} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \boxed{a = \frac{۵}{۴}}$

۲) $\log_{۴۹} ۱۶ \xrightarrow{\text{ویژگی ۳ لگاریتم}} \frac{\log ۱۶}{\log ۴۹} = \frac{\log(۲^۴)}{\log(۷^۲)} \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ لگاریتم}} \frac{۴\log ۲}{۲\log ۷} \xrightarrow[\log ۷=۰/۹]{\log ۲=۰/۳} \frac{۴(۰/۳)}{۲(۰/۹)} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow$

$\boxed{\text{جواب تست} = \frac{۲}{۳}}$

پس گزینه‌ای درست است که به ازای $a = \frac{۵}{۴}$، مقدار موردنظر یعنی $\frac{۲}{۳}$ را بدهد ← گزینه‌ای ۱ درست است.

ببینید:

$\frac{۲a-۲}{۲-a} \xrightarrow{a=\frac{۵}{۴}} \frac{\frac{۱۰}{۴}-۲}{۲-\frac{۵}{۴}} = \frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۲}{۳}$

**تمرین:** اگر $\log_{۲} ۳ = a$ و $\log_{۲} ۵ = b$ باشد، حاصل $\log_{۱۵} ۱۰$ کدام است؟

۱) $\frac{a+۱}{a+b}$ ۲) $\frac{b+۱}{a+b}$ ۳) $\frac{b+۱}{b-a}$ ۴) $\frac{a+۱}{b-a}$

**پاسخ گزینه ۲**

مشابه تست قبلی است.

باید به اعداد زیر رسیده باشید:

$a = \frac{۵}{۳}$ , $b = \frac{۷}{۳}$ , جواب تست $= \frac{۵}{۶}$

**تست ۲۶:** نمودار تابع $f(x)=(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^x$ در بازه‌ی $(a,b)$، پایین‌تر از نمودار تابع $g(x)=(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{x^۲}$ قرار می‌گیرد. بزرگ‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) امکان‌پذیر نیست.

## جعبه‌ی آموزشی

### نامعادلات نمایی و لگاریتمی

☑ بسیار ساده است!

فقط کافی است که پایه‌های عبارت‌های نمایی یا لگاریتمی را در دو طرف نامعادله، یکسان کنیم و با توجه به محدوده‌ی پایه، وضعیت یکنوایی تابع نمایی یا لگاریتمی را معلوم کنیم. سپس نامعادله به راحتی از حالت نمایی یا لگاریتمی خارج شده و به یک نامعادله‌ی معمولی تبدیل می‌شود.

البته! در نامعادلات لگاریتمی، باید مواظب دامنه‌ی تابع هم باشید. پس در واقع:

$$a^{f(x)} \le a^{g(x)} \rightarrow \begin{cases} ۰<a<۱ \xrightarrow{\text{تابع نزولی است}} f(x) \ge g(x) \\ ۱<a \xrightarrow{\text{تابع صعودی است}} f(x) \le g(x) \end{cases}$$

$$\log_a f(x) \le \log_a g(x) \rightarrow \begin{cases} ۰<a<۱ \xrightarrow{\text{تابع نزولی است}} f(x) \ge g(x) & \text{(و توجه به دامنه!)} \\ ۱<a \xrightarrow{\text{تابع صعودی است}} f(x) \le g(x) & \text{(و توجه به دامنه!)} \end{cases}$$

## پاسخ تست

**۲۶- گزینه ۱**

ترجمه‌ی سوال به این صورت است که:

$$(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^x < (\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{x^۲}$$

با توجه به آن‌چه در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، ابتدا باید پایه‌های عبارت‌های نمایی در دو طرف نامساوی را یکسان کنیم. برای این منظور می‌نویسیم:

$$\sqrt{۳}-\sqrt{۲}=\frac{۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}=(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{-۱}$$

پس نامعادله به این صورت می‌شود:

$$(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^x < ((\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{-۱})^{x^۲} \Rightarrow (\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^x < (\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{-x^۲} \xrightarrow[\text{تابع صعودی است}]{a=\sqrt{۳}+\sqrt{۲}>۱}$$

$$x < -x^۲ \Rightarrow x^۲+x<۰ \Rightarrow -۱<x<۰$$

پس بازه‌ی $(a,b)$ به صورت $(-۱,۰)$ خواهد بود و $b-a=۱$

**تمرین:** دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{-۲^{۲x}+۲^{x+۱}+۸}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

**پاسخ گزینه ۲**

با توجه به دامنه‌ی تابع رادیکالی:

$$-۲^{۲x}+۲^{x+۱}+۸\geq ۰\Rightarrow ۲^{۲x}-۲^{x+۱}-۸\leq ۰$$

گول نخورید! حضور عدد ثابت $-۸$ در نامعادله، به معنای آن است که نامعادله‌ی فوق، خیلی هم نامعادله‌ی نمایی نیست! بلکه با یک تغییر متغیر ساده به نامعادله‌ی درجه‌ی دو تبدیل می‌شود.

اگر $۲^x$ را برابر $t$ فرض کنید، آن‌گاه:

$$\begin{cases}۲^{x+۱}=۲\times ۲^x=۲t\\ ۲^{۲x}=(۲^x)^۲=t^۲\end{cases}$$

پس:

$$t^۲-۲t-۸\leq ۰\Rightarrow -۲\leq t\leq ۴\Rightarrow -۲\leq ۲^x\leq ۴$$

با توجه به این که برد تابع نمایی، همواره مثبت است، نامساوی $-۲\leq ۲^x$ همواره برقرار است و کافی است که نامساوی زیر را حل کنید:

$$۲^x\leq ۴\Rightarrow ۲^x\leq ۲^۲\xrightarrow[\text{تابع صعودی است}]{a=۲>۱}x\leq ۲$$

واضح است که این محدوده، فقط شامل یک عدد طبیعی $x=۱$ است.

**تست۲۷:** مجموعه جواب نامعادله‌ی $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 (x^2-2) > 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۲۶.

## پاسخ تست

**۲۷- گزینه ۱**

ابتدا عدد ۱ در سمت راست نامعادله را به صورت $\log_2 2$ می‌نویسیم تا دو طرف نامعادله، دارای لگاریتم‌هایی با پایه‌ی یکسان باشند. پس داریم:

$$\log_2 \log_{\frac{1}{2}} (x^2-1) < \log_2 2 \xrightarrow{a=2>1} \log_{\frac{1}{2}} (x^2-2) < 2$$

به طریق مشابه، این بار عدد ۲ در سمت راست نامساوی را به صورت لگاریتم در پایه‌ی $\frac{1}{2}$ می‌نویسیم:

$$\log_{\frac{1}{2}} ? = 2 \Rightarrow (\tfrac{1}{2})^2 = ? \Rightarrow ? = \tfrac{1}{4}$$

پس کافی است به جای ۲ بنویسیم $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$، لذا داریم:

$$\log_{\frac{1}{2}} (x^2-2) < \log_{\frac{1}{2}} \tfrac{1}{4} \xrightarrow[\text{تابع نزولی است}]{0<a=\frac{1}{2}<1} x^2-2 > \tfrac{1}{4} \Rightarrow x^2 > \tfrac{9}{4} \Rightarrow \boxed{|x| > \tfrac{3}{2}} \quad (1)$$

مواظب باشید! باید به دامنه‌ی تابع لگاریتم توجه کرد. جلوی هر دو لگاریتم را مثبت قرار می‌دهیم:

۱) $x^2-2>0 \Rightarrow x^2>2 \Rightarrow \boxed{|x| > \sqrt{2}} \quad (2)$

۲) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2-2) > 0 \xrightarrow{0=\log_{\frac{1}{2}} 1} \log_{\frac{1}{2}} (x^2-2) > \log_{\frac{1}{2}} 1 \xrightarrow[\text{تابع نزولی است}]{0<a=\frac{1}{2}<1} x^2-2<1 \Rightarrow x^2<3$

$$\Rightarrow \boxed{|x| < \sqrt{3}} \quad (3)$$

اشتراک نواحی (۱) و (۲) و (۳) برابراست با :

$$\tfrac{3}{2} < |x| < \sqrt{3}$$

واضح است که این محدوده، شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

**تمرین:** مجموعه جواب نامعادله‌ی $\log_{(x-۲)}(x^۲)<۳$ به صورت $(a,b)$ است. بزرگترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\infty$

**پاسخ گزینه ۱**

به جای عدد ۲ در سمت راست نامعادله، $\log_{(x-۲)}(x-۲)^۲$ بگذارید و این بار چون پایه‌ی لگاریتم، متغیر است. برای آن دو حالت در نظر بگیرید:

$$۱)\ \underbrace{۱<x-۲}_{۳<x} \rightarrow \log_{(x-۲)}(x^۲)<\log_{(x-۲)}(x-۲)^۲ \xrightarrow[\text{تابع صعودی است}]{a=x-۲>۱} x^۲<(x-۲)^۲ \Rightarrow x^۲<x^۲-۴x+۴$$

$$\Rightarrow \boxed{x<۱}$$

محدوده‌ی $x<۱$ در بازه‌ی $۳<x$ فاقد جواب است و نامعادله در این حالت، جواب ندارد.

$$۲)\ \underbrace{۰<x-۲<۱}_{۲<x<۳} \rightarrow \log_{(x-۲)}(x^۲)<\log_{(x-۲)}(x-۲)^۲ \xrightarrow[\text{تابع نزولی است}]{۰<a=x-۲<۱} x^۲>(x-۲)^۲$$

$$\Rightarrow x^۲>x^۲-۴x+۴ \Rightarrow \boxed{x>۱}$$

اشتراک این نواحی، بازه‌ی $۲<x<۳$ است.

البته! به دامنه‌ی لگاریتم هم توجه کنید:

$$x^۲>۰ \Rightarrow x\in\mathbb{R}-\{۰\}$$

که تأثیری در جواب به دست آمده ندارد.

پس نهایتاً بازه‌ی $(۲,۳)$ جواب تست است که در مقایسه با بازه‌ی $(a,b)$ داریم:

$$b-a=۳-۲=۱$$

**تست۲۸:** در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{۱}{۳}$ غلظت اولیه می‌شود؟ $(Log۲ = ۰/۳, Log۳ = ۰/۴۸)$

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲ **(ریاضی خارج ۹۹)**

## جعبه‌ی آموزشی

# معادلات نمایی

☑ **معادلات نمایی را در دو تیپ بررسی می‌کنیم:**

**تیپ اول:** پایه‌های دو طرف یکسان یا قابل یکسان‌سازی باشد:

**بسیار ساده است و بدون نیاز به توضیح خاصی، فقط کافی است به مثال‌های زیر توجه کنید:**

**مثال:**

۱) $۲^{x} = ۲^{x^{۲}-۲}$

پاسخ

پایه‌های دو طرف یکسان است، به سادگی نتیجه می‌شود:

$$x = x^{۲} - ۲ \Rightarrow x^{۲} - x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱, ۲$$

۲) $۳^{x^{۲}-۲} = ۸۱^{x}$ **(برگرفته از تجربی خارج ۹۸)**

پاسخ

پایه‌های دو طرف، ظاهراً یکسان نیست، ولی به سادگی قابل یکسان‌سازی است:

$$۳^{x^{۲}-۲} = (۳^{۴})^{x} \Rightarrow ۳^{x^{۲}-۲} = ۳^{۴x} \Rightarrow x^{۲} - ۲ = ۴x \Rightarrow x^{۲} - ۴x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۶}$$

۳) $(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}}$ **(برگرفته از تجربی ۹۸)**

پاسخ

پایه‌های دو طرف یکسان نیست، ولی قابل یکسان‌سازی است. ببینید:

$$۰/۴ = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\frac{۱۲۵}{۸} = \frac{۵^{۳}}{۲^{۳}} = (\frac{۵}{۲})^{۳} = (\frac{۲}{۵})^{-۳}$$

پس داریم:

$$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = ((\frac{۲}{۵})^{-۳})^{x^{۲}} \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۲}{۵})^{-۳x^{۲}} \Rightarrow ۲x - ۱ = -۳x^{۲} \Rightarrow ۳x^{۲} + ۲x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow x = -۱, \frac{۱}{۳}$$

**تیپ دوم: پایه‌های دو طرف، یکسان نباشد و قابل یکسان‌سازی هم نباشد:**

**در این حالت، باید از طرفین معادله، لگاریتم بگیریم تا مجهول از توان به پایین منتقل شده و قابل محاسبه باشد.**

**به مثال زیر توجه کنید:**

**مثال:**

$$۲^{x}=۳^{-۲x+۵}$$

پاسخ

از طرفین تساوی، لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(۲^{x})=\log(۳^{-۲x+۵}) \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ لگاریتم}} x\log ۲=(-۲x+۵)\log ۳$$

$$\Rightarrow x\log ۲=-۲x\log ۳+۵\log ۳ \Rightarrow x\log ۲+۲x\log ۳=۵\log ۳ \Rightarrow x(\log ۲+۲\log ۳)=۵\log ۳$$

$$\Rightarrow x=\frac{۵\log ۳}{\log ۲+۲\log ۳}$$

این عبارت اخیر را می‌توان به صورت ساده‌تری هم نوشت:

$$\frac{۵\log ۳}{\log ۲+۲\log ۳}=\frac{۵\log ۳}{\log ۲+\log ۹}=\frac{۵\log ۳}{\log ۱۸}=۵\log_{۱۸} ۳$$

پاسخ تستی

**۲۸- گزینه ۲**

ابتدا مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

وقتی در هر روز، ۴ لیتر از محلول با آب خالص جایگزین می‌شود، به این معناست که روزانه ۴ درصد از غلظت آن روز محلول کم می‌شود.

امیدوارم درک کنید که با یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $-۰/۰۴$ مواجه نیستید! بلکه با یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت ۰/۹۶ مواجهید، چون عملاً می‌توان گفت که غلظت هر روز محلول، ۹۶ درصد غلظت روز قبلش است.

اگر غلظت اولیه را $A$ در نظر بگیریم، می‌خواهیم ببینیم پس از چند روز (یعنی پس از ضرب شدن جمله‌ی اول در چه تعداد ۰/۹۶) به غلظت $\frac{A}{۳}$ می‌رسیم. ببینید:

$$A(۰/۹۶)^{n}=\frac{A}{۳} \Rightarrow (\frac{۹۶}{۱۰۰})^{n}=\frac{۱}{۳}$$

طبق جعبه‌ی آموزشی، از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(\frac{۹۶}{۱۰۰})^{n}=\log(\frac{۱}{۳}) \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ و ۲ لگاریتم}} n(\log ۹۶-\log ۱۰۰)=\log ۱-\log ۳$$

برای محاسبه‌ی $\log ۹۶$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\log ۹۶=\log(۳\times ۲^{۵}) \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ و ۲ لگاریتم}} \log ۳+۵\log ۲$$

پس نهایتاً داریم:

$$n((\log ۳+۵\log ۲)-\underbrace{\log ۱۰۰}_{۲})=\underbrace{\log ۱}_{\text{صفر}}-\log ۳$$

با جایگذاری $\log ۲ = ۰/۳$ و $\log ۳ = ۰/۴۸$ از صورت تست داریم:

$$n(۰/۴۸ + ۵(۰/۳) - ۲) = -۰/۴۸ \Rightarrow n(-۰/۰۲) = -۰/۴۸ \Rightarrow n = ۲۴$$

دقت کنید! مبادا به جای $\log ۳$ با استفاده از شیمی ۰/۵ بگذارید! چون مقدار آن به طور صریح در صورت تست ۰/۴۸ اعلام شده است، همین عددی که طراح گفته، ملاک عمل می‌باشد.

**تمرین:** **مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{۱}{۱۰}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می‌ماند؟ $(\log ۳ = ۰/۴۸)$**

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۷۰ ۴) ۲۴۰ **(ریاضی ۹۹)**

**پاسخ گزینه ۱**

کاملاً مشابه تست قبل است. اگر درست عمل کرده باشید، باید به معادله‌ی زیر رسیده باشید:

$$۸ = ۲۴(۰/۹)^n$$

دقت کنید که در این معادله، $n$ یک واحد زمانی ۳۰ روزه است.

پس از حل معادله‌ی بالا به کمک آن در جعبه‌ی آموزشی گفتیم، به $n = ۱۲$ می‌رسید که به معنای ۳۶۰ روز است.

**تست۲۹:** اگر $\log ۳ = a$ و $\log ۵ = b$ باشند، ریشه‌ی معادله‌ی $۵^{۳^x} = ۳^{۵^x}$ کدام است؟

۱) $\frac{\log a + \log b}{a + b}$ ۲) $\frac{\log a - \log b}{a - b}$ ۳) $\frac{a + b}{\log a + \log b}$ ۴) $\frac{a - b}{\log a - \log b}$

## جعبه‌ی آموزشی

☑ نداریم! مراجعه به جعبه‌ی آموزشی تست ۲۸.

## پاسخ تستی

**۲۹- گزینه ۲**

مطابق جعبه‌ی آموزشی، با تیپ دوم معادلات نمایی طرفیم که برای حل آن، باید از طرفین لگاریتم بگیریم:

$$\log(۳^{۵^x}) = \log(۵^{۳^x}) \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ لگاریتم}} ۵^x \log ۳ = ۳^x \log ۵$$

$$\xrightarrow[\log ۵ = b]{\log ۳ = a} ۵^x(a) = ۳^x(b) \Rightarrow (\frac{۳}{۵})^x = \frac{a}{b}$$

باز هم از طرفین معادله، لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(\frac{۳}{۵})^x = \log(\frac{a}{b}) \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ و۲ لگاریتم}}$$

$$x(\log ۳ - \log ۵) = \log a - \log b \xrightarrow[\log ۵ = b]{\log ۳ = a} x(a - b) = \log a - \log b \Rightarrow x = \frac{\log a - \log b}{a - b}$$

دقت کنید! عبارت $۳^{۵^x}$ با عبارت $(۳^۵)^x$ متفاوت است.

منظور از $۳^{۵^x}$ این است که ابتدا عدد ۵ به توان $x$ می‌رسد، حاصل هرچه مانند $A$ شد، سپس عدد ۳ به توان $A$ می‌رسد. یعنی توان عدد ۳، کل عبارت $۵^x$ است.
درحالی که محاسبه‌ی $(۳^۵)^x$ همان‌طور که قبلاً دیده بودیم، به صورت زیر است:

$$(۳^۵)^x = (۳^x)^۵ = ۳^{۵x}$$

**تمرین:** حاصل‌ضرب جواب‌های معادله‌ی $(\sqrt{x})^{x} = (x)^{\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۴-

**پاسخ** **گزینه ۳**

این بار پایه‌ها یکسان نیست، اما قابل یکسان‌سازی است. ببینید:

$$(x)^{\sqrt{x}} = (x^{\frac{1}{2}})^{x} \Rightarrow x^{\sqrt{x}} = x^{\frac{x}{2}} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{x}{2} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به توان دو}} x = \frac{x^2}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{4} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{4} - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, 4$$

**دقت کنید۱ !** $x = 0$ قابل قبول نیست، چون با جایگذاری آن در معادله، در طرفین تساوی به عبارت $0^0$ می‌رسید که عبارت مبهمی است. (داوطلبان رشته‌ی ریاضی! در دانشگاه با این حالت مبهم بیشتر آشنا خواهید شد.)

**دقت کنید۲ !** چون پایه‌های نمایی در دو طرف معادله، متغیر است، (در هیچ‌یک از مثال‌ها و تست‌های قبلی اینگونه نبود!) به این موضوع هم توجه کنید که به ازای $x = 1$، پایه‌ها برابر ۱ شده و ۱ به هر توانی برابر ۱ می‌شود و باز هم دو طرف، مساوی خواهند شد. پس $x = 1$ هم به جواب‌های این معادله اضافه می‌شود.

نهایتاً $x = 1$ و $x = 4$ جواب‌های معادله است و گزینه‌ی ۳ پاسخ تست می‌باشد.

**تست۳۰:** معادله‌ی $\log_{(x^۲+۲x)}^{x} = ۱ - \log_{x}^{(x+۲)}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

## جعبه‌ی آموزشی

### معادلات لگاریتمی

☑ هر آن چه تا کنون از لگاریتم آموختید، برای حل معادلات لگاریتمی کافی است. فقط به دو نکته‌ی مهم زیر توجه کنید:

**نکته‌ی۱:** اگر پایه لگاریتم‌ها متفاوت بود، حتماً پایه‌ها را یکسان کنید (معمولاً از نتیجه‌ی ویژگی ۳ لگاریتم برای این منظور استفاده می‌کنیم.)

**نکته‌ی۲:** در پایان به دامنه‌ی لگاریتم توجه کنید و جواب‌های به دست آمده را در معادله‌ی اولیه صدق دهید، مبادا دامنه‌ی لگاریتم را خراب کنند که در این صورت، غیرقابل قبول خواهند بود.

## پاسخ تستها

**۳۰- گزینه ۱**

طبق نکته‌ی ۱ جعبه آموزشی، پایه لگاریتم‌ها را یکسان می‌کنیم. برای این منظور، در لگاریتم سمت راست معادله، نتیجه‌ی ویژگی ۳ را می‌نویسیم:

$$\log_{(x^۲+۲x)} x = \frac{۱}{\log_{x}^{(x^۲+۲x)}} = \frac{۱}{\log_{x}^{x(x+۲)}} \xrightarrow{\text{ویژگی ۲ لگاریتم}} = \frac{۱}{\log_{x}^{x} + \log_{x}^{(x+۲)}} = \frac{۱}{۱ + \log_{x}^{(x+۲)}}$$

پس معادله به این صورت می‌شود:

$$\log_{x}^{(x+۲)} = ۱ - \frac{۱}{۱ + \log_{x}^{(x+۲)}}$$

این معادله از این لحظه به بعد، خیلی ربطی به معادلات لگاریتمی ندارد! و با یک تغییر متغیر ساده، تبدیل به معادله‌ی گویا می‌شود.

کافی است $\log_{x}^{(x+۲)}$ را برابر $t$ در نظر بگیریم، ببینید:

$$t = ۱ - \frac{۱}{۱+t}$$

طبق جعبه‌ی آموزشی تست ۱۶ از آزمون اول ریاضیست، با ضرب طرفین این معادله در عبارت $(۱+t)$ داریم:

$$t(۱+t) = (۱+t) - ۱ \Rightarrow t + t^۲ = t \Rightarrow t^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۰$$

پس:

$$\log_{(x+۲)}^{x} = ۰ \Rightarrow x + ۲ = ۱ \Rightarrow x = -۱$$

طبق نکته‌ی ۲ جعبه‌ی آموزشی، جواب $x = -۱$ را در معادله‌ی اولیه در صورت تست صدق می‌دهیم که واضح است دامنه‌ی لگاریتم‌ها را خراب کرده و غیرقابل قبول است. پس معادله جواب ندارد.

**تمرین:** حاصل‌ضرب جواب‌های معادله‌ی $\log^{۲}(x^{۳}) = \log(\frac{x^{۱۰}}{۱۰})$ به صورت $۱۰^{\alpha}$ است، $\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۱۰}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱۰}{۹}$

**پاسخ گزینه ٤**

معادله را به صورت ساده‌تری بنویسید:

$$(\log(x^{۳}))^{۲} - \log(\frac{x^{۱۰}}{۱۰}) = ۰ \xrightarrow{\text{ویژگی‌های ۱ و ۲ لگاریتم}}$$

$$(۳\log x)^{۲} - (\log(x^{۱۰}) - \log ۱۰) = ۰ \xrightarrow{\text{ویژگی ۱ لگاریتم}}$$

$$(۳\log x)^{۲} - (۱۰\log x - ۱) = ۰ \Rightarrow ۹(\log x)^{۲} - ۱۰\log x + ۱ = ۰$$

این بار با تغییر متغیر $\log x = t$، به یک معادله‌ی درجه‌ی دو با ریشه‌های ۱ و $\frac{۱}{۹}$ می‌رسید. پس:

$$\begin{cases} \log x = ۱ \Rightarrow x = ۱۰ \\ \log x = \frac{۱}{۹} \Rightarrow x = ۱۰^{\frac{۱}{۹}} \end{cases}$$

هر دو جواب در دامنه‌ی لگاریتم‌ها قرار داشته و قابل قبول‌اند، پس حاصل‌ضرب جواب‌ها برابر است با:

$$۱۰ \times ۱۰^{\frac{۱}{۹}} = ۱۰^{\frac{۱۰}{۹}}$$

از مقایسه‌ی این عدد با $۱۰^{\alpha}$ نتیجه می‌شود که:

$$\alpha = \frac{۱۰}{۹}$$

ریاضـــزیست

# آزمون های فوق تخصصی ریاضـــزیست کنکور

دفترچه پاسخنامه آزمون مرحله ششم زیست شناسی (خیلی متفاوت)

فصل های پنج ، شش دوازدهم

فصل های چهار، پنج ،شش و هفت یازدهم

دکتر

## حنیف عظیمی

۵۰ سوال با پاسخ تشریحی

۵۰ جعبه آموزشی

۵۰ تمرین با پاسخ تشریحی

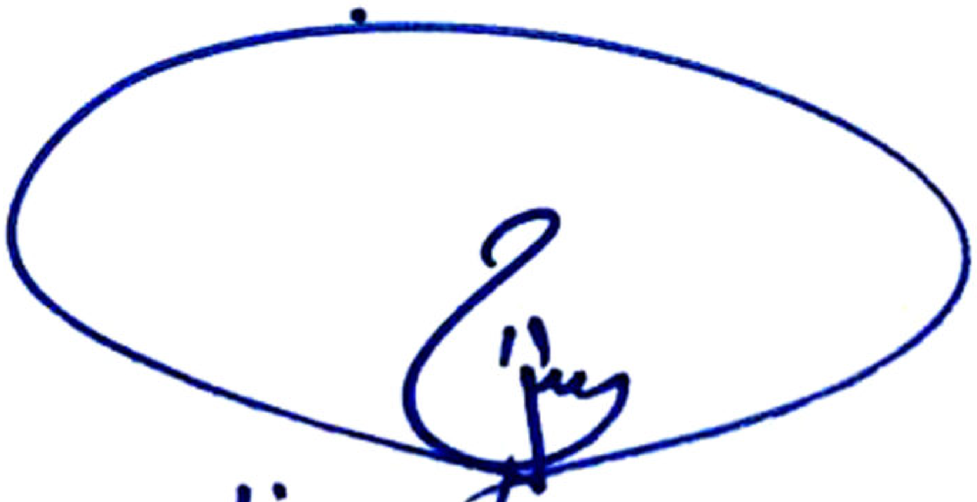
کلیه حقوق این آزمون متعلق به مؤلف بوده و هرگونه چاپ و تکثیر بدون اجازه کتبی مؤلف ممنوع و شرعا حرام است

رفقای ریاضندیسی

سال نو مبارک!

به امید رویش لغیدی شدن

قصد شما



دکتر حنیف عضدی

فردوردین ۱۴۰۰ (سال خوب!)

**تست ۱: چند مورد از موارد زیر در رابطه با نخستین خط دفاعی صحیح می‌باشد؟**

- در برابر طیفی از میکروب‌ها مؤثر بوده و آن‌ها را براساس ویژگی‌های عمومی شناسایی می‌کند.
- مخاط مژکدار در دستگاه گوارش مانع نفوذ میکروب‌ها به بخش‌های عمیق‌تر می‌شود.
- گروهی از بیگانه‌خوارها در اپیدرم میکروب‌ها را به منظور ارائه به لنفوسیت‌ها فاگوسیتوز می‌کنند.
- غدد عرق موجود در درم با ترشح مایع نمکی با آنزیم لیزوزیم سبب نابودی باکتری‌ها می‌شوند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**جعبه آموزشی**

## نخستین خط دفاعی

نخستین خط دفاعی ورود ممنوع = بهترین راه

- پوست
  - سد محکم و غیرقابل نفوذ (اپیدرم و درم)
    لایه بیرونی (اپیدرم) بافت پوششی سنگفرشی چند لایه با لایه خارجی مرده + لایه‌ی درونی (درم) بافت پیوندی رشته‌ای
  - ترشح ماده چرب اسیدی و عرق نمکی با لیزوزیم
  - میکروب‌های همراه جلوگیری از تکثیر میکروب‌های بیماری‌زا
- مخاط
  - سد محکم (بافت پوششی با آستری از بافت پیوندی)
  - ترشح ماده مخاطی چسبناک و دارای لیزوزیم

(سطح مجاری دستگاه تنفس – گوارش و ادراری تناسلی)

↓

ساز و کارهای دیگر: مخاط مژکدار تنفس – بزاق و اسید معده – اشک، عطسه، سرفه، استفراغ، مدفوع و ادرار – موهای بینی و گوش و ترشحات گوش

**پاسخ تست**

**۱- گزینه ۱**

**مورد اول:** نادرست. شناسایی براساس ویژگی‌های عمومی مربوط به دومین خط دفاعی می‌باشد.

**مورد دوم:** نادرست. دستگاه گوارش برخلاف دستگاه تنفسی مخاط مژکدار ندارد.

**مورد سوم:** نادرست. بیگانه‌خواری مربوط به دومین خط دفاعی می‌باشد.

**مورد چهارم:** درست. غدد عرق در لایه درونی پوست (درم) قرار داشته که عرق حاوی نمک و آنزیم لیزوزیم ترشح می‌کند.

**تمرین:** کدام گزینه در رابطه پوست صحیح می‌باشد؟

۱) اپیدرم آن با بافت پیوندی رشته‌ای همانند سدی محکم و غیرقابل نفوذ است.

۲) دارای تعداد زیادی سلول‌های مؤثر در دومین خط دفاعی می‌باشد.

۳) خارجی‌ترین یاخته‌های درم آن به تدریج می‌ریزند و میکروب‌ها را دور می‌کنند.

۴) میکروب‌های همراه آن با مبارزه با میکروب‌های بیماری‌زا سبب نابودی آن‌ها می‌شوند.

پاسخ **گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** اپیدرم دارای بافت پوششی سنگفرشی چندلایه و درم دارای بافت پیوندی رشته‌ای می‌باشد.

**گزینه«۲»:** پوست دارای تعداد زیادی بیگانه‌خوار (ماستوسیت و دارینه‌ای) می‌باشد.

**گزینه«۳»:** خارجی‌ترین یاخته‌های اپیدرم مرده‌اند.

**گزینه«۴»:** با رقابت بر سر غذا از تکثیر آن‌ها جلوگیری می‌کنند.

---

**تست ۲: کدام گزینه در رابطه با یاخته‌های دارینه‌ای نادرست می‌باشد؟**

۱) همانند نوتروفیل‌ها در بیگانه‌خواری در بافت‌ها نقش دارند.

۲) همانند ماکروفاژها در گره‌های لنفی یافت می‌شوند.

۳) همانند ماستوسیت‌ها در پوست و لوله گوارشی به فراوانی یافت می‌شوند.

۴) همانند لنفوسیت‌ها دارای گیرنده‌های آنتی‌ژنی می‌باشند.

## جعبه آموزشی

### بیگانه‌خوارها

- بیگانه‌خوارها (فاگوسیت‌ها)
  - بافتی
    - ماکروفاژها (درشت‌خوار)
      - پاکسازی
      - در طحال، کبد، گره لنفی، حبابک
    - ماستوسیت
      - در پوست و لوله گوارش
      - دارای هیستامین
    - دارینه‌ای
      - در پوست و لوله گوارش
      - ارائه آنتی‌ژن به لنفوسیت غیرفعال در گره لنفی
    - سرتولی ← در دیواره لوله‌های اسپرم‌ساز بیضه
  - خونی ← گویچه‌های سفید

**پاسخ تست ۲- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** نوتروفیل‌ها نیز با دیاپدز وارد بافت شده و در بافت فاگوسیتوز می‌کنند.

**گزینه«۲»:** سلول‌های دارینه‌ای برای ارائه قسمت‌هایی از میکروب به لنفوسیت‌ها به گره لنفی نزدیک منتقل می‌شود.

**گزینه«۳»:** دارینه‌ای و ماستوسیت در بخش‌هایی از بدن که با محیط بیرون در ارتباط‌اند مثل پوست و لوله گوارش به فراوانی یافت می‌شود.

**گزینه«۴»:** فقط لنفوسیت‌های B و T دارای گیرنده‌های آنتی‌ژنی می‌باشند.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟**

**« گروهی از سلول‌های بیگانه‌خوار .....»**

**۱) با ترشح پیک شیمیایی در التهاب سبب جذب گویچه‌های سفید خون می‌شوند.**

**۲) با ترشح هیستامین سبب خروج بیشتر پروتئین‌های مکمل از دیواره مویرگ‌ها می‌شود.**

**۳) با ترشح نوعی اینترفرون سبب فعال کردن ماکروفاژها در مبارزه با سرطان می‌شود.**

**۴) سبب فعال کردن گروهی از لنفوسیت‌ها در گره‌های لنفاوی می‌شوند.**

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** ماکروفاژها در پاسخ التهابی

**گزینه«۲»:** ماستوسیت‌ها با ترشح هیستامین

**گزینه«۳»:** منظور اینترفرون نوع دو بوده که از لنفوسیت‌ها ترشح شده ولی لنفوسیت‌ها بیگانه‌خوار نیستند.

**گزینه«۴»:** سلول‌های دارینه‌ای با ارائه قسمت‌هایی از میکروب به لنفوسیت‌های غیرفعال گره‌های لنفاوی.

---

**تست ۳: کدام گزینه زیر در رابطه با سلول‌های خونی انسان سالم صحیح می‌باشد؟**

۱) هر سلول خونی بدون دانه با توانایی دیاپدز، دارای منشأ لنفوئیدی است.

۲) هر سلول دانه‌دار با منشأ میلوئیدی، دارای هسته دو یا چند قسمتی و توانایی دیاپدز است.

۳) هر سلول خونی با منشأ لنفوئیدی، دارای هسته تکی و توانایی شناسایی میکروب‌ها از یکدیگر است.

۴) هر سلول خونی با توانایی دیاپدز و بیگانه‌خواری، دارای منشأ میلوئیدی است.

**جعبه آموزشی**

## منشأ سلول‌های خونی

- گویچه‌های قرمز
- مگاکاریوسیت‌ها
- گرانولوسیت‌ها: نوتروفیل / ائوزینوفیل / بازوفیل
- مونوسیت از آگرانولوسیت‌ها
- لنفوسیت‌ها از آگرانولوسیت‌ها

یاخته بنیادی میلوئیدی ← یاخته بنیادی

یاخته بنیادی لنفوئیدی ← یاخته بنیادی

**پاسخ تست ۳- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** مونوسیت بی‌دانه و دارای منشأ میلوئیدی است.

**گزینه«۲»:** مگاکاریوسیت‌ها دانه‌دار با منشأ میلوئیدی بوده ولی دیاپدز ندارند.

**گزینه«۳»:** لنفوسیت کشنده طبیعی مربوط به دفاع غیراختصاصی بوده و فاقد گیرنده آنتی ژنی است.

**گزینه«۴»:** هر سلولی با توانایی بیگانه‌خواری لزوماً منشأ میلوئیدی داشته زیرا لنفوسیت‌ها توانایی بیگانه‌خواری ندارند.

---

**تمرین: کدام مورد زیر در رابطه با گویچه‌های سفید نادرست می‌باشد؟**

**۱) سلول‌های واکنش سریع، دارای دانه‌های روشن و با منشا میلوئیدی می‌باشند.**

**۲) سلول‌های تبدیل شونده به بیگانه‌خوارهای بافتی، بدون دانه و با منشا لنفوئیدی می‌باشند.**

**۳) سلول‌های نابودکننده انگل‌ها، دارای دانه‌های روشن و با منشا میلوئیدی می‌باشند.**

**۴) سلول‌های ایجاد کننده مرگ برنامه‌ریزی شده سلول‌های سرطانی، بدون دانه و با منشا لنفوئیدی می‌باشند.**

**پاسخ گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** به نوتروفیل‌ها اشاره دارد.

**گزینه«۲»:** به مونوسیت‌ها اشاره داشته ولی منشأ آن‌ها میلوئیدی است.

**گزینه«۳»:** به ائوزینوفیل‌ها اشاره دارد.

**گزینه«۴»:** به لنفوسیت‌های کشنده طبیعی و T اشاره دارد.

---

**تست ٤: کدام گزینه عبارت را بطور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«نوعی یاخته خونی که ..... دارد، .....»**

۱) هسته چند قسمتی و میان یاخته با دانه‌های روشن ریز – محتویات دانه‌های خود را روی انگل می‌ریزد.

۲) هسته دو قسمتی دمبلی و میان یاخته با دانه‌های روشن درشت – با ورود آنزیمی باعث مرگ برنامه‌ریزی شده سلول سرطانی می‌شود.

۳) هسته دو قسمتی روی هم افتاده و میان یاخته با دانه‌های تیره – در بروز پاسخ به مواد بی‌خطر اطراف ما نقش مؤثری دارد.

۴) هسته تکی خمیده یا لوبیایی و میان یاخته بدون دانه – پس از شناسایی آنتی ژن به سرعت تکثیر می‌شود.

## جعبه آموزشی

### گویچه‌های سفید

گلبول‌های سفید

- دانه‌دار با هسته چند قسمتی گرانولوسیت
  - نوتروفیل: نیرو واکنش سریع – تراگذری و بیگانه‌خواری و چابک
    هسته چند قسمتی – میان یاخته با دانه‌های روشن ریز
  - ائوزینوفیل: تراگذری – محتویات دانه‌های خود را انگل می‌ریزد
    هسته دو قسمتی دمبلی – میان یاخته با دانه‌های روشن درشت
  - بازوفیل: تراگذری – دانه‌های این یاخته‌ها هیستامین و هپارین دارند
    هسته دو قسمتی روی هم افتاده – میان یاخته با دانه‌های تیره
- بی‌دانه با هسته یک قسمتی آگرانولوسیت
  - لنفوسیت: تراگذری – سلول کشنده طبیعی - لنفوسیت B و T فاقد بیگانه‌خواری
    هسته تکی گرد یا بیضی – میان یاخته بدون دانه
  - مونوسیت: پس از تراگذری تبدیل به ماکروفاژ و سلول دندریتی
    هسته تکی خمیده یا لوبیایی – میان یاخته بدون دانه

**پاسخ تستت**

**٤- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** ائوزینوفیل‌ها دانه‌های درشت و روشن دارند.

**گزینه«۲»:** آنزیم ایجاد کننده مرگ برنامه‌ریزی شده در سلول‌های سرطانی، مربوط به لنفوسیت‌های کشنده طبیعی و T بوده که فاقد دانه می‌باشند.

**گزینه«۳»:** بازوفیل با ترشح هیستامین در حساسیت‌ها نقش دارد.

**گزینه«۴»:** هسته لنفوسیت‌ها تکی گرد یا بیضی شکل است.

---

**تمرین:** کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟

**«نوعی گویچه سفید که .....، دارای .....»**

**۱)** که در مبارزه با کرم‌های انگل روده نقش اصلی را دارا می‌باشد – هسته دو قسمتی و دانه‌های ریز است.

**۲)** مورد حمله ویروس HIV قرار می‌گیرد – هسته تکی گرد یا بیضی است.

**۳)** توانایی ترشح پروتئین‌های ضد انعقاد را دارا می‌باشد – هسته دمبلی و دانه‌های تیره است.

**۴)** چابک و فاقد مواد دفاعی زیاد می‌باشد – هسته چند قسمتی و دانه‌های درشت است.

**پاسخ گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** ائوزینوفیل‌ها دانه‌های درشت دارند.

**گزینه«۲»:** گروهی از لنفوسیت‌های T (کمک کننده) مورد حمله ویروس HIV قرار می‌گیرد.

**گزینه«۳»:** بازوفیل‌ها هسته دو قسمتی و روی هم افتاده دارند.

**گزینه«۴»:** نوتروفیل‌ها دانه‌های ریز دارند.

---

**تست ۵: چند مورد از موارد زیر در مورد نوعی یاخته خونی که هسته تکی گرد و میان یاخته بدون دانه داشته و در دفاع غیراختصاصی نقش دارد، صحیح می‌باشد؟**

- **با ترشح اینترفرون نوع یک، سلول‌های سالم مجاور خود را در برابر ویروس مقاوم می‌کند.**
- **با ترشح پرفورین، سبب ایجاد منفذ در غشای سلول‌های آلوده به ویروس می‌شود.**
- **با ترشح اینترفرون نوع دو، سبب فعال کردن ماکروفاژها بر علیه سلول‌های سرطانی می‌شود.**
- **با ترشح نوعی پروتئین، سبب مرگ برنامه‌ریزی شده در سلول‌های سرطانی می‌شود.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**جعبه آموزشی**

**اینترفرون**

اینترفرون
- نوع یک: **از سلول آلوده به ویروس/ مقاومت سلول‌های آلوده و سالم در برابر ویروس**
- نوع دو: **از لنفوسیت کشنده طبیعی و T / فعال کردن ماکروفاژ / مبارزه با سرطان**

**پاسخ تست ۵- گزینه ٤**

منظور سؤال لنفوسیت‌های کشنده طبیعی بوده که:

**مورد اول:** درست. در صورت آلوده شدن به ویروس

**مورد دوم:** درست.

**مورد سوم:** درست.

**مورد چهارم:** درست. آنزیم القا کننده مرگ برنامه‌ریزی شده سلولی، نوعی پروتئین است.

---

**تمرین: هر سلول ترشح کننده ..... ، .....**

**۱) اینترفرون نوع یک – فقط در دومین خط دفاع غیراختصاصی شرکت می‌کند.**

**۲) اینترفرون نوع دو - فقط در دفاع اختصاصی بدن شرکت می‌کند.**

**۳) پرفورین – توانایی ترشح هر دو نوع اینترفرون را دارا می‌باشد.**

**۴) پادتن – دارای گیرنده‌های آنتی ژنی مشابه همان پادتن می‌باشد.**

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** سلول‌های آلوده به ویروس اینترفورن نوع یک ترشح کرده که این سلول‌ها می‌توانند هر سلولی باشند.

**گزینه«۲»:** لنفوسیت‌های کشنده طبیعی در دفاع غیراختصاصی شرکت می‌کنند.

**گزینه«۳»:** لنفوسیت‌های کشنده طبیعی و T دارای پرفورین بوده و می‌توانند هر دو نوع اینترفرون را ترشح کنند.

**گزینه«۴»:** پلاسموسیت‌ها پادتن ترشح کرده ولی فاقد گیرنده آنتی‌ژن‌اند.

---

**تست ٦: چند مورد از موارد زیر در رابطه با ماکروفاژها به درستی مطرح شده است؟**

- **پادتن‌ها پس از برخورد با ویروس‌ها، فعال شده و ضمن خنثی سازی آن‌ها سبب بیگانه‌خواری آن‌ها توسط ماکروفاژها می‌شود.**
- **پیک‌های شیمیایی ترشح شده از سلول‌های دیواره مویرگ‌ها سبب جذب ماکروفاژها به موضع آسیب دیده می‌شوند.**
- **پروتئین‌های مکمل با قرارگیری روی سلول‌های آلوده به ویروس، بیگانه‌خواری آن‌ها را توسط ماکروفاژها تسهیل می‌کنند.**
- **اینترفرون ترشح شده از لنفوسیت‌های T با فعال کردن ماکروفاژها سبب مبارزه با سلول‌های سرطانی می‌شود.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**جعبه آموزشی**

## ماکروفاژها [درشت‌خوارها]

**گروهی از مونوسیت‌ها پس از خروج از خون تغییر کرده و به ماکروفاژها تبدیل می‌شوند. ماکروفاژها در کبد، طحال، گره‌های لنفی و حبابک‌ها وجود داشته و علاوه بر بیگانه‌خواری (فاگوسیتوز) عوامل بیگانه، در پاکسازی و از بین بردن یاخته‌های مرده بافت‌ها یا بقایای آن‌ها نقش دارند. پادتن‌ها همانند پروتئین‌های مکمل سبب افزایش فعالیت ماکروفاژها می‌شوند. اینترفرون نوع دو ترشح شده از لنفوسیت‌های T و کشنده طبیعی نیز سبب فعال کردن ماکروفاژها می‌شوند. ماکروفاژ در پاسخ التهابی با ترشح پیک‌های شیمیایی سبب جذب گویچه‌های سفید خون می‌شود.**

**پاسخ تستی ٦- گزینه ۱**

**مورد اول:** نادرست. پادتن‌ها قبل از ترشح در شبکه آندوپلاسمی زبر پلاسموسیت‌ها فعال می‌شوند.

**مورد دوم:** نادرست. سبب جذب گویچه‌های سفید خون می‌شوند.

**مورد سوم:** نادرست. پروتئین‌های مکمل بر روی غشای میکروب‌ها قرار می‌گیرند.

**مورد چهارم:** درست. اینترفرون نوع دو

**تمرین:** **کدام گزینه عبارت را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟**

**«گویچه سفید با سیتوپلاسم بدون دانه که منشأ میلوئیدی دارد پس از دیاپدز تبدیل به سلول‌هایی شده که .....»**

**۱) با از بین بردن یاخته‌های مرده بافت‌ها یا بقایای آن‌ها سبب پاکسازی می‌شود.**
**۲) قسمت‌هایی از میکروب را در سطح خود قرار داده و خود را به گره‌های لنفاوی می‌رساند.**
**۳) با ترشح هیستامین سبب افزایش جریان خون و حضور بیشتر گویچه‌های سفید می‌شود.**
**۴) با بیگانه‌خواری به عنوان آخرین خط دفاعی دستگاه تنفسی به شمار می‌رود.**

پاسخ **گزینه ۳**

منظور مونوسیت‌ها بوده که به دنبال دیاپدز و ایجاد تغییرات به سلول‌های ماکروفاژ و دارینه‌ای تبدیل می‌شوند.

**گزینه«۱»:** به ماکروفاژها اشاره دارد.
**گزینه«۲»:** به سلول‌های دارینه‌ای اشاره دارد.
**گزینه«۳»:** به سلول‌های ماستوسیت و بازوفیل اشاره دارد.
**گزینه«۴»:** به ماکروفاژ در حبابک‌ها اشاره دارد.

---

**تست ۷: کدام گزینه در رابطه با پاسخ ایمنی به عامل کزاز در یک فرد سالم نادرست می‌باشد؟**

۱) به کمک پادتن‌ها عامل کزاز به هم چسبانده شده و سپس توسط ماکروفاژها فاگوسیتوز می‌شوند.
۲) پروتئین‌های مکمل پس از برخورد با عامل کزاز فعال شده و سبب ایجاد منفذ در غشای آن‌ها می‌شود.
۳) عامل کزاز مورد حمله لنفوسیت‌های T کشنده قرار گرفته و غشای آن‌ها به کمک پرفورین منفذدار می‌شود.
۴) سلول‌های دارینه‌ای عامل کزاز را بیگانه‌خواری کرده و قسمت‌هایی از آن را به لنفوسیت‌ها در گره لنفی ارائه می‌کنند.

## جعبه آموزشی

### پروتئین‌های مکمل

**این پروتئین‌های دفاعی به صورت غیرفعال و محلول در خونناب بوده و پس از برخورد با [۱] میکروب‌ها یا [۲] پادتن‌ها یا [۳] پروتئین‌های مکمل فعال دیگر، فعال شده و با کمک یکدیگر و ایجاد ساختارهای حلقه مانندی در غشای میکروب‌ها منافذی بوجود آورده و سبب مرگ آن‌ها می‌شوند. علاوه بر آن قرار گرفتن پروتئین‌های مکمل روی میکروب‌ها سبب تسهیل بیگانه‌خواری آن‌ها می‌شود.**

پاسخ تست **۷- گزینه ۳**

عامل کزاز نوعی باکتری بوده درحالیکه سلول‌های T کشنده به سلول‌های آلوده به ویروس، سرطانی و پیوند شده حمله می‌کنند.

**تمرین:** کدام گزینه عبارت را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

**«نوعی پروتئین دفاعی که از گروهی از گویچه‌های سفید در پاسخ به ورود عوامل خارجی، ترشح می‌شود می‌تواند .....»**

**۱) با اتصال به عوامل خارجی و خنثی سازی آن‌ها سبب افزایش فاگوسیتوز آن‌ها شود.**

**۲) سبب مقاومت سلول‌های سالم علاوه بر سلول آلوده در برابر عوامل بیگانه شود.**

**۳) با ایجاد ساختار حلقه مانند سبب ایجاد منفذ در غشا میکروب‌ها شود.**

**۴) سبب ایجاد منفذ در غشا سلول آلوده به منظور ورود گروهی از آنزیم‌ها به آن شود.**

پاسخ **گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** پادتن‌ها

**گزینه«۲»:** اینترفرون نوع یک

**گزینه«۳»:** به پروتئین‌های مکمل اشاره داشته درحالیکه ترشح پروتئین‌های مکمل ارتباطی به ورود عوامل خارجی ندارد.

**گزینه«۴»:** پرفورین

---

**تست ۸: کدام گزینه زیر به‌طور صحیح مطرح شده است؟**

۱) هر گویچه سفید که به کمک نوعی هورمون بالغ می‌شود، دارای گیرنده‌های آنتی ژنی Y شکل در سطح خود می‌باشد.

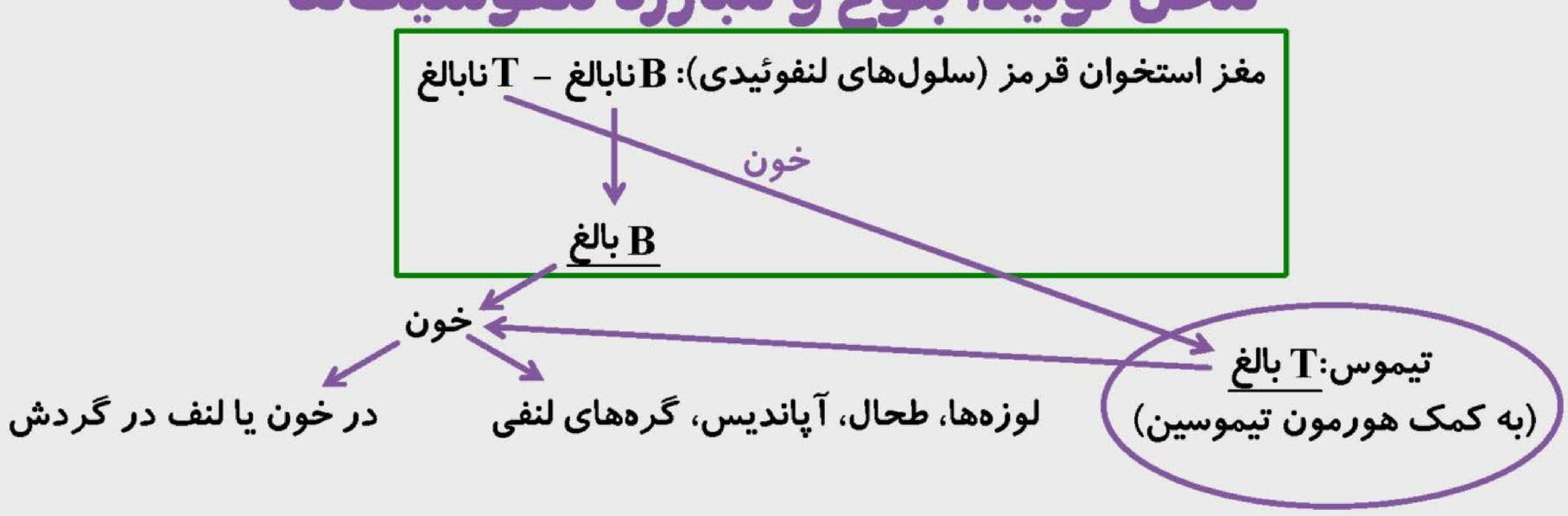
۲) هر گویچه سفید که در مغز استخوان توانایی شناسایی نوع عامل بیگانه را بدست می‌آورد، تعدادی یاخته پادتن‌ساز تولید می‌کند.

۳) هر گویچه سفید که سبب مرگ برنامه‌ریزی‌شده در سلول‌های سرطانی می‌شود، دارای گیرنده‌های آنتی ژنی می‌باشد.

۴) هر گویچه سفید که با گیرنده‌های خود آنتی ژن را شناسایی می‌کند، سبب افزایش فعالیت درشت‌خوارها می‌شود.

## جعبه آموزشی

### محل تولید، بلوغ و مبارزه لنفوسیت‌ها



**پاسخ تست**

**۸- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** لنفوسیت‌های T به کمک هورمون تیموسین بالغ شده ولی گیرنده‌های آنتی ژنی Y شکل مربوط به لنفوسیت‌های B است.

**گزینه«۲»:** فقط لنفوسیت‌های B که با آنتی ژن مربوطه برخورد کرده‌اند، پلاسموسیت تولید می‌کنند.

**گزینه«۳»:** لنفوسیت کشنده طبیعی گیرنده آنتی ژنی ندارد.

**گزینه«۴»:** لنفوسیت B با تولید پادتن‌ها و لنفوسیت T با تولید اینترفرون نوع دو سبب افزایش فعالیت ماکروفاژها می‌شوند.

---

**تمرین: لنفوسیت‌های B پس از فعال شدن و تقسیم و تمایز، سلول‌هایی را به وجود می‌آورند. که ویژگی مشترک همه این سلول‌ها کدام است؟**

**۱) سیتوپلاسم بدون دانه و هسته‌ای دارند که کاملا در بخش مرکزی سلول قرار گرفته است.**

**۲) پروتئین‌هایی با توانایی اتصال اختصاصی به دو مولکول پادگن (آنتن ژن) می‌سازند.**

**۳) پس از برخورد ثانویه با همان آنتی ژن سبب پاسخ سریع‌تر و شدیدتر از پاسخ اولیه می‌شوند.**

**۴) با تولید نوعی از اینترفرون‌ها سبب فعال شدن درشت خوارها و افزایش فاگوسیتوز می‌شوند.**

**پاسخ**

**گزینه ۲**

پس از فعال و تقسیم شدن لنفوسیت‌های B، لنفوسیت‌های B خاطره و پلاسموسیت‌ها ایجاد می‌شوند.

**گزینه«۱»:** هسته پلاسموسیت‌ها گرد ولی کناری می‌باشد.

**گزینه«۲»:** لنفوسیت‌های B خاطره، گیرنده آنتی ژنی و پلاسموسیت‌ها پادتن ساخته که هر دو توانایی اتصال اختصاصی به دو آنتی ژن را دارا می‌باشند.

**گزینه«۳»:** پلاسموسیت‌ها فاقد گیرنده آنتی ژنی می‌باشند.

**گزینه«۴»:** اینترفرون نوع دو توسط لنفوسیت‌های کشنده طبیعی و T ترشح می‌شود.

---

**تست ۹: چند مورد از موارد زیر صحیح می‌باشد؟**

- **در بیماری مالتیپل اسکلروزیس قسمت‌هایی از قشر خاکستری لوب پس‌سری آسیب می‌بیند.**
- **حساسیت به دلیل افزایش پاسخ ایمنی توسط گروهی از بیگانه‌خوارها ایجاد می‌شود.**
- **واکسن کزاز برخلاف سرم ضدکزاز دارای آنتی ژن‌های کزاز بوده و ایمنی فعال ایجاد می‌کند.**
- **عامل آنفلوانزا باکتری استرپتوکوکوس نومونیا بوده و برخلاف ویروس ایدز سبب افزایش تعداد لنفوسیت‌های T می‌شود.**
- **به منظور بهبودی علایم در بیماری مالتیپل اسکلروزیس و حساسیت‌ها، از ترکیبات شبه کورتیزول استفاده می‌شود.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### اختلال در عملکرد دستگاه ایمنی

۱) ایدز: از بین بردن لنفوسیت‌های T کمک کننده توسط ویروس HIV

۲) حساسیت: پاسخ دستگاه ایمنی به ماده حساسیت‌زا با ترشح هیستامین از ماستوسیت‌ها و بازوفیل‌ها.

۳) خودایمنی: از بین بردن سلول‌های انسولین‌ساز جزایر لانگرهانس پانکراس در دیابت نوع یک و قسمت‌هایی از میلین اطراف نورون‌های مغز و نخاع در MS، توسط دستگاه ایمنی.

**پاسخ تست ۹- گزینه ۳**

**مورد اول:** نادرست. در بیماری MS بخش‌های سفید (میلین‌دار) آسیب می‌بینند.

**مورد دوم:** درست. ماستوسیت‌ها نوعی بیگانه‌خوار بافتی می‌باشند.

**مورد سوم:** درست. سرم ضدکزاز دارای پادتن ضد آن بوده و ایمنی غیرفعال ایجاد می‌کند.

**مورد چهارم:** نادرست. عامل آنفولانزا نوعی ویروس است و استرپتوکوکوس نومونیا عامل سینه پهلو است.

**مورد پنجم:** درست. کورتیزول سبب تضعیف عملکرد سیستم ایمنی می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«سلولی که در پاسخ به ماده حساسیت‌زا هیستامین ترشح می‌کند، ممکن نیست .....»**

**۱) در بخش‌هایی از بدن که با محیط بیرون در ارتباط‌اند، به فراوانی یافت شود.**

**۲) توانایی عبور از بین سلول‌های پوششی سنگفرشی مویرگ‌ها را دارا باشد.**

**۳) با تراگذری از خون خارج شده و به نوعی درشت‌خوار بافتی تبدیل شود.**

**۴) دارای توانایی بیگانه‌خواری میکروب‌ها در بافت‌های آسیب دیده باشد.**

**پاسخ گزینه ۳**

سلول‌های بازوفیل و ماستوسیت در حساسیت هیستامین ترشح می‌کنند.

**گزینه«۱»:** ماستوسیت

**گزینه«۲»:** بازوفیل با دیپاپدز

**گزینه«۳»:** به مونوسیت‌ها اشاره دارد.

**گزینه«۴»:** ماستوسیت

**تست ۱۰: کدام گزینه عبارت را به‌طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«هریک از سلول‌های ترشح کننده .....، .....»**

۱) پیک‌های شیمیایی التهابی – دارای توانایی بیگانه‌خواری می‌باشند.

۲) هیستامین در حساسیت‌ها – در دومین خط دفاعی نقش دارند.

۳) پرفورین در مبارزه با سلول‌های سرطانی – در سومین خط دفاعی نقش دارد.

۴) اینترفرون نوع یک – دارای توانایی دیاپدز می‌باشد.

## جعبه آموزشی

### دومین خط دفاعی

دومین خط دفاعی واکنش‌های عمومی و سریع

- بیگانه‌خوارها (فاگوسیت‌ها)
- گویچه‌های سفید
- پروتئین‌ها
  - پروتئین مکمل: ایجاد ساختار حلقه مانند در غشا میکروب با کمک یکدیگر
  - اینترفرون
    - نوع I: از سلول آلوده به ویروس
    - نوع II: از کشنده طبیعی و لنفوسیت T ضدسرطان - فعال کردن ماکروفاژ
- تب توسط هیپوتالاموس
- پاسخ التهابی:

پاسخ موضعی به دنبال آسیب بافتی که به از بین بردن میکروب‌ها، جلوگیری از انتشار میکروب‌ها و تسریع بهبودی می‌انجامد. قرمزی، تورم، گرما و درد در موضع آسیب دیده، نشانه‌های التهاب‌اند.

ماستوسیت: بیگانه‌خواری – رها شدن هیستامین

هیستامین: رگ‌ها را گشاد: افزایش جریان خون – افزایش نفوذپذیری رگ‌ها: خروج بیشتر پلاسما و پروتئین‌های دفاعی

ماکروفاژ: بیگانه‌خواری – پاکسازی – ترشح پیک شیمیایی برای جذب گویچه‌های سفید

مونوسیت: دیاپدز و تبدیل شدن به ماکروفاژ

نوتروفیل: دیاپدز و بیگانه‌خواری

پروتئین مکمل: ایجاد منفذ در غشای میکروب‌ها – تسهیل بیگانه‌خواری

سلول‌های دیواره مویرگ: ترشح پیک شیمیایی برای جذب گویچه‌های سفید

**پاسخ تست ۱۰- گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** پیک‌های شیمیایی التهابی از سلول‌های دیواره مویرگ نیز ترشح می‌شوند.

**گزینه«۲»:** بازوفیل و ماستوسیت‌ها مربوط به دومین خط دفاعی می‌باشند.

**گزینه«۳»:** لنفوسیت کشنده طبیعی مربوط به دومین خط دفاعی می‌باشد.

**گزینه«۴»:** اینترفرون نوع یک از هر سلول آلوده به ویروسی ترشح می‌شود.

---

**تمرین: چند مورد از موارد زیر در رابطه خطوط دفاعی انسان صحیح می‌باشد؟**

- **بیگانه‌خوارها در خطوط دفاع غیراختصاصی انسان دارای نقش می‌باشند.**
- **تب و محیط اسیدی سبب نابودی همه میکروب‌ها می‌شوند.**
- **پادتن‌ها پس از برخورد با ویروس‌ها فعال شده وسبب خنثی سازی و رسوب دادن آن‌ها می‌شوند.**
- **هر لنفوسیت B دو نوع پروتئین Y شکل مشابه تولید کرده که یک نوع در غشا متصل بوده و نوع دیگر ترشح می‌شود.**
- **همه لنفوسیت‌های خاطره دارای گیرنده آنتی ژنی و توانایی دیاپدز می‌باشند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ۱**

**مورد اول:** نادرست. بیگانه‌خوارها در خط دوم دفاع غیراختصاصی نقش داشته و در نخستین خط دفاعی فاقد نقش‌اند.

**مورد دوم:** نادرست. میکروب‌های همراه با محیط اسیدی پوست سازش یافته‌اند.

**مورد سوم:** نادرست. پادتن‌ها برخلاف پروتئین‌های مکمل به صورت فعال ترشح می‌شوند.

**مورد چهارم:** نادرست. لنفوسیت B دارای گیرنده آنتی ژنی و پلاسموسیت دارای پادتن می‌باشد.

**مورد پنجم:** درست.

---

**تست ۱۱: چند مورد از موارد زیر عبارت را به‌طور نادرست تکمیل می‌کند؟**

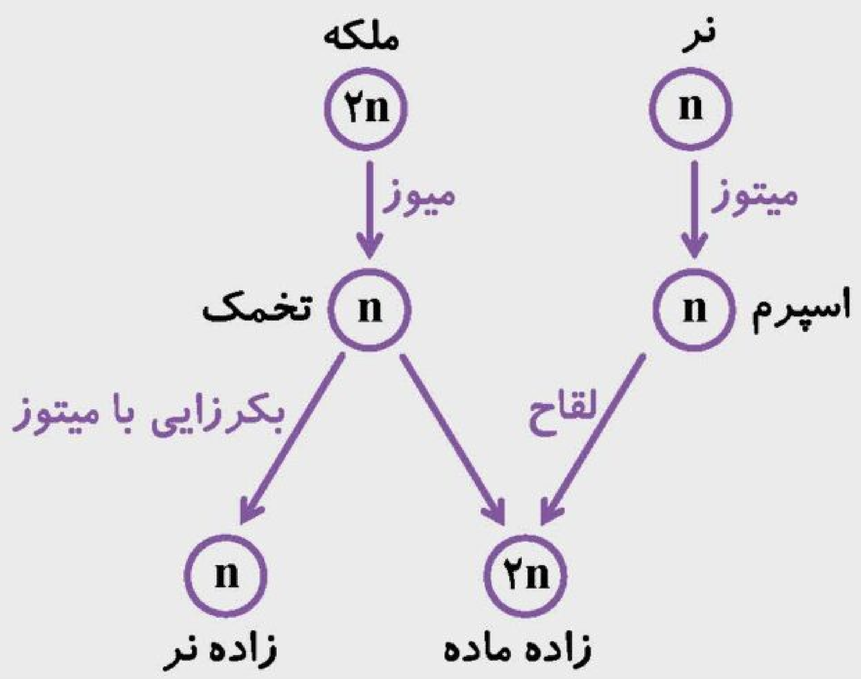
**«زنبور ملکه با ژن‌نمود Aabb و زنبورهای نر با ژن‌نمود aB مفروض است در بین زاده‌های ملکه ممکن است ..... وجود داشته باشد.»**

- **زاده‌ای نر با ژن‌نمود والد نر**
- **زاده‌ای ماده با ژن‌نمود والد ماده**
- **زاده‌ای نر با رخ‌نمود والد نر**
- **زاده‌ای ماده با رخ‌نمود والد ماده**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

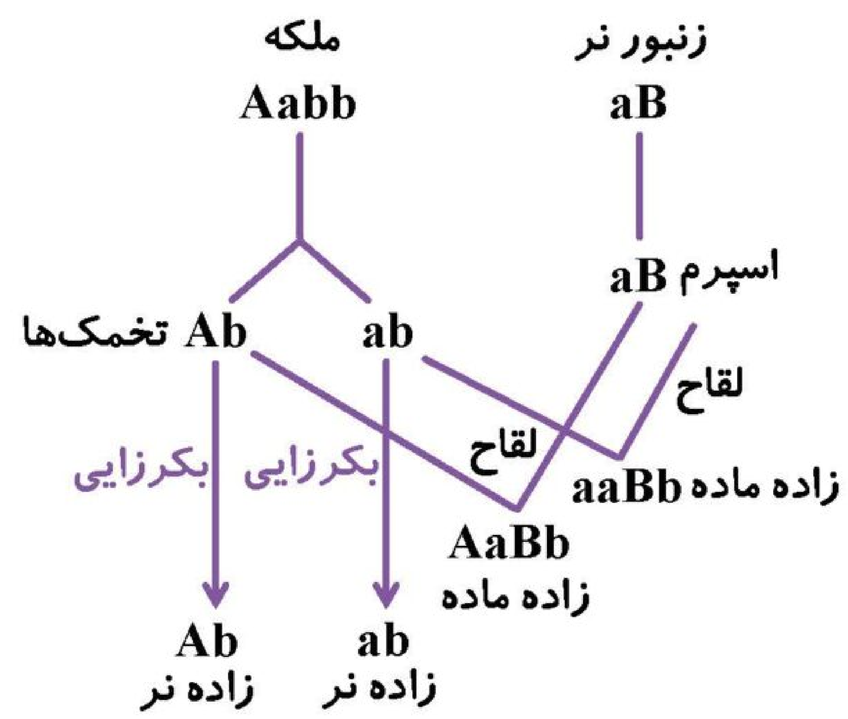
## جعبه آموزشی

### آمیزش در زنبورهای عسل




## پاسخ تست

**۱۱- گزینه ٤**




---

**تمرین:** اگر ژنوتیپ زنبور عسل ملکه ..... و ژنوتیپ زنبورهای عسل نر ..... فرض شود، ممکن نیست ژنوتیپ ملکه جدید مشابه ملکه فعلی باشد.

۱) aB – AaBB

۲) Ab – AaBb

۳) AB – aaBb

۴) Ab – AABb

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه «۱»:**

$$AaBB \times aB$$
$$AB \times aB \longrightarrow AaBB$$ مشابه ملکه

**گزینه «۲»:**

$$AaBb \times Ab$$
$$aB \times Ab \longrightarrow AaBb$$ مشابه ملکه

**گزینه «۳»:**

$$aaBb \times AB$$
$$aB \times ab \quad AB$$
$$AaBB \quad AaBb$$
متفاوت متفاوت

**گزینه «۴»:**

$$AABb \times Ab$$
$$AB \times Ab \longrightarrow AABb$$ مشابه ملکه

---

**تست ۱۲: چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«جانوری ماده با ژن‌نمود AABb مفروض است اگر بدانیم گروهی از افراد هم گونه آن به کمک فرومون‌ها سبب ایجاد پاسخ‌های رفتاری در سایر افراد گونه می‌شوند. زاده‌های حاصل از بکرزایی آن ممکن است ..... داشته باشند.»**

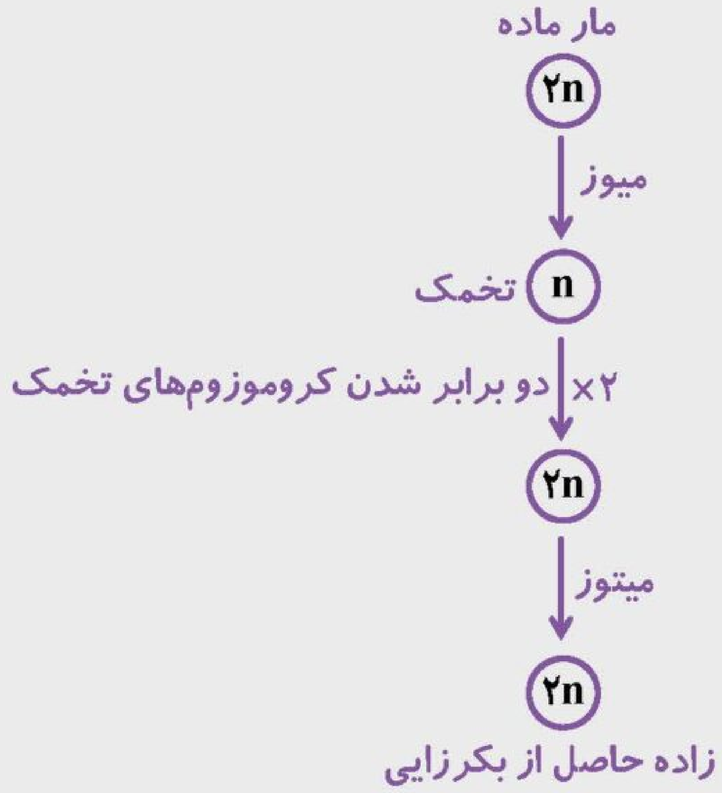
- ژن‌نمودی مشابه آن
- ژن‌نمودی متفاوت آن
- رخ‌نمودی مشابه آن
- رخ‌نمودی متفاوت آن

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### بکرزایی در مار

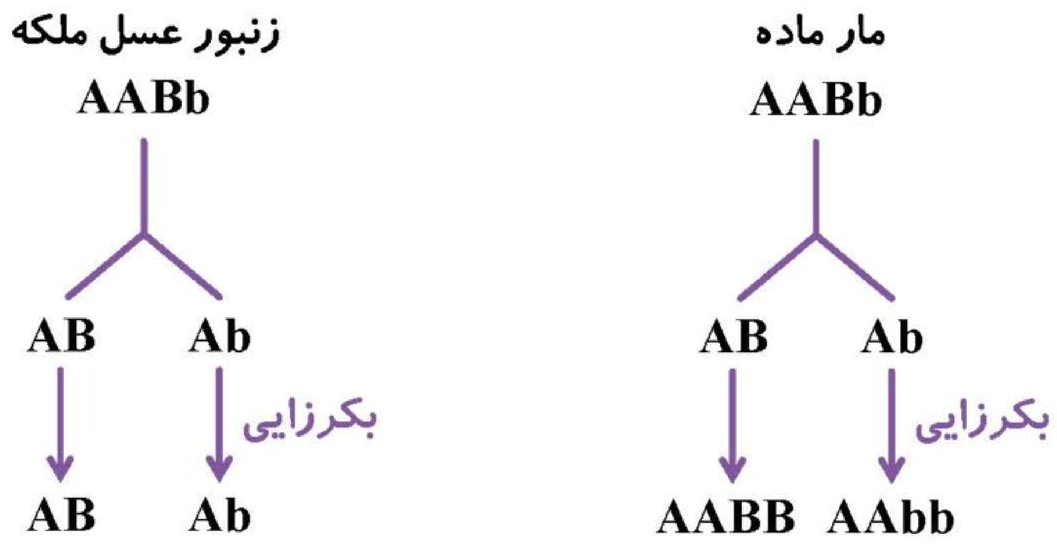
**بعضی از مارها گاهی اوقات بکرزایی می‌کنند که در طی آن کروموزوم‌های تخمک دو برابر شده سپس شروع به تقسیم می‌کند و زاده‌ای دیپلوئید بوجود می‌آورد.**




## پاسخ تست

**۱۲- گزینه ۳**

هم مارها و هم زنبورهای عسل توانایی بکرزایی و تولید فرومون دارند پس باید هر دو حالت را درنظر بگیریم.




پس بجز مورد اول، سایر موردها در زاده‌ها ممکن است رخ بدهد.

---

**تمرین:** **جانوری ماده با ژنوتیپ AaBb مفروض است در صورت بکرزایی کدام ژنوتیپ زیر نمی‌تواند در فرزندان حاصل از بکرزایی وجود داشته باشد؟**

۱) Ab
۲) AAbb
۳) aB
۴) aaBb

**پاسخ گزینه ٤**

اگر مانند زنبور عسل ملکه بکرزایی کند، ژنوتیپ زاده‌ها، هاپلوئید و به صورت زیر می‌شود:

$AaBb \rightarrow AB / Ab / aB / ab$

اگر مانند مار ماده بکرزایی کند، ژنوتیپ زاده‌ها، دیپلوئید و به صورت زیر می‌شود:

$AaBb \rightarrow AABB / AAbb / aaBB / aabb$

**تست ۱۳: چند مورد از موارد زیر در مورد پیک‌های شیمیایی صحیح نمی‌باشند؟**

- هر پیک شیمیایی که از پایانه آکسون‌ها ترشح شود، کوتاه‌برد است.
- هر پیک شیمیایی که به گیرنده‌های سطح نورون‌ها متصل شود، ناقل عصبی است.
- هر پیک شیمیایی که به گیرنده‌های سلول‌های موجود در استخوان متصل شود، از غده درون‌ریز ترشح شده است.
- هر پیک شیمیایی که وارد خون شود، هورمون است.
- هر پیک شیمیایی که سبب افزایش مصرف گلوکز در یاخته‌های هدف شود، دور برد است.

۱) سه ۲) دو ۳) پنج ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### پیک‌های شیمیایی

| تفاوت | پیک‌های شیمیایی | |
|---|---|---|
| | هورمون | ناقل عصبی |
| سلول‌های ترشح کننده | سلول درون‌ریز – نورون | نورون |
| محل ترشح | مایع میان بافتی سپس خون | فضای سیناپسی |
| سلول هدف | متنوع | نورون – غده – ماهیچه |
| سرعت عمکلرد | کم | زیاد |
| دوام | زیاد | کم |
| مسافت | دور برد | کوتاه‌برد |
| محل گیرنده | غشای یا درون سلول هدف | غشای سلول هدف |
| مثال | HCG | دوپامین |

**پاسخ تستی** **۱۳- گزینه ۳**

**مورد اول:** نادرست. ممکن است هورمون و دوربرد باشد.

**مورد اول:** نادرست. ممکن است هورمون باشد.

**مورد سوم:** نادرست. بافت هدف اریتروپویتین سلول‌های مغز استخوان بوده و از سلول‌های درون‌ریز پراکنده در کبد و کلیه ترشح می‌شود.

**مورد چهارم:** نادرست. ممکن است پیک‌های التهابی باشد.

**مورد پنجم:** نادرست. ممکن است ناقل عصبی تحریک کننده بوده و سبب افزایش فعالیت سلول هدف شود.

---

**تمرین: کدام یک از گزینه‌های زیر در رابطه با پیک‌های شیمیایی بدن انسان صحیح می‌باشد؟**

**۱) هر یک از هورمون‌ها از غدد درون‌ریز ترشح و سپس وارد مویرگ‌های منفذدار می‌شوند.**

**۲) هر پیک شیمیایی ترشح شده از پایانه آکسون به فضای سیناپسی، کوتاه برد است.**

**۳) هر پیک شیمیایی پس از ترشح به گیرنده اختصاصی خود درون سلول‌های هدف متصل می‌شود.**

**۴) هر یک از هورمون‌ها با اتصال ریز کیسه‌ها به غشا سلول‌های پوششی با اگزوسیتوز ترشح می‌شوند.**

**پاسخ** **گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** گروهی از هورمون‌ها توسط سلول‌های درون‌ریز پراکنده ترشح می‌شوند.

**گزینه«۲»:** پیک شیمیایی در فضای سیناپسی ناقل عصبی و کوتاه‌برد است.

**گزینه«۳»:** ممکن است گیرنده در غشای سلول هدف باشد.

**گزینه«۴»:** ممکن است هورمون‌ها توسط سلول‌های عصبی ترشح شوند.

---

**تست ١٤: کدام گزینه زیر در مورد ساختار غدد در بدن انسان صحیح می‌باشد؟**

۱) سلول‌های غدد درون‌ریز برخلاف غدد برون‌ریز، توانایی ترشح ترکیبات پلی پپتیدی را دارد.

۲) پیک شیمیایی ترشح شده از غدد برون‌ریز برخلاف غدد درون‌ریز ابتدا وارد مجرا می‌شود.

۳) مویرگ‌های غدد درون‌ریز همانند غدد برون‌ریز منفذدار می‌باشند.

۴) سلول‌های غدد برون‌ریز همانند غدد درون‌ریز به کمک شبکه‌ای از رشته‌های پروتئینی به یکدیگر متصل‌اند.

## جعبه آموزشی

### غدد درون‌ریز و برون‌ریز

| تفاوت | غدد درون‌ریز | غدد برون‌ریز |
|---|---|---|
| جنس ترشحات | هورمون (اغلب پروتئین و برخی لیپید) | متنوع (هر چی بجز هورمون) |
| مجرا | ندارد | دارد |
| محل ترشح | مایع میان بافتی سپس خون | مجرا سپس سطح یا حفرات بدن |
| بافت هدف | دارد | ندارد |

**پاسخ تستی**

**۱۴- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** گروهی از غدد برون‌ریز ترکیبات پلی پپتیدی مثل آنزیم‌ها را ترشح می‌کنند.

**گزینه«۲»:** غدد برون‌ریز پیک شیمیایی ترشح نمی‌کند.

**گزینه«۳»:** مویرگ‌های غدد درون‌ریز برای ورود هورمون‌ها، منفذدار می‌باشند.

**گزینه«۴»:** سلول‌های تشکیل دهنده غدد، سلول‌های پوششی بوده که به کمک غشای پایه به یکدیگر متصل نگه داشته شده‌اند.

---

**تمرین: چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در هر یک از غدد بدن انسان، .....»**

- **ترشحات خود را وارد مویرگ‌های منفذدار می‌کنند.**
- **ترشحاتشان به گیرنده اختصاصی خود متصل می‌شود.**
- **از سلول‌های درون‌ریز به صورت مجتمع تشکیل شده‌اند.**
- **سلول‌های آن توسط شبکه‌ای از رشته‌های گلیکوپروتئینی به یکدیگر متصل‌اند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ۱**

**مورد «اول» نادرست:** غدد برون‌ریز نه!

**مورد «دوم» نادرست:** غدد برون‌ریز نه!

**مورد «سوم» نادرست:** غدد برون‌ریز نه!

**مورد «چهارم» درست:** غدد از سلول‌های پوششی با غشای پایه تشکیل شده‌اند.

**تست ۱۵: کدام گزینه زیر در رابطه با هورمون رشد صحیح مطرح شده است؟**

۱) توسط جسم سلولی نورون‌های هیپوفیز پیشین ساخته می‌شود.

۲) با اثر بر صفحات رشد استخوان‌های دراز سبب تقسیم سلول‌های استخوانی می‌شود.

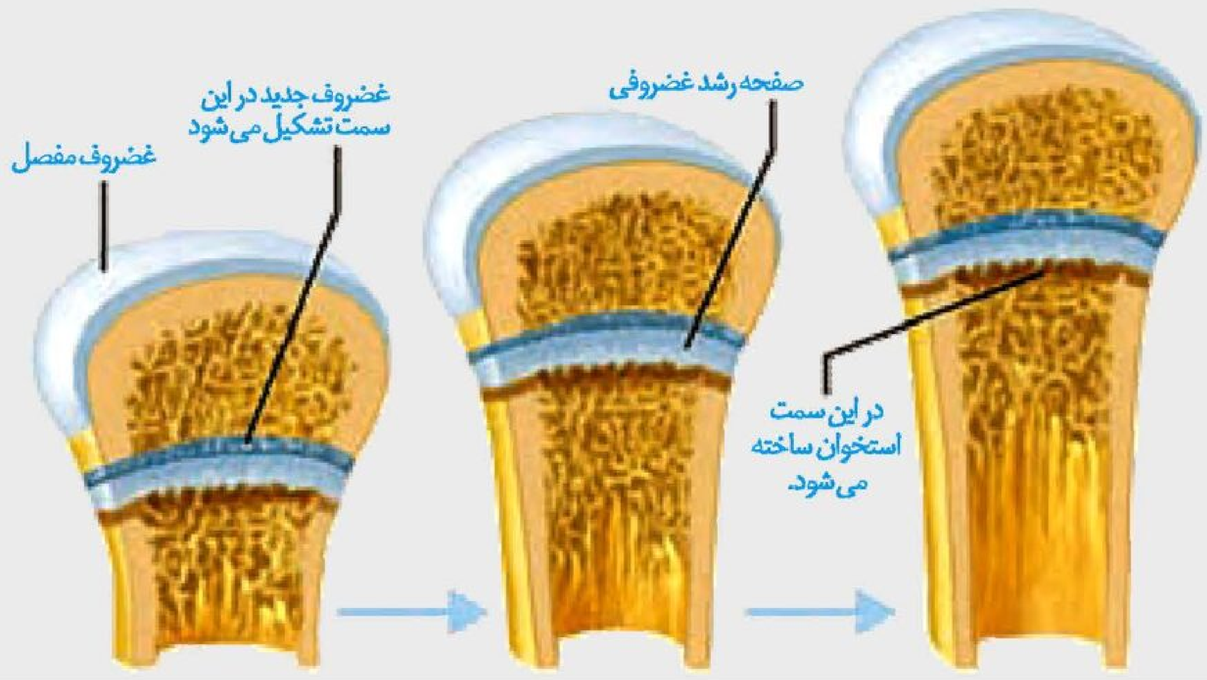
۳) با افزایش فاصله صفحات رشد از غضروف مفصل همان سمت، سبب افزایش طول استخوان‌های دراز می‌شود.

۴) تحت تأثیر هورمون آزاد کننده هیپوتالاموس سبب افزایش فاصله صفحات رشد از یکدیگر می‌شود.

## جعبه آموزشی

### هورمون رشد

هورمون رشد تحت تاثیر هورمون آزاد کننده هیپوتالاموس از سلول‌های درون‌ریز بخش پیشین هیپوفیز ترشح شده و با رشد طولی استخوان‌های دراز، اندازه قد را افزایش می‌دهد. در نزدیکی دو سر استخوان‌های دراز، دو صفحه غضروفی وجود دارد که صفحات رشد نام دارند. یاخته‌های غضروفی در این صفحات به سمت غضروف مفصلی تقسیم می‌شوند. همچنان که یاخته‌های جدیدتر پدید می‌آیند، یاخته‌های استخوانی جانشین یاخته‌های غضروفی قدیمی‌تر در سمت مخالف می‌شوند و به این ترتیب استخوان رشد می‌کند. چند سال بعد از بلوغ، صفحات رشد از حالت غضروفی به استخوانی تبدیل می‌شوند. در این حالت رشد استخوان متوقف می‌شود.




## پاسخ تست

**۱۵- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** توسط سلول‌های درون‌ریز هیپوفیز پیشین ساخته و به خون ترشح می‌شود.

**گزینه«۲»:** سبب تقسیم سلول‌های غضروفی صفحات رشد می‌شود.

**گزینه«۳»:** در حین افزایش طول استخوان دراز فاصله صفحه رشد تا غضروف مفصلی تغییر نمی‌کند.

**گزینه«۴»:** با افزایش فاصله صفحات رشد سبب افزایش طول استخوان‌های دراز می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«رشد طولی استخوان بازو، ..... صورت می‌گیرد»**

**۱) با اثر هورمون آزاد کننده بر ترشح نوعی هورمون محرک از هیپوفیز پیشین**

**۲) با تقسیم سلول‌های استخوانی در نزدیکی دو سر آن**

**۳) تحت تأثیر هورمون رشد بر صفحه رشد غضروفی آن**

**۴) با جانشینی سلول‌های استخوانی به جای سلول‌های غضروفی در نزدیکی دو سر آن**

**پاسخ گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** هورمون رشد جزو هورمون‌های محرک نیست.

**گزینه«۲»:** با تقسیم سلول‌های غضروفی صفحات رشد.

**گزینه«۳»:** هر استخوان دراز دارای دو صفحه رشد می‌باشد.

**گزینه«۴»:** در تنه استخوان در نزدیکی دو سر، سلول‌های استخوانی جانشین سلول‌های غضروفی قدیمی می‌شوند.

---

**تست ۱٦: کدام عبارت زیر به‌طور صحیح مطرح شده است؟**

۱) تحریک گیرنده‌های موجود در غدد شیری با اثر بر هیپوتالاموس سبب افزایش ترشح هورمون‌ها و افزایش تولید و ترشح شیر می‌شود.

۲) هورمون‌های ضدادراری و اکسی توسین از طریق مویرگ‌های خونی منفذدار از هیپوتالاموس به هیپوفیز پسین منتقل می‌شوند.

۳) هر یک از هورمون‌های هیپوتالاموس در محلی متفاوت از محل ساخت خود به خون ترشح می‌شوند.

۴) هر هورمون آزادکننده هیپوتالاموس سبب ترشح و هورمون مهارکننده هیپوتالاموس سبب مهار هورمون‌های محرک هیپوفیز پیشین می‌شوند.

## جعبه آموزشی

# هورمون‌های هیپوتالاموس و هیپوفیز

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عمکرد |
|---|---|---|---|
| ضدادراری (ADH) | جسم سلولی نورون هیپوتالاموس | کلیه | افزایش بازجذب آب<br>غلیظ کردن ادرار<br>رقیق کردن خون<br>کاهش فشار اسمزی خون |
| اکسی توسین | جسم سلولی نورون هیپوتالاموس | ماهیچه صاف رحم<br>ماهیچه صاف غدد شیری | انقباضات زایمانی<br>خروج شیر |
| آزادکننده | جسم سلولی نورون هیپوتالاموس | هیپوفیز پیشین | سنتز و ترشح هورمون‌های هیپوفیزی |
| مهارکننده | جسم سلولی نورون هیپوتالاموس | هیپوفیز پیشین | کاهش ترشح هورمون‌های هیپوفیزی |
| LH | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | تخمدان - بیضه | تحریک تخمک‌گذاری و ایجاد و فعالیت جسم زرد<br>تحریک یاخته‌های بینابینی برای ترشح هورمون تستوسترون |
| FSH | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | تخمدان - بیضه | تحریک فولیکول تا بزرگ و بالغ شود<br>تحریک یاخته‌های سرتولی برای تسهیل تمایز اسپرم‌ها |
| محرک تیروئید | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | تیروئید | تحریک ساخت و ترشح هورمون‌های تیروئیدی |
| محرک قشر فوق کلیه | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | قشر فوق کلیه | ترشح هورمون‌های قشری فوق کلیه |
| پرولاکتین | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | غده‌های شیری و ... | تحریک تولید شیر<br>نقش در ایمنی و حفظ تعادل آب<br>تنظیم فرآیندهای تولیدمثلی مردان |
| هورمون رشد | سلول درون‌ریز هیپوفیز پیشین | تمام بافت‌ها | رشد طولی استخوان‌های دراز و افزایش قد |

## پاسخ تستی

**۱۶- گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** با افزایش اکسی توسین سبب افزایش ترشح و با افزایش پرولاکتین سبب افزایش تولید شیر می‌شود.

**گزینه«۲»:** از طریق آکسون‌های نورون‌های هیپوتالاموس به هیپوفیز پسین منتقل می‌شوند.

**گزینه«۳»:** هورمون‌های آزادکننده و مهارکننده در هیپوتالاموس ساخته و به خون ترشح می‌شوند.

**گزینه«۴»:** هورمون رشد و پرولاکتین جزو هورمون‌های محرک نمی‌باشند ولی تحت کنترل هورمون‌های آزادکننده و مهارکننده‌اند.

**تمرین:** کدامیک نمی‌تواند سبب افزایش ترشح نوعی هورمون آزادکننده از هیپوتالاموس شود؟

۱) کاهش کلسیم خون
۲) افزایش استروژن خون
۳) کاهش ید در بدن
۴) کاهش سدیم خون

**پاسخ گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** کاهش کلسیم خون سبب افزایش ترشح هورمون پاراتیروئیدی شده که تحت کنترل هیپوتالاموس نمی‌باشد.

**گزینه«۲»:** افزایش زیاد استروژن (از یک حدی بیشتر) در روزهای نزدیک به ۱۴ با باز خورد مثبت سبب افزایش ترشح آزاد کننده می‌شود.

**گزینه«۳»:** کاهش ید سبب کاهش هورمون‌های $T_3$ و $T_4$ شده تا با باز خورد منفی سبب افزایش ترشح هورمون آزاد کننده شوند.

**گزینه«۴»:** کاهش سدیم خون سبب افزایش هورمون آزاد کننده و به دنبال آن افزایش هورمون محرک فوق کلیه و آلدوسترون می‌شود.

---

**تست ۱۷: چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در انسان همه‌ی هورمون‌های مترشحه از غده‌ی ..... ، .....»**

- **لوزالمعده - در تولید یا تجزیه گلیکوژن در ماهیچه‌ها نقش دارند.**
- **فوق کلیه - سبب افزایش قند خون می‌شوند.**
- **تیروئید - در بافت استخوانی اثر می‌گذارند.**
- **لوله گوارش - در تجزیه پروتئین‌های غذا نقش دارند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### هورمون‌های مترشحه از سلول‌های درون‌ریز پراکنده

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عملکرد |
|---|---|---|---|
| گاسترین | سلول‌های درون‌ریز مجاور پیلور معده | سلول‌های اصلی و کناری غدد معده | محرک ترشح HCl و پپسینوژن |
| سکرتین | سلول‌های درون‌ریز دوازدهه | پانکراس | محرک ترشح بی‌کربنات سدیم |
| اریتروپویتین | سلول‌های درون‌ریز کبد و کلیه | مغز استخوان | ساخت RBC |

**پاسخ تست**

**۱۷- گزینه ۲**

**مورد اول:** نادرست. هورمون گلوکاگون سبب تجزیه گلیکوژن در کبد می‌شود.

**مورد دوم:** نادرست. آلدوسترون و هورمون‌های جنسی نقشی در افزایش قند خون ندارند.

**مورد سوم:** درست. هم $T_3$ و $T_4$ (که بافت هدفشان همه سلول‌های بدن است) و هم کلسی تونین.

**مورد چهارم:** درست. گاسترین با افزایش ترشح HCl و پپسینوژن و سکرتین با افزایش بی‌کربنات سدیم و ایجاد محیط قلیایی در روده به منظور فعالیت پروتئازهای پانکراس، در تجزیه پروتئین‌های غذا نقش دارند.

**تمرین: کدام گزینه در یک فرد بالغ سالم صحیح می‌باشد؟**

**۱) هورمون تیموسین سبب ساخت لنفوسیت‌های T از سلول‌های بنیادی لنفوئیدی می‌شود.**

**۲) هورمون اریتروپویتین با ترشح از سلول‌های غدد درون ریز سبب افزایش هماتوکریت می‌شود.**

**۳) ترشح هورمون تیموسین از نوعی غده درون ریز با افزایش سن کاهش می‌یابد.**

**۴) هورمون اریتروپویتین سبب تولید گویچه‌های قرمز در کبد می‌شود.**

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** هورمون تیموسین در بلوغ لنفوسیت‌های T در تیموس نقش دارد.

**گزینه«۲»:** اریتروپویتین از سلول‌های درون‌ریز پراکنده در کبد و کلیه ترشح می‌شود.

**گزینه«۳»:** اندازه تیموس با افزایش سن تحلیل می‌رود.

**گزینه«۴»:** تولید گویچه‌های قرمز در مغز استخوان

**تست ۱۸: در هر فرد مبتلا به دیابت شیرین برخلاف فرد مبتلا به دیابت بی‌مزه، .....**

۱) انسولین ترشح نمی‌شود و یا به اندازه کافی ترشح نمی‌شود.

۲) غلظت و فشار اسمزی خون افزایش می‌یابد.

۳) گیرنده‌های هورمون انسولین در سطح یاخته‌ها کاهش می‌یابد.

۴) به دنبال تحریک گیرنده‌های اسمزی، هورمون ضدادراری ترشح می‌شود.

**جعبه آموزشی**

## دیابت‌ها

| انواع دیابت | سن بروز | علت | علایم | کنترل |
|---|---|---|---|---|
| شیرین I | کم | خودایمنی با کاهش یا فقدان انسولین | افزایش قند خون<br>افزایش فشار اسمزی خون<br>قند ادراری – پر ادراری – پرنوشی<br>کاهش قند سلول<br>سوختن بیشتر چربی‌ها و پروتئین‌ها<br>کاهش وزن - کاهش pH خون<br>اغما – کاهش مقاومت بدن | تزریق روزانه انسولین |
| شیرین II | حدود چهل سالگی به بعد | چاقی و عدم تحرک با زمینه ارثی با انسولین کافی ولی گیرنده‌ها کم | | ..... |
| بی‌مزه | ..... | نبود هورمون ضدادراری | افزایش فشار اسمزی خون<br>پرادراری و پرنوشی | ..... |

**پاسخ تست ۱۸- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** دیابت شیرین نوع دو نه!

**گزینه«۲»:** همانند دیابت بی‌مزه

**گزینه«۳»:** دیابت شیرین نوع یک نه!

**گزینه«۴»:** در افراد مبتلا به دیابت بی‌مزه هورمون ضدادراری ترشح نمی‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در افراد مبتلا به دیابت ..... ، .....»**

**۱) شیرین نوع II، فرد دچار کاهش وزن می‌شود.**

**۲) بی‌مزه، فشار اسمزی خون و غلظت ادرار افزایش می‌یابد.**

**۳) شیرین نوع I، تجزیه پروتئین‌ها و چربی‌ها در سلول‌ها کاهش می‌یابد.**

**۴) شیرین نوع II، انسولین ترشح نمی‌شود یا به اندازه کافی ترشح نمی‌شود.**

**پاسخ گزینه ۱**

**گزینه «۱»:** در افراد مبتلا به دیابت شیرین به دلیل افزایش تجزیه چربی‌ها فرد دچار کاهش وزن می‌شود.

**گزینه«۲»:** در دیابت بی‌مزه غلظت ادرار کاهش می‌یابد.

**گزینه«۳»:** در دیابت شیرین تجزیه پروتئین‌ها و چربی‌ها افزایش می‌یابد.

**گزینه«۴»:** در دیابت شیرین نوع دو انسولین به مقدار کافی ترشح می‌شود.

---

**تست ۱۹: چند مورد از موارد زیر به طور صحیح مطرح شده است؟**

- **تیموس همانند هیپوفیز در مبارزه با عوامل بیماری‌زا دارای نقش می‌باشد.**
- **اپی‌فیز همانند هیپوتالاموس در تنظیم خواب دارای نقش می‌باشد.**
- **پانکراس همانند فوق کلیه در افزایش قند خون دارای نقش می‌باشد.**
- **تیروئید همانند بیضه در رشد استخوان و ماهیچه‌ها دارای نقش می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### هورمون‌های تیروئید

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عملکرد |
|---|---|---|---|
| هورمون‌های تیروئیدی $T_3$ , $T_4$ (ید دار) | سلول‌های درون‌ریز تیروئید | همه سلول‌ها | تنظیم تجزیه گلوکز و انرژی در دسترس بدن<br>نمو دستگاه عصبی مرکزی ($T_3$)<br>رشد استخوان و ماهیچه |
| کلسی تونین | سلول‌های درون‌ریز تیروئید | استخوان | کاهش کلسیم خون<br>رسوب کلسیم در استخوان<br>جلوگیری از برداشت کلسیم از استخوان |

**پاسخ تستی**

**۱۹- گزینه ٤**

**مورد اول:** درست. تیموس با هورمون تیموسین و بلوغ لنفوسیت‌های T و هیپوفیز با هورمون پرولاکتین در ایمنی نقش دارند.

**مورد دوم:** درست. هیپوتالاموس مرکز تنظیم خواب بوده و اپی‌فیز نیز با هورمون ملاتونین با تنظیم ریتم‌های شبانه‌روزی در خواب نقش دارد.

**مورد سوم:** درست. گلوکاگون همانند اپی‌نفرین، نوراپی‌نفرین و کورتیزول سبب افزایش قند خون می‌شوند.

**مورد چهارم:** درست. هورمون‌های تیروئیدی همانند تستوسترون در رشد استخوان و ماهیچه‌ها نقش دارند.

---

**تمرین: کدام گزینه، عبارت زیر را به طور مناسب کامل می‌کند؟**

**«در فردی که به نوعی ..... مبتلا گردیده است، .....»**

**۱) کم کاری غده تیروئید – دچار کاهش تعداد ضربان قلب و کاهش وزن شده است.**

**۲) کم ترشحی بخش پسین هیپوفیز – دچار افزایش غلظت و فشار اسمزی خون شده است.**

**۳) پرکاری قشر غده فوق کلیه – افزایش قند خون و کاهش فشار خون شده است.**

**۴) پر کاری غده پارا تیروئید – افزایش تراکم ماده زمینه‌ای استخوان ها شده است.**

**پاسخ گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** کاهش $T_3$ و $T_4$ با کاهش سوخت و ساز سلول‌ها منجر به افزایش وزن می‌شود.

**گزینه«۲»:** کاهش هورمون ضد ادراری سبب کاهش باز جذب آب از کلیه‌ها و افزایش فشار اسمزی خون می‌شود.

**گزینه«۳»:** با افزایش آلدوسترون سبب افزایش فشار خون می‌شود.

**گزینه«۴»:** با افزایش تجزیه ماده زمینه‌ای استخوان‌ها و آزاد سازی کلسیم آنها سبب کاهش تراکم استخوان‌ها می‌شود.

---

**تست ۲۰: افزایش ..... در هر فرد سبب افزایش ..... می‌شود.**

۱) قند خون – واکنش‌های سنتز آبدهی در کبد

۲) فشار اسمزی خون – ترشح هورمون ضد ادراری از هیپوفیز پسین

۳) انسولین خون – جذب گلوکز به سلول‌های کبد و ماهیچه

۴) پروتئین خون – فشار اسمزی و غلظت خون

**جعبه آموزشی**

## هورمون‌های مؤثر بر میزان قند خون

کاهنده قند خون: **انسولین**

افزاینده قند خون: **کورتیزول – اپی‌نفرین – نوراپی‌نفرین - گلوکاگون**

**پاسخ تستی** **۲۰- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** ممکن است فرد مبتلا به دیابت شیرین باشد.

**گزینه«۲»:** ممکن است فرد مبتلا به دیابت بی‌مزه باشد.

**گزینه«۳»:** ممکن است فرد مبتلا به دیابت شیرین نوع دو باشد.

**گزینه«۴»:** افزایش پروتئین پلاسما سبب افزایش غلظت و فشار اسمزی آن می‌شود.

---

**تمرین: چند مورد از موارد زیر صحیح نمی‌باشد؟**

**• نوعی هورمون که از چهار غده درون ریز انسان ترشح می‌شود، سبب فعال کردن نوعی ویتامین محلول در چربی می‌شود.**

**• نوعی هورمون که از دو غده درون ریز انسان ترشح می‌شود، سبب افزایش مصرف ATP در گروهی از سلول‌های ریزپرزدار می‌شود.**

**• نوعی هورمون که از یکی از غده‌های مرتبط با لوله گوارش ترشح می‌شود، سبب افزایش مصرف نوعی ویتامین در استخوان می‌شود.**

**• نوعی هورمون که به دنبال ترشح هورمون آزاد کننده به خون ترشح می‌شود، سبب افزایش فعالیت سلول‌های سرطانی در بدن می‌شود.**

**• نوعی هورمون که از برداشت کلسیم از ماده زمینه‌ای استخوان جلوگیری می‌کند، به دنبال مصرف ید در تیروئید تولید می‌شود.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ۱**

**مورد «اول» درست:** هورمون پاراتیروئیدی با فعال کردن ویتامین D

**مورد «دوم» درست:** آلدوسترون فوق کلیه‌ها با افزایش باز جذب سدیم در نفرون‌ها

**مورد «سوم» درست:** اریتروپویتین از کبد و افزایش مصرف فولیک‌اسید و $B_{12}$ در مغز استخوان

**مورد «چهارم» درست:** کورتیزول با تضعیف سیستم ایمنی

**مورد «پنجم» نادرست:** کلسی‌تونین یددار نیست.

---

**تست ۲۱: کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟**

۱) ترشح نوعی آنزیم از سلول‌های کلیه به خون سبب ترشح نوعی هورمون از فوق کلیه می‌شود.

۲) کاهش کلسیم خوناب سبب ترشح نوعی هورمون آزادکننده از هیپوتالاموس می‌شود.

۳) نوعی هورمون به‌طور حتم بر دو مرحله از مراحل تشکیل ادرار تأثیرگذار است.

۴) مصرف غذاهای متکی به فرآورده‌های غیردریایی، سبب افزایش ترشح نوعی هورمون از هیپوفیز می‌شود.

## جعبه آموزشی

### هورمون پاراتیروئیدی

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عملکرد |
|---|---|---|---|
| پاراتیروئیدی | سلول‌های درون‌ریز چهار غده پاراتیروئید واقع در پشت تیروئید | کلیه<br>روده<br>استخوان | افزایش کلسیم خون<br>افزایش بازجذب کلسیم در کلیه<br>فعال کردن ویتامین D محلول در چربی برای افزایش جذب کلسیم از روده<br>تجزیه ماده زمینه‌ای استخوان توسط سلول‌های استخوانی و آزاد کردن کلسیم به خون |

**پاسخ تست**

**۲۱- گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** در پاسخ به کاهش فشار خون، آنزیم رنین از سلول‌های کلیه به خون ترشح شده و با اثر بر یکی از پروتئین‌های پلاسما و راه‌اندازی مجموعه‌ای از واکنش‌ها سبب ترشح آلدوسترون از فوق کلیه می‌شود.

**گزینه«۲»:** کاهش کلسیم خون سبب ترشح هورمون پاراتیروئیدی شده که تحت کنترل هیپوتالاموس نمی‌باشد.

**گزینه«۳»:** هورمون آلدوسترون ضمن افزایش بازجذب سدیم با افزایش فشار خون سبب افزایش تراوش نیز در کلیه‌ها می‌شود.

**گزینه«۴»:** به دلیل کمبود ید و کاهش هورمون‌های تیروئیدی، سبب افزایش هورمون محرک تیروئید از هیپوفیز پیشین می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«افزایش هورمون ..... و کاهش هورمون .....، در انسان سالم سبب ..... می‌شود.»**

**۱) پاراتیروئیدی – کلسی تونین – کاهش کلسیم خوناب**

**۲) انسولین – گلوکاگون – افزایش گلوکز خوناب**

**۳) کورتیزول – تیموسین – افزایش فعالیت سلول‌های سرطانی**

**۴) پرولاکتین – اکسی توسین – کاهش تولید شیر در غدد پستانی**

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** افزایش کلسیم خوناب

**گزینه«۲»:** کاهش گلوکز خوناب

**گزینه«۳»:** افزایش کورتیزول با تضعیف سیستم ایمنی و کاهش تیموسین با اختلال در بلوغ لنفوسیت‌ها

**گزینه«۴»:** افزایش تولید شیر

**تست ۲۲: افزایش ماده (الف) و کاهش ماده (ب) در خون به ترتیب سبب افزایش ترشح هورمون‌های ..... و ..... می‌شوند.**

۱) پاراتیروئیدی – انسولین
۲) گلوکاگون – ضد ادراری
۳) کلسی تونین - انسولین
۴) انسولین - آلدوسترون

## جعبه آموزشی

### هورمون‌های فوق کلیه

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عملکرد |
|---|---|---|---|
| کورتیزول | سلول‌های درون‌ریز قشر فوق کلیه | کبد و ... | افزایش قند خون<br>سرکوب سیستم ایمنی<br>تجزیه پروتئین‌ها |
| آلدوسترون | سلول‌های درون‌ریز قشر فوق کلیه | کلیه | افزایش بازجذب سدیم و آب<br>افزایش فشار خون |
| اپی‌نفرین | سلول‌های عصبی مرکز فوق کلیه | کبد و قلب و شش‌ها و رگ‌ها | افزایش قند خون، افزایش ضربان قلب<br>افزایش فشار خون، باز شدن نایژک‌ها |
| نوراپی‌نفرین | سلول‌های عصبی مرکز فوق کلیه | کبد و قلب و شش‌ها و رگ‌ها | افزایش قند خون، افزایش ضربان قلب<br>افزایش فشار خون، باز شدن نایژک‌ها |
| بخش قشری هورمون جنسی زنانه و مردانه را در هر دو جنس نیز ترشح می‌کند | | | |

**پاسخ تست ۲۲- گزینه ٤**

افزایش قند خون سبب افزایش ترشح انسولین و کاهش سدیم خون سبب افزایش ترشح آلدوسترون می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«افزایش ماده (الف) و کاهش ماده (ب) در خون به ترتیب سبب کاهش ترشح هورمون‌های ..... و ..... می‌شوند.»**

۱) کلسی تونین – ضد ادراری
۲) انسولین – پاراتیروئیدی
۳) گلوکاگون – کلسی تونین
۴) کورتیزول - آلدوسترون

**پاسخ گزینه ۳**

افزایش گلوکز خون سبب کاهش گلوکاگون و کاهش کلسیم خون سبب کاهش کلسی تونین می‌شود.

**تست ۲۳: در فرد سالم بعضی از هورمون‌هایی که مصرف گلوکز را در سلول‌های بدن افزایش می‌دهند، .....**

۱) سبب افزایش فعالیت نوعی آنزیم در گویچه‌های قرمز خون می‌شوند.
۲) سبب افزایش تولید نیکوتین آمید آدنین دی نوکلئوتید در سلول‌ها می‌شوند.
۳) در شرایطی سبب افزایش تولید لاکتیک اسید در سلول‌های ماهیچه‌ای می‌شوند.
۴) تحت تأثیر هیپوتالاموس و بدون مصرف ید در سلول‌های درون‌ریز تولید می‌شوند.

## جعبه آموزشی

### مصرف گلوکز در سلول‌ها

**هورمون‌های $T_3$ و $T_4$ تیروئید به‌طور مستقیم و هورمون‌های کورتیزول، اپی‌نفرین، نوراپی‌نفرین و گلوکاگون از طریق افزایش قند خون سبب افزایش مصرف گلوکز در سلول‌های بدن می‌شوند.**
**مصرف گلوکز در طی تنفس سلولی هوازی در همه سلول‌های بدن بجز گویچه‌های قرمز خون و تنفس سلولی بی‌هوازی در ماهیچه‌های اسکلتی و گویچه‌های قرمز خون، صورت گرفته و در طی آن ATP تولید می‌شود. در طی تنفس هوازی کربن دی اکسید و در طی تنفس بی‌هوازی در ماهیچه‌ها، لاکتیک اسید تولید می‌شود.**

## پاسخ تست

**۲۳- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** همه هورمون‌های افزاینده مصرف گلوکز می‌توانند به دلیل افزایش تولید کربن دی اکسید سبب افزایش فعالیت آنزیم کربنیک انیدراز در گویچه‌های قرمز خون شوند.
**گزینه«۲»:** همه هورمون‌های افزاینده مصرف گلوکز سبب افزایش تولید NADH می‌شوند.
**گزینه«۳»:** همه هورمون‌های افزاینده مصرف گلوکز سبب افزایش تولید لاکتیک اسید در شرایط بی‌هوازی در ماهیچه‌ها می‌شوند.
**گزینه«۴»:** فقط بعضی از آن‌ها مثل کورتیزول.

---

**تمرین: چند مورد عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«نوعی غده که در اسپرم‌زایی مردان دارای نقش می‌باشد، .....»**

- **با ترشح هورمونی سبب کاهش دیاپدز و بیگانه‌خواری می‌شود.**
- **دارای سلول‌هایی با قابلیت بیگانه‌خواری باکتری‌ها می‌باشد.**
- **گروهی از هورمون‌های آن در محلی بجز محل ساخت خود ترشح می‌شوند.**
- **دارای بخشی با عملکرد شناخته نشده می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ٤**

غده‌های هیپوتالاموس، هیپوفیز، بیضه‌ها و قشر فوق کلیه در تنظیم فعالیت‌های تولیدمثلی مردان و تولید اسپرم‌ها نقش دارند.

**مورد اول:** درست. قشر فوق کلیه با کورتیزول

**مورد دوم:** درست. بیضه‌ها با سلول‌های سرتولی

**مورد سوم:** درست. هیپوتالاموس و هورمون‌های اکسی توسین و ADH

**مورد چهارم:** درست. بخش میانی هیپوفیز

---

**تست ٢٤: چند مورد درباره‌ی سلول‌های موجود در لوله‌های اسپرم‌ساز یک فرد بالغ سالم درست است؟**

- **هر سلول دیپلوئیدی، می‌تواند در معرض پدیده‌ی کراسینگ اور قرار گیرد.**
- **هر سلول هاپلوئیدی، دارای سانتریول برای تشکیل دوک تقسیم می‌باشد.**
- **هر سلول با کروموزم‌های تک کروماتیدی، دارای یک دگره برای صفت Rh و هموفیلی می‌باشد.**
- **هر اسپرماتوسیت، با تقسیم خود سلول‌های هاپلوئیدی می‌سازد.**
- **هر سلول هاپلوئیدی، دارای کروموزوم‌های تک کروماتیدی می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### لوله‌های اسپرم‌ساز

**در بیضه‌ها تعداد زیادی لوله‌های پر پیچ و خم به نام لوله‌های اسپرم‌ساز وجود داشته که دارای سلول‌های زیر می‌باشد:**

| سلول‌های لوله‌های اسپرم‌ساز بیضه‌های انسان | وضعیت کروموزومی | تعداد کروموزوم | تعداد سانترومر | تعداد DNA | تعداد رشته پلی‌نوکلئوتیدی |
|---|---|---|---|---|---|
| اسپرماتوگونی | دیپلوئید مضاعف | ۴۶ | ۴۶ | ۹۲ | ۱۸۴ |
| میتوز ↓ اسپرماتوسیت اولیه | دیپلوئید مضاعف | ۴۶ | ۴۶ | ۹۲ | ۱۸۴ |
| میوز یک ↓ اسپرماتوسیت ثانویه | هاپلوئید مضاعف | ۲۳ | ۴۶ | ۹۲ | ۹۲ |
| میوز دو ↓ اسپرماتید | هاپلوئید غیرمضاعف | ۲۳ | ۲۳ | ۴۶ | ۴۶ |
| تمایز ↓ اسپرم | هاپلوئید غیرمضاعف | ۲۳ | ۲۳ | ۴۶ | ۴۶ |
| سلول‌های سرتولی (بزرگترین سلول با وظایف پشتیبانی همه مراحل اسپرم‌زایی، تغذیه سلول‌های جنسی و بیگانه‌خواری باکتری‌ها) | دیپلوئید غیرمضاعف | ۴۶ | ۴۶ | ۹۲ | ۹۲ |

**پاسخ تستی** **۲۴- گزینه ۱**

**مورد اول:** نادرست. سلول‌های اسپرماتوگونی میتوز کرده و سلول‌های سرتولی تقسیم نمی‌شوند.

**مورد دوم:** نادرست. اسپرماتیدها و اسپرم‌ها تقسیم نمی‌شوند.

**مورد سوم:** نادرست. گروهی از اسپرم‌ها و اسپرماتیدها و اسپرماتوسیت‌های ثانویه، فاقد کروموزوم X و فاقد دگره برای هموفیلی می‌باشند.

**مورد چهارم:** درست. اسپرماتوسیت اولیه، اسپرماتوسیت ثانویه هاپلوئید واسپرماتوسیت ثانویه، اسپرماتید هاپلوئید را می‌سازد.

**مورد پنجم:** نادرست. اسپرماتوسیت ثانویه هاپلوئید دو کروماتیدی می‌باشد.

---

**تمرین: چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«هریک از سلول‌های حاصل از تقسیم .....، .....»**

- **اسپرماتوسیت اولیه – دارای کروموزوم‌های مضاعف می‌باشند.**
- **اسپرماتید – ابتدا از هم جدا و تاژکدار می‌شوند.**
- **اسپرماتوگونی – ساختارهای چهار کروماتیدی تشکیل می‌دهند.**
- **اسپرماتوسیت ثانویه – دارای کروموزوم‌های همتا می‌باشند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ۱**

**مورد اول:** درست. اسپرماتوسیت‌های ثانویه دارای کروموزوم‌های مضاعف‌اند.

**مورد دوم:** نادرست. اسپرماتیدها تقسیم نمی‌شوند.

**مورد سوم:** نادرست. از تقسیم اسپرماتوگونی‌ها، هم اسپرماتوسیت اولیه و هم اسپرماتوگونی تشکیل می‌شود که اسپرماتوگونی میتوز کرده پس تتراد تشکیل نمی‌دهد.

**مورد چهارم:** نادرست. اسپرماتیدها هاپلوئیداند.

---

**تست ۲۵: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«هریک از سلول‌های تاژکدار لوله‌های اسپرم‌ساز، .....»**

۱) کشیده با هسته فشرده بوده و توانایی حرکت دارند.

۲) مقدار زیادی از سیتوپلاسم خود را از دست داده‌اند.

۳) متصل به سلول‌های سرتولی بوده و توسط آن‌ها تغذیه می‌شود.

۴) برای هر صفت تک جایگاهی مستقل از جنس، درای یک دگره می‌باشد.

## جعبه آموزشی

### تمایز در اسپرماتیدها و تولید اسپرم‌ها

**اسپرماتیدها در لوله‌های اسپرم‌ساز در حین حرکت به سمت وسط لوله، تمایز یافته و به اسپرم‌ها تبدیل می‌شوند و در طی تمایز ابتدا از هم جدا و تاژکدار می‌شوند سپس مقدار زیادی از سیتوپلاسم خود را از دست می‌دهند سپس هسته آن‌ها فشرده شده و در سر اسپرم به صورت مجزا قرار می‌گیرد و نهایتاً حالت کشیده پیدا می‌کنند.**

پاسخ تست

**۲۵- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** توانایی حرکت در اپیدیدیم ایجاد می‌شود.

**گزینه«۲»:** ابتدا تاژکدار شده سپس مقدار زیادی از سیتوپلاسم خود را از دست می‌دهند.

**گزینه«۳»:** اسپرم‌ها از هم جدا شده و به وسط لوله‌های اسپرم‌ساز منتقل می‌شوند.

**گزینه«۴»:** اسپرماتیدها و اسپرم‌ها هاپلوئیدی و تک کروماتیدی می‌باشند.

---

**تمرین: چند مورد از موارد زیر در رابطه با بزرگترین سلول موجود در دیواره لوله‌های اسپرم‌ساز بیضه‌های یک مرد بالغ صحیح است؟**

- **دارای کروموزوم‌های همتا می‌باشد.**
- **در تماس با اسپرماتوسیت اولیه و ثانویه می‌باشد.**
- **دارای کروموزوم‌های دو کروماتیدی می‌باشد.**
- **دارای هسته فشرده مرکزی می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ

**گزینه ۲**

منظور سؤال سلول‌های سرتولی بوده که دیپلوئید با کروموزوم‌های تک کروماتیدی می‌باشند.

**مورد اول:** درست.

**مورد دوم:** درست.

**مورد سوم:** نادرست. چون تقسیم نمی‌شوند.

**مورد چهارم:** نادرست.

---

**تست ۲٦: چند مورد در رابطه با دستگاه تولیدمثلی مردان صحیح می‌باشد؟**

- **اسپرم‌ها در پروستات دارای توانایی حرکت و در مایع قلیایی و غنی از فروکتوز می‌باشند.**
- **اسپرم‌ها با استفاده از ترشحات وزیکول سمینال، در سر و تنه NADH تولید می‌کنند.**
- **اسپرم‌ها در لوله‌های پر پیچ و خم موجود در کیسه‌های بیضه، تاژکدار شده و سپس توانایی حرکت را کسب می‌کنند.**
- **کوچکترین غده ترشح کننده بخشی از مایع منی، در حرکت اسپرم‌ها و خنثی کردن مسیر اسپرم‌ها دارای نقش می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### دستگاه تولید مثلی مردان

| اندام‌های دستگاه تولیدمثلی مردان | ساختار | محل | تعداد | وظیفه |
|---|---|---|---|---|
| بیضه‌ها | دارای لوله‌های اسپرم‌ساز پر پیچ و خم و سلول‌های بینابینی | درون کیسه بیضه | ۲ | اسپرم‌زایی و تولید هورمون تستوسترون |
| اپی دیدیم | لوله‌ای پیچیده و طویل | درون کیسه بیضه | ۲ | ایجاد توانایی حرکت در اسپرم‌ها پس از حداقل ۱۸ ساعت |
| کیسه بیضه | کیسه | خارج و پایین محوطه شکمی | ۱ | تأمین دمای سه درجه کمتر از دمای بدن برای تمایز صحیح اسپرم‌ها |
| مجرای اسپرم‌بر | لوله طویل | از کیسه بیضه وارد محوطه شکمی و با عبور از کنار و پشت مثانه وارد پروستات در زیر مثانه می‌شود | ۲ | انتقال اسپرم‌ها |
| وزیکول سمینال | غده برون‌ریز | پشت مثانه | ۲ | ترشح مایع غنی از فروکتوز به انتهای مجرای اسپرم بر |
| پروستات | غده برون‌ریز اسفنجی به اندازه گردو | زیر مثانه | ۱ | ترشحات قلیایی و شیری رنگ |
| پیازی میزراهی | غدد برون‌ریز به اندازه نخود فرنگی | در کنار میزراه | ۲ | ترشحات قلیایی و روان کننده |
| میزراه | لوله | زیر پروستات | ۱ | خروج اسپرم و ادرار |

## پاسخ تستی

**۲۶- گزینه ٤**

**مورد اول:** درست. زیرا قبل از پروستات دارای توانایی حرکت شده و مایع غنی از فروکتوز به مسیر آن‌ها ترشح شده و در پروستات نیز ترشحات قلیایی به آن اضافه می‌شود.

**مورد دوم:** درست. مقدار کمی سیتوپلاسم در سر اسپرم‌ها وجود داشته پس می‌تواند در آن قندکافت رخ دهد و در تنه نیز میتوکندری‌های آن وجود دارند.

**مورد سوم:** درست. در لوله‌های پر پیچ و خم بیضه‌ها تاژکدار شده و در لوله‌های پیچیده اپیدیدیم توانایی حرکت کسب می‌کنند. بیضه‌ها و اپیدیدیم‌ها در کیسه بیضه قرار دارند.

**مورد چهارم:** درست. غدد پیازی میزراهی ترشحات روان کننده و قلیایی دارند.

**تمرین:** کدام گزینه در رابطه با دستگاه تولید مثلی مردان صحیح است؟

۱) اسپرم‌ها در هنگام خروج از کیسه بیضه دارای توانایی حرکت می‌باشند.

۲) مایع غنی از فروکتوز توسط یک جفت غده وزیکول سمینال به میزراه ترشح می‌شود.

۳) ترشحات شیری رنگ بعد از ترشحات روان کننده به مسیر اسپرم‌ها اضافه می‌شوند.

۴) تمایز اسپرماتیدها در حین حرکت از خارج به سمت وسط لوله‌های اسپرم‌بر صورت می‌گیرد.

**پاسخ گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** اسپرم‌ها در اپیدیدیم توانایی حرکت کسب کرده و اپیدیدیم در کیسه بیضه قرار دارد.

**گزینه«۲»:** ترشحات وزیکول سمینال به انتهای مجرای اسپرم‌بر وارد می‌شود.

**گزینه«۳»:** ابتدا ترشحات شیری رنگ پروستات سپس ترشحات روان کننده پیازی – میزراهی.

**گزینه«۴»:** لوله‌های اسپرم‌ساز

---

**تست ۲۷: کدام گزینه در مورد اثر هورمون‌ها در دستگاه تولید مثل مردان صحیح می‌باشد؟**

۱) هورمون تستوسترون با بازخورد منفی بر نورون‌های هیپوفیز و هیپوتالاموس اثر می‌گذارد.

۲) سلول‌های سرتولی در بین لوله‌های اسپرم‌ساز تحت تأثیر هورمون FSH، اسپرم‌زایی را پشتیبانی می‌کند.

۳) سلول‌های بینابینی در لوله‌های اسپرم‌ساز تحت تأثیر هورمون LH، تستوسترون ترشح می‌کنند.

۴) هورمون‌های تستوسترون و FSH با اثر بر لوله‌های اسپرم‌ساز بیضه‌ها، سبب تحریک اسپرم‌زایی می‌شوند.

## جعبه آموزشی

### تنظیم هورمونی دستگاه تولیدمثلی مردان

| نام هورمون | محل سنتز | بافت هدف | عملکرد |
|---|---|---|---|
| تستوسترون | سلول‌های بینابینی بیضه | بیضه – ماهیچه استخوان و ... | تحریک اسپرم‌زایی<br>تحریک رشد اندام‌های جنسی<br>بروز صفات ثانویه و رشد ماهیچه و استخوان |
| LH | سلول‌های درون‌ریز هیپوفیز پیشین | سلول‌های بینابینی بیضه‌ها | تحریک یاخته‌های بینابینی برای ترشح هورمون تستوسترون |
| FSH | سلول‌های درون‌ریز هیپوفیز پیشین | سلول‌های سرتولی لوله‌های اسپرم‌ساز بیضه‌ها | تحریک یاخته‌های سرتولی برای تسهیل تمایز اسپرم‌ها |
| هورمون پرولاکتین هیپوفیز پیشین نیز در تنظیم فرآیندهای دستگاه تولیدمثل مردان نقش دارد. | | | |

**پاسخ تست**

**۲۷- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** با اثر بر نورون‌های هیپوتالاموس و سلول‌های درون‌ریز هیپوفیز پیشین.

**گزینه«۲»:** سلول‌های سرتولی در دیواره لوله‌های اسپرم‌ساز قرار دارد.

**گزینه«۳»:** سلول‌های بینابینی در بین لوله‌های اسپرم‌ساز قرار دارد.

**گزینه«۴»:** هورمون‌های LH و آزادکننده به طور غیرمستقیم و هورمون‌های تستوسترون و FSH به طور مستقیم با اثر بر لوله‌های اسپرم‌ساز در اسپرم‌زایی نقش دارند.

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**« هورمون ..... با اثر بر سلول‌های .....، در ..... نقش دارد.»**

**۱) آزاد کننده – عصبی هیپوفیز – بروز صفات ثانویه**

**۲) FSH - بینابینی بیضه‌ها – تحریک اسپرم‌زایی**

**۳) LH - سرتولی بیضه‌ها – تغذیه یاخته‌های جنسی**

**۴) تستوسترون – عصبی هیپوتالاموس – تنظیم ترشح هورمون‌ها**

**پاسخ گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** LH و FSH توسط سلول‌های درون‌ریز هیپوفیز پیشین ترشح می‌شوند.

**گزینه«۲»:** FSH بر روی سلول‌های سرتولی تأثیر می‌گذارد.

**گزینه«۳»:** LH بر روی سلول‌های بینابینی تأثیر می‌گذارد.

**گزینه«۴»:** تستوسترون با بازخورد منفی بر روی هیپوتالاموس و هیپوفیز پیشین اثر می‌گذارد.

---

**تست ۲۸: به طور معمول در یک فرد بالغ، هر اووسیتی که .....، به طور حتم .....**

۱) دو جفت سانتریول برای تشکیل دوک تقسیم دارد – تحت تأثیر هورمون‌های هیپوفیزی، به مرحله بلوغ نزدیک می‌شود.

۲) درون یکی از تخمدان‌ها در حفره شکمی ساخته شده است – در گوناگونی دگره‌ای در کامه‌ها نقش دارد.

۳) کروموزوم دو کروماتیدی با بیشترین فشردگی دارد – یک یاخته هاپلوئید کوچک با سیتوپلاسم کم تولید می‌کند.

۴) از گروهی از سلول‌های فولیکولی تغذیه می‌کند – در دوران جنینی دختر در یکی از تخمدان‌ها ایجاد شده است.

## جعبه آموزشی

### تخمک‌زایی

| تخمک‌زایی انسان | وضعیت کروموزومی | تعداد کروموزوم | تعداد سانترومر | تعداد DNA | تعداد رشته پلی نوکلئوتیدی | محل تولید | زمان تولید |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اووگونی | دیپلوئید مضاعف | ۴۶ | ۴۶ | ۹۲ | ۱۸۴ | تخمدان | جنینی |
| اووسیت اولیه | دیپلوئید مضاعف | ۴۶ | ۴۶ | ۹۲ | ۱۸۴ | تخمدان | جنینی |
| اووسیت ثانویه اولین گویچه قطبی | هاپلوئید مضاعف | ۲۳ | ۲۳ | ۴۶ | ۹۲ | تخمدان | بلوغ |
| تخمک دومین گویچه قطبی | هاپلوئید غیرمضاعف | ۲۳ | ۲۳ | ۲۳ | ۴۶ | لوله فالوپ | بلوغ |

## پاسخ تستی

**۲۸- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** تعداد زیادی از اووسیت‌های اولیه و اووسیت‌های ثانویه قبل از تقسیم شدن از بین می‌روند.

**گزینه«۲»:** گوناگونی دگره‌ای مربوط به مرحله متافاز میوز یک بوده پس اووسیت ثانویه در آن نقشی ندارد.

**گزینه«۳»:** بیشترین فشردگی کروموزوم‌ها مربوط به متافاز بوده پس مخاطب این گزینه اووسیت در حال تقسیم است که از تقسیم هر دو اووسیت اولیه و ثانویه، گویچه قطبی کوچک ایجاد می‌شود.

**گزینه«۴»:** هر دو اووسیت توسط سلول‌های فولیکولی تغذیه می‌شوند ولی اووسیت ثانویه در بلوغ ایجاد می‌شود.

**تمرین:** چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل نمی‌کند؟

**« در طی تخمک‌زایی در یک فرد سالم هریک از سلول‌های .....، ..... »**

- **اووسیت – دارای کروموزوم‌های همتا می‌باشند.**
- **جسم قطبی – در تخمدان تولید شده‌اند.**
- **اووسیت – سیتوکینز نامساوی انجام می‌دهند.**
- **جسم قطبی – دارای کروموزوم‌های مضاعف شده می‌باشد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

**پاسخ گزینه ٤**

**مورد اول:** نادرست. اووسیت ثانویه هاپلوئید می‌باشد

**مورد دوم:** نادرست. دومین جسم قطبی در لوله‌ی فالوپ تولید می‌شود.

**مورد سوم:** نادرست. فقط تعداد کمی از اووسیت‌های اولیه و ثانویه تقسیم خود را ادامه می‌دهند.

**مورد چهارم:** نادرست. دومین جسم قطبی دارای کروموزوم‌های غیرمضاعف است.

---

**تست ۲۹: کدام گزینه در رابطه با چرخه جنسی زنان صحیح می‌باشد؟**

۱) در زمان جدا شدن کروماتیدهای اووسیت از یکدیگر، از جسم زرد استروژن و پروژسترون در حال ترشح می‌باشند.

۲) پس از تخمک‌گذاری سرعت رشد دیواره داخلی رحم تحت تأثیر استروژن و پروژسترون افزایش می‌یابد.

۳) در انتهای چرخه کاهش استروژن و پروژسترون با بازخورد مثبت، سبب افزایش ترشح LH و FSH می‌شود.

۴) افزایش اندک استروژن و پروژسترون در ابتدای چرخه، با بازخورد منفی سبب مهار LH و FSH می‌شود.

## جعبه آموزشی

### چرخه‌های جنسی زنان

| | ۱-۱۴ | ۱۴ | ۱۴-۲۸ |
|---|---|---|---|
| هیپوفیز پیشین | FSH – LH ↑ ↓ ↑↑ | حداکثر FSH, LH | LH – FSH ↓ ↑ |
| | فولیکولی | تخمک‌گذاری | لوتئالی (جسم زردی) |
| تخمدان | تحت تأثیر FSH یکی از فولیکول‌های یکی از تخمدان‌ها، تکثیر و حجیم شده و استروژن ترشح می‌کند که افزایش اندک آن در ابتدا با بازخورد منفی، LH و FSH را مهار ولی افزایش زیاد آن در نزدیکی روز ۱۴ با بازخورد مثبت سبب افزایش LH و FSH می‌شود. | تحت تأثیر حداکثر LH، تخمک‌گذاری صورت گرفته و اووسیت ثانویه به همراه یاخته‌های فولیکولی چسبیده و اولین گویچه قطبی از تخمدان وارد محوطه شکمی می‌شوند. | تحت تأثیر LH، باقی مانده فولیکول در تخمدان، توده‌ای بنام جسم زرد تشکیل داده تا دو هورمون استروژن و پروژسترون ترشح کند. استروژن و پروژسترون با بازخورد منفی سبب مهار LH و FSH می‌شوند. در پایان این دوره در صورت عدم لقاح جسم زرد تحلیل رفته و به جسمی غیرفعال بنام جسم سفید تبدیل می‌شود که این سبب کاهش استروژن و پروژسترون می‌شود. |
| | ۷-۱۴ | ۱۴-۲۸ | |
| رحم | ضخامت دیواره داخلی رحم زیاد شده و در آن چین‌خوردگی‌ها، حفرات و اندوخته خونی زیادی بوجود می‌آید. | رشد و نمو دیواره داخلی رحم ادامه یافته ولی سرعت رشد آن کمتر شده و فعالیت ترشحی آن افزایش می‌یابد. | |
| | ۱-۷ | | |
| | به دنبال کاهش استروژن و پروژسترون، ریزش و قاعدگی صورت می‌گیرد. | | |

## پاسخ تست

**۲۹- گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** جدا شدن کروماتیدها مربوط به آنافاز میوز دو، یعنی تقسیم اووسیت ثانویه پس از لقاح می‌باشد که مربوط به روزهای بعد از چهاردهم چرخه جنسی است.

**گزینه«۲»:** در نیمه دوم چرخه جنسی سرعت رشد دیواره داخلی رحم کمتر و فعالیت ترشحی آن بیشتر می‌شود.

**گزینه«۳»:** کاهش استروژن و پروژسترون با بازخورد منفی سبب افزایش ترشح دوباره LH و FSH می‌شود.

**گزینه«۴»:** افزایش ترشح پروژسترون بعد از تخمک‌گذاری آغاز می‌شود.

**تمرین:** کدام گزینه در رابطه با چرخه جنسی در یک زن سالم به طور صحیح مطرح شده است؟

۱) در روزهای ابتدایی چرخه جنسی، یکی از فولیکول‌ها تحت تأثیر هورمون LH بزرگ و بالغ می‌شود.

۲) تحت تأثیر هورمون HCG جسم سفید به ترشح هورمون‌های استروژن و پروژسترون ادامه می‌دهد.

۳) کاهش استروژن و پروژسترون موجب تخریب جدار رحم شده که این علامت شروع دوره جنسی بعدی است.

۴) افزایش LH سبب پایان میوز دو اووسیت ثانویه و رها شدن آن به همراه تعدادی از سلول‌های فولیکولی از تخمدان می‌شود.

پاسخ **گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** FSH سبب بزرگ شدن و بالغ شدن فولکیول می‌شود.

**گزینه«۲»:** HCG سبب حفظ جسم زرد در تخمدان می‌شود.

**گزینه«۳»:** تخریب و ریزش رحم علامت شروع چرخه جنسی است.

**گزینه«۴»:** در هنگام تخمک‌گذاری میوز یک کامل شده و اووسیت ثانویه و اولین جسم قطبی از تخمدان‌ها رها می‌شود.

---

**تست ۳۰: کدام گزینه در رابطه با لقاح و تشکیل سلول تخم صحیح می‌باشد؟**

۱) قبل از لقاح آنزیم‌های آکروزوم لایه داخلی اووسیت ثانویه را هضم می‌کنند.

۲) به دنبال ورود هسته هاپلوئید اسپرم به سیتوپلاسم اووسیت ثانویه لقاح آغاز می‌شود.

۳) در هنگام آغاز لقاح ترشحات اووسیت ثانویه به لایه خارجی اطراف آن، جدار لقاحی تشکیل می‌دهد.

۴) پس از تکمیل میوز دو، هسته اسپرم با هسته اووسیت ثانویه ادغام می‌شود.

## جعبه آموزشی

### مراحل لقاح و تشکیل سلول تخم

**۱- عبور اسپرم از لایه خارجی اطراف اووسیت ثانویه (باقی‌مانده سلول‌های فولیکولی)**

**۲- ترکیدن کیسه آکروزوم اسپرم و آزاد شدن آنزیم‌های آن**

**۳- هضم لایه داخلی شفاف و ژله‌ای اطراف اووسیت ثانویه**

**۴- تماس غشای اسپرم با غشای اووسیت ثانویه (آغاز لقاح)**

**۵- اتصال ریزکیسه‌های داخلی اووسیت ثانویه به غشا و اگزوسیتوز مواد درونشان به لایه داخلی شفاف ژله‌ای و تشکیل جدار لقاحی**

**۶- با ورود سر اسپرم به اووسیت ثانویه، هسته آن به درون سیتوپلاسم اووسیت ثانویه وارد می‌شود.**

**۷- تکمیل میوز دو در اووسیت ثانویه با سیتوکینز نابرابر و تشکیل تخمک و دومین سلول قطبی**

**۸- ادغام شدن هسته‌ی تخمک با هسته اسپرم**

**۹- تشکیل یاخته تخم با ۲۳ جفت کروموزوم**

**پاسخ تستی** **۳۰- گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** لقاح موقعی آغاز می‌شود که غشای اسپرم با غشای اووسیت ثانویه تماس پیدا کند. پس قبل از آغاز لقاح، لایه داخلی اووسیت ثانویه هضم شده است.

**گزینه«۲»:** ورود هسته اسپرم پس از آغاز لقاح صورت می‌گیرد.

**گزینه«۳»:** لایه داخلی شفاف ژله‌ای تشکیل جدار لقاحی می‌دهد.

**گزینه«۴»:** هسته اسپرم با هسته تخمک ادغام می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه در رابطه با لقاح به طور صحیح مطرح شده است؟**

**۱) پس از ورود سر اسپرم به سیتوپلاسم اووسیت، آکروزوم آن ترکیده می‌شود.**

**۲) ممکن است پس از تکمیل میوز دو، هسته اسپرم با هسته دومین سلول قطبی ادغام شود.**

**۳) زمانی که غشای اسپرم با غشای اووسیت اولیه تماس پیدا کند، لقاح آغاز می‌شود.**

**۴) آنزیم‌های آکروموزوم سبب هضم جدار لقاحی اطراف اووسیت ثانویه می‌شود.**

**پاسخ گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** قبل از ورود سر اسپرم به اووسیت، آکروزوم آن ترکیده می‌شود.

**گزینه«۲»:** به ندرت ممکن است اسپرم با دومین سلول قطبی ادغام شده و توده یاخته‌ای بی‌شکلی ایجاد می‌کند.

**گزینه«۳»:** لقاح با تماس اسپرم و اووسیت ثانویه آغاز می‌شود.

**گزینه«۴»:** آنزیم‌های آکروزوم توانایی هضم جدار لقاحی را ندارند.

---

**تست ۳۱: به طور معمول کدامیک قبل از جایگزینی صورت می‌گیرد؟**

۱) پرده‌های آمنیون و کوریون برای محافظت در اطراف جنین، تشکیل می‌شوند.

۲) هورمونی HCG، به منظور حفظ جسم زرد و تداوم ترشح هورمون پروژسترون وارد خون مادر می‌شود.

۳) کره توخالی پر از مایعات با توده‌ی یاخته‌ای درونی و لایه‌ی بیرونی تروفوبلاست ایجاد شده است.

۴) تمایز جفت از پرده کوریون شروع شده ولی تا هفته‌ی دهم ادامه دارد.

**جعبه آموزشی**

## وقایع پس از لقاح

**۱- آغاز تقسیمات میتوزی تخم پس از ۳۶ ساعت در لوله فالوپ بدون رشد و با ایجاد سلول‌های کوچکتر از تخم**

**۲- ایجاد توده سلولی توپر در لوله فالوپ بنام مورولا تقریباً به اندازه تخم**

**۳- رسیدن توده سلولی به رحم و تشکیل کره توخالی به نام بلاستوسیست با یک لایه‌ی بیرونی به نام تروفوبلاست و توده‌ی یاخته‌ای درونی**

**۴- ترشح آنزیم‌های هضم کننده از لایه بیرونی بلاستوسیست (تروفوبلاست) و تخریب سلول‌های جدار رحم و تشکیل حفره برای قرارگیری بلاستوسیست (جایگزینی) – یاخته‌های جنین در این مرحله مواد مغذی مورد نیاز خود را از این بافت‌های هضم شده به دست می‌آورند.**

۵- بعد از جایگزینی تشکیل پرده‌های جنینی بنام آمنیون (حفاظت و تغذیه) و کوریون (تشکیل جفت و بندناف) از تروفوبلاست

۶- ترشح هورمون HCG از کوریون به منظور حفظ جسم زرد مادر و حفظ ترشح استروژن و پروژسترون از آن برای حفظ دیواره رحم و مهار LH و FSH

۷- تمایز جفت از هفته دوم تا هفته دهم بعد از لقاح

۸- همزمان با تشکیل جفت، یاخته‌های توده درونی لایه‌های زاینده (سه لایه) را تشکیل می‌دهند که از رشد و تمایز آن‌ها بافت‌های مختلف جنین ساخته می‌شود. در انتهای ماه اول اندام‌های اصلی شروع به تشکیل شدن می‌کنند و ضربان قلب آغاز می‌شود. ابتدا رگ‌های خونی و روده شروع به نمو می‌کنند سپس جوانه‌های دست و پا ظاهر می‌شوند در طی ماه دوم همه اندام‌ها شکل مشخص می‌گیرند. در انتهای سه ماه اول اندام‌های جنسی مشخص شده و جنین دارای ویژگی‌های بدنی قابل تشخیص می‌شود.

**پاسخ تست ۳۱- گزینه ۳**

در هنگام جایگزینی بلاستوسیست که به شکل کره توخالی بوده و درون آن با مایعات پر شده است در حفره‌ای در جدار رحم قرار می‌گیرد. بلاستوسیست دارای لایه بیرونی بنام تروفوبلاست و توده یاخته درونی بوده که ترشح آنزیم از ترفوبلاست سبب تشکیل حفره در جدار رحم می‌شود.

تشکیل پرده‌های اطراف جنین، جفت و ترشح هورمون HCG پس از جایگزینی رخ می‌دهد.

**تمرین: سلول‌های لایه بیرونی بلاستوسیست درکدامیک نقش ندارد؟**

۱) ترشح آنزیم‌های هضم کننده دیواره داخلی رحم

۲) ترشح هورمون حفظ کننده جسم زرد تخمدان مادر

۳) تشکیل بافت‌های مختلف جنین

۴) تشکیل رابط انتقال دهنده مواد دفعی جنین

**پاسخ گزینه ۳**

لایه بیرونی بلاستوسیست‌ها (تروفوبلاست) با ترشح آنزیم‌هایی سبب هضم سلول‌های دیواره داخلی رحم شده و در تشکیل آمنیون، کوریون، بندناف، جفت و ترشح هورمون HCG نقش دارد. بافت‌های مختلف جنین از سلول‌های توده درونی بلاستوسیست منشأ می‌گیرند.

**تست ۳۲: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**« به طور معمول در انسان بعد از ..... جنین، .....»**

۱) آغاز ضربان قلب – همه اندام‌ها شکل مشخص می‌گیرند.

۲) تشکیل پرده‌های اطراف – سیاهرگ‌های بندناف با خون تیره تشکیل می‌شوند.

۳) تشکیل جفت از کوریون – لایه‌های زاینده از توده درونی تشکیل می‌شوند.

۴) ظاهر شدن جوانه‌های دست و پا – رگ‌های خونی و روده‌ها شروع به نمو می‌کنند.

## جعبه آموزشی

### جفت و بندناف

از تعامل کوریون با دیواره رحم جفت تشکیل شده که تمایز آن از هفته‌ی دوم بعد از لقاح شروع می‌شود ولی تا هفته‌ی دهم ادامه دارد. بندناف رابط بین جنین و جفت است که در آن دو سرخرگ با خون تیره، خون جنین را به جفت می‌برند و یک سیاهرگ با خون روشن، خون را از جفت به جنین می‌رساند. خون مادر و جنین در جفت به دلیل وجود پرده کوریون مخلوط نمی‌شود، ولی می‌تواند بین دو طرف این پرده، مبادله مواد صورت گیرد.
مواد مغذی، اکسیژن و بعضی از پادتن‌ها از طریق جفت به جنین منتقل می‌شوند تا جنین تغذیه و محافظت شود. و مواد دفعی جنین نیز از همین طریق به خون مادر منتقل می‌شود. عوامل بیماری‌زا مثل ویروس HIV و موادی مانند نیکوتین، کوکائین و الکل و داروها نیز می‌توانند از جفت عبور کنند و روی رشد و نمو جنین تأثیر سوء بگذارند.

پاسخ تستی

**۳۲- گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** ضربان قلب در انتها ماه اول آغاز شده و در طی ماه دوم همه اندام‌ها شکل مشخص می‌گیرند.
**گزینه«۲»:** بند ناف یک سیاهرگ دارد.
**گزینه«۳»:** همزمان با تشکیل جفت، لایه‌های زاینده تشکیل می‌شوند.
**گزینه«۴»:** ابتدا رگ‌های خونی و روده شروع به نمو می‌کنند سپس جوانه‌های دست و پا ظاهر می‌شوند.

---

**تمرین:** کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟

**«به طور معمول در انسان قبل از ..... جنین ، ..... »**

**۱) تشکیل سیاهرگ‌های بند ناف – بلاستوسیست به جداره رحم متصل می‌گردد.**
**۲) تشکیل لایه‌های زاینده – اندام‌های مختلف شروع به تشکیل شدن می‌کنند.**
**۳) به وجود آمدن پرده‌های اطراف – در یکی از فرورفتگی‌های جدار رحم، جایگزینی صورت می‌گیرد.**
**۴) تشکیل لایه بیرونی بلاستوسیست – هورمون حفظ کننده جسم زرد مادر ترشح می‌شود.**

پاسخ

**گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** بندناف یک سیاهرگ دارد.
**گزینه«۲»:** اندام‌های مختلف پس از تشکیل لایه زاینده شروع به تشکیل شدن می‌کنند.
**گزینه«۳»:** جایگزینی قبل از تشکیل پرده‌های اطراف جنین صورت می‌گیرد.
**گزینه«۴»:** ترشح هورمون HCG از کوریون و بعد از تشکیل بلاستوسیست صورت می‌گیرد.

**تست ۳۳: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**« در سلول‌های غلاف آوندی ذرت با استفاده از یون‌های فسفات در ..... ATP تولید می‌شود.»**

۱) تبدیل پیرووات به استیل در بخش داخلی میتوکندری

۲) داخل تیلاکوئیدها توسط مجموعه کانال آنزیمی

۳) تبدیل اسیدهای سه کربنه به پیرووات در سیتوپلاسم

۴) بخش داخلی میتوکندری توسط مجموعه کانال آنزیمی

## جعبه آموزشی

### روش‌های تولید ATP

**روش یک: در سطح پیش‌ماده با برداشتن گروه فسفات از یک پیش‌ماده فسفات‌دار مثل تولید ATP با استفاده از کراتین فسفات در ماهیچه و تولید ATP با استفاده از اسیدهای سه کربنه دو فسفاته در گام چهار قندکافت.**

**روش دو: ساخته شدن اکسایشی ATP با استفاده از یون فسفات در بخش داخلی میتوکندری توسط مجموعه کانالی آنزیمی ATP ساز غشا داخلی میتوکندری.**

**روش سوم: ساخته شدن نوری ATP با استفاده از یون فسفات در بستره کلروپلاست توسط مجموعه کانالی آنزیمی ATP ساز غشا تیلاکوئیدهای کلروپلاست.**

## پاسخ تست

**۳۳- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** در مرحله اکسایش پیرووات و ورود آن به میتوکندری ATP تولید نمی‌شود.

**گزینه«۲»:** تولید ATP توسط مجموعه کانالی آنزیمی غشا تیلاکوئیدها، در بستره صورت می‌گیرد.

**گزینه«۳»:** در این مرحله با استفاده از فسفات‌های پیش‌ماده ATP تولید می‌شود.

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«جابجایی یونهای هیدروژن به ..... ، ..... »**

**۱) بخش داخلی میتوکندری - سبب تبدیل ATP به ADP خواهد شد.**

**۲) داخل تیلاکوئید- سبب تبدیل ADP به ATP خواهد شد.**

**۳) فضای بین دو غشا میتوکندری - در جهت شیب غلظت صورت می‌گیرد.**

**۴) بستره - توسط پروتئین‌های آنزیمی صورت می‌گیرد.**

**پاسخ گزینه ٤**

جابجایی پروتون‌ها در زنجیره‌های انتقال الکترون بدون صرف ATP صورت می‌گیرد و انتقال آنها از فضای بین دو غشا میتوکندری به بخش داخلی آن و از درون تیلاکوئید به بستره کلروپلاست، به کمک پروتئینی کانالی آنزیمی رخ داده و به ترتیب سبب تولید اکسایشی و نوری ATP می‌شود.

**تست ۳٤: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«مجموعه پروتئینی آنزیمی موجود در ..... ، .....»**

۱) غشا درونی راکیزه – با انتقال الکترون‌ها به اکسیژن مولکولی سبب تولید یون اکسید می‌شود.

۲) غشا تیلاکوئید – با انتشار تسهیل شده سبب افزایش pH در بستره می‌شود.

۳) غشا درونی راکیزه – سبب تولید مولکول آب در بخش داخلی راکیزه می‌شود.

۴) غشا تیلاکوئید – با خاصیت آنزیمی خود سبب انتقال یون‌های هیدروژن به بستره می‌شود.

## جعبه آموزشی

### پمپ‌های پروتون و مجموعه کانالی آنزیمی ATPساز

☑ پمپ‌های پروتون در سه محل از هر زنجیره انتقال الکترون غشای درونی راکیزه قرار داشته و با انتقال فعال بدون صرف ATP، یون‌های $H^+$ را از بخش داخلی راکیزه به فضای بین دو غشا منتقل می‌کنند که این سبب افزایش موضعی pH در بخش داخلی راکیزه می‌شود.

☑ کانال مجموعه پروتئینی آنزیم ATPساز با انتشار تسهیل شده یون‌های $H^+$ را از فضای بین دو غشا به بخش داخلی راکیزه منتقل می‌کند که این سبب کاهش موضعی pH در بخش داخلی راکیزه می‌شود.

☑ پمپ پروتون در غشا تیلاکوئید با انتقال فعال بدون صرف ATP یون‌های $H^+$ را از بستره به داخل تیلاکوئید منتقل می‌کند که این سبب افزایش موضعی pH در بستره می‌شود.

☑ کانال مجموعه پروتئینی آنزیم ATPساز با انتشار تسهیل شده یون‌های $H^+$ را از داخل تیلاکوئید به بستره منتقل می‌کند که این سبب کاهش موضعی pH در بستره می‌شود.

**پاسخ تست ۳٤- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** انتقال الکترون‌ها به اکسیژن مولکولی توسط آخرین پمپ غشایی صورت می‌گیرد.

**گزینه«۲»:** با انتقال پروتون‌ها به بستره سبب کاهش موضعی pH بستره می‌شود.

**گزینه«۳»:** سبب تولید ATP و به همراه آن آب، در بخش داخلی راکیزه می‌شود.

**گزینه«۴»:** جابجایی پروتون‌ها با خاصیت کانالی و ATP سازی با خاصیت آنزیمی آن صورت می‌گیرد.

**تمرین: کدام مورد در رابطه فعالیت شکل مقابل صحیح می‌باشد؟**

۱) سبب تولید مولکول ATP در سطح پیش ماده می‌شود.

۲) سبب تولید مولکول آب در بخش داخلی میتوکندری می‌شود.

۳) ضمن مصرف انرژی سبب انتقال $H^+$ از فضای بین دو غشا به بخش داخلی میتوکندری می‌شود.

۴) در انتقال الکترون به اکسیژن مولکولی در بخش داخلی میتوکندری نقش دارد.

**پاسخ** **گزینه ۲**

شکل مربوط به مجموعه پروتئینی کانالی آنزیمی می‌باشد.

**گزینه«۱»:** از یون‌های فسفات استفاده می‌کند نه پیش ماده فسفات‌دار!

**گزینه«۲»:** به همراه ATP سبب تولید آب نیز در بخش داخلی میتوکندری می‌شود.

**گزینه«۳»:** با انتشار تسهیل شده و بدون مصرف انرژی یون‌های پروتون را از فضای بین دو غشا به بخش داخلی میتوکندری منتقل می‌کند.

**گزینه«۴»:** انتقال الکترون به اکسیژن توسط آخرین پمپ غشایی صورت می‌گیرد.

---

**تست ۳۵: کدامیک در رابطه با راکیزه و سبزدیسه صحیح می‌باشد؟**

۱) در غشای داخلی آن‌ها مجموعه پروتئینی کانالی آنزیمی قرار گرفته است.

۲) برای همانندسازی دنای آن‌ها یک آنزیم هلیکاز و یک آنزیم دنابسپاراز فعالیت می‌کنند.

۳) بعضی از پروتئین‌های مورد نیاز آن‌ها توسط رناتن‌های شبکه آندوپلاسمی سنتز می‌شوند.

۴) در بخش داخلی آن‌ها توسط فعالیت نوعی آنزیم مولکول آب تولید می‌شود.

**جعبه آموزشی**

## کلروپلاست [سبزدیسه]

**در بسیاری از گیاهان و برخی از آغازیان مثل جلبک‌ها و اوگلنا، سلول‌های فتوسنتز کننده دارای سبزدیسه می‌باشند که سبزدیسه همانند راکیزه دارای غشای بیرونی و غشای درونی است که از هم فاصله دارند. فضای درون سبزدیسه با سامانه‌ای غشایی به نام تیلاکوئید به دو بخش فضای درون تیلاکوئید و بستره تقسیم شده است. تیلاکوئیدها ساختارهای غشایی و کیسه مانند و به هم متصل هستند. سبزدیسه‌ها همانند راکیزه‌ها دارای دنای مستقل از هسته و رناتن مخصوص به خود هستند و پروتئین‌سازی در آن‌ها انجام می‌شود.**

**در دنای آن‌ها، ژن‌های مورد نیاز برای ساخته شدن انواعی از پروتئین‌های مورد نیاز در تنفس یاخته‌ای و فتوسنتز وجود دارند. راکیزه و سیزدیسه همراه با یاخته و نیز مستقل از آن تقسیم می‌شوند. به هر حال راکیزه و سبز دیسه برای انجام نقش خود به پروتئین‌هایی وابسته‌اند که ژن‌های آن‌ها در هسته قرار دارند و به وسیله ی رناتن‌های سیتوپلاسمی ساخته می‌شوند.**

**پاسخ تست** **۳۵- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** مجموعه پروتئینی کانالی آنزیمی در غشای داخلی راکیزه و غشای تیلاکوئیدهای سبزدیسه قرار دارد.

**گزینه«۲»:** با توجه به همانندسازی دوجهتی در هر نقطه آغاز همانندسازی دو هلیکاز و چهار دنابسپاراز فعالیت می‌کنند.

**گزینه«۳»:** بعضی از پروتئین‌های آن‌ها توسط رناتن‌های خودشان و بعضی دیگر توسط رناتن‌های آزاد سیتوپلاسمی تولید می‌شوند.

**گزینه«۴»:** در بخش داخلی راکیزه و سبزدیسه توسط مجموعه کانالی آنزیمی به همراه تولید ATP، آب نیز تولید می‌شود.

**تمرین:** کدام گزینه در رابطه با سبزدیسه‌ها و راکیزه‌های سلول‌های گیاهی صحیح است؟

۱) در طی واکنش‌هایی در آن‌ها مولکول ATP تولید و مصرف می‌شود.

۲) به کمک نوعی آنزیم در آنها با تجزیه آب، گاز اکسیژن تولید می‌شود.

۳) در رناتن‌های مخصوص به خود هر یک از پروتئین‌های مورد نیاز خود را می‌سازند.

۴) همانند باکتری‌ها دارای یک مولکول دنای حلقوی متصل به غشا می‌باشند.

**پاسخ گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** ATP در راکیزه‌ها با روش اکسایشی و در سبزدیسه‌ها با روش نوری تولید شده و در هر دوی آنها در فرآیندهایی مثل همانند سازی، رونویسی، ترجمه مصرف می‌شود.

**گزینه«۲»:** تولید اکسیژن فقط در سبزدیسه صورت می‌گیرد.

**گزینه«۳»:** گروهی از پروتئین‌های مورد نیازشان توسط رناتن‌های سیتوپلاسمی تولید می‌شود.

**گزینه«۴»:** با توجه به شکل کتاب درسی درون میتوکندری چندین دنای حلقوی دیده می‌شود.

---

**تست ۳٦:** کدام مورد در رابطه با هر یک از فتوسیستم‌های موجود در غشای تیلاکوئیدهای کلروپلاست اسپیروژیر صحیح می‌باشد؟

۱) الکترون‌های خارج شده از مرکز واکنش سبب جبران کمبود الکترونی مرکز واکنش دیگر می‌شود.

۲) کمبود الکترونی مرکز واکنش توسط الکترون‌های خارج شده از آنتن‌ها جبران می‌شود.

۳) کلروفیل a موجود در مرکز واکنش، حداکثر انرژی را در طول موج های ۶۸۰ و ۷۰۰ نانومتر جذب می‌کند.

۴) انرژی الکترون‌های برانگیخته رنگیزه‌های مختلف، سبب خروج الکترون‌های برانگیخته از کلروفیل a می‌شود.

## جعبه آموزشی

### فتوسیستم‌ها

در غشا تیلاکوئیدها رنگیزه‌های فتوسنتزی همراه با انواعی پروتئین، در سامانه‌هایی به نام فتوسیستم ۱ و ۲ قرار دارند. هر فتوسیستم شامل آنتن‌های گیرنده نور و یک مرکز واکنش است. هر آنتن که از رنگیزه‌های متفاوت (کلروفیل ها و کاروتنوئیدها) و انواعی پروتئین ساخته شده است، پس از دریافت انرژی نور، الکترون‌های رنگیزه‌ها برانگیخته شده و نهایتا انرژی آن‌ها به مرکز واکنش منتقل می‌شود. مرکز واکنش، شامل مولکول‌های کلروفیل a (در فتوسیستم ۱، P۷۰۰ و در فتوسیستم ۲، P۶۸۰) است که در بستری پروتئینی قرار دارند و پس از دریافت انرژی الکترون‌های رنگیزه‌های آنتن‌ها، الکترون‌های کلروفیل a آن‌ها برانگیخته شده و از آن‌ها خارج می‌شود. کمبود الکترونی کلروفیل a در فتوسیستم ۲ (P۶۸۰) با تجزیه نوری آب و کمبود الکترونی کلروفیل a در فتوسیستم ۱ (P۷۰۰) با الکترون‌های کلروفیل a فتوسیستم ۲ (P۶۸۰) جبران می‌شود.

**پاسخ تستت**

**۳۶- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** کمبود الکترونی مرکز واکنش فتوسیستم ۲ توسط تجزیه نوری آب جبران می‌شود.

**گزینه«۲»:** از آنتن‌ها انرژی الکترون‌ها خارج شده و سبب برانگیخته شدن الکترون‌های مرکز واکنش می‌شود.

**گزینه«۳»:** P۶۸۰ در فتوسیتسم ۲ و P۷۰۰ در فتوسیستم ۱

**گزینه«۴»:** انرژی الکترون‌های رنگیزه‌های مختلف آنتن‌ها سبب برانگیخته شدن و خروج الکترون‌های کلروفیل a مرکز واکنش می‌شود.

---

**تمرین: کدام عبارت، در مورد هر سامانه‌ی تبدیل انرژی موجود در غشای یک تیلاکوئید گیاه آناناس صحیح است؟**

**۱) همواره به ترکیبی الکترون می‌دهد که با بخش آب گریز فسفولیپیدهای غشای تیلاکوئید درتماس است.**

**۲) انرژی الکترون‌های خارج شده از مرکز واکنش آنها صرف پمپ کردن یون‌های $H^+$ به تیلاکوئید می‌شود.**

**۳) الکترون‌های خارج شده از آن، در تبدیل انرژی نوری به انرژی شیمیایی موقت نقش دارند.**

**۴) کمبود الکترونی کلروفیل a مرکز واکنش، توسط الکترون‌های تجزیه نوری آب جبران می‌شود.**

**پاسخ گزینه ۳**

منظور فتوسیستم یک و دو در غشا تیلاکوئیدها می‌باشد.

**گزینه«۱»:** الکترون‌های خارج شده از فتوسیستم یک از پروتئین‌های ناقل الکترونی عبور کرده که در سطح خارجی تیلاکوئید یعنی فقط در تماس با بخش آبدوست فسفولیپیدها قرار دارند.

**گزینه«۲»:** این فقط به فتوسیستم دو اشاره دارد.

**گزینه«۳»:** فتوسیستم یک در تولید NADpH و فتوسیستم دو در تولید ATP نقش دارند. یعنی به طور کلی در تبدیل انرژی نوری به انرژی شیمیایی موقت نقش دارند.

**گزینه«۴»:** این فقط به فتوسیستم دو اشاره دارد.

---

**تست ۳۷: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در غشا هر تیلاکوئید یک زنجیره انتقال الکترون با ..... ، .....»**

۱) انرژی الکترون‌های P۷۰۰ سبب تولید نوری ATP در بستره می‌شود.

۲) با جابجایی یون‌های هیدروژن سبب افزایش pH درون تیلاکوئید می‌شود.

۳) الکترون‌های پرانرژی سبب پیوند پروتون‌ها با $NADP^+$ می‌شود.

۴) انرژی الکترون‌های P۶۸۰ سبب فعالیت پمپ‌های پروتون می‌شود.

## جعبه آموزشی

### زنجیره‌های انتقال الکترون در تیلاکوئید

**در غشا تیلاکوئیدها یک زنجیره بین فتوسیستم ۲ و فتوسیستم ۱ قرار داشته که با انرژی الکترون‌های خارج شده از P۶۸۰ سبب انتقال یون‌های پروتون به داخل تیلاکوئید توسط یک پمپ غشایی شده تا نهایتاً سبب تولید ATP نوری به کمک مجموعه کانالی آنزیمی شود. زنجیره دیگر پس از فتوسیستم ۱ قرارداشته و الکترون‌های پرانرژی P۷۰۰ را به مولکول $NADP^+$ منتقل کرده تا سبب تولید NADPH در بستره شود.**

**پاسخ تستی ۳۷- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** الکترون‌های P۷۰۰ سبب تولید NADPH در بستره می‌شوند.

**گزینه«۲»:** خروج یون‌های هیدروژن توسط مجموعه پروتئین کانالی آنزیمی صورت می‌گیرد.

**گزینه«۳»:** الکترون‌های پرانرژی P۷۰۰ سبب پیوند $NADP^+$ با دو پروتون و تولید NADPH می‌شود.

**گزینه«۴»:** در هر زنجیره بین فتوسیستم ۲ و ۱، یک پمپ پروتون قرار دارد.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در هر یک از فتوسیستم‌های غشا تیلاکوئید ها ، ..... »**

**۱) کمبود الکترونی رنگیزه‌های مرکز واکنش با الکترون‌های مرکز واکنش دیگر جبران می‌شود.**

**۲) الکترون‌های خارج شده از چند آنتن سبب برانگیخته شدن P۷۰۰ یا P۶۸۰ می‌شوند.**

**۳) الکترون‌های برانگیخته آن به کمک مولکول‌های ناقل الکترون به $NADP^+$ منتقل می‌شود.**

**۴) به دنبال برخورد با نور الکترون‌های برانگیخته آن ها از مرکز واکنش وارد زنجیره انتقال الکترون می‌شود.**

**پاسخ گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** کمبود الکترونی مرکز واکنش فتوسیستم دو با تجزیه نوری آب جبران می‌شود.

**گزینه«۲»:** از آنتن‌ها الکترون خارج نمی‌شود بلکه انرژی الکترون‌ها خارج می‌شود.

**گزینه«۳»:** فقط به فتوسیستم یک اشاره دارد.

**گزینه«۴»:** الکترون‌های p۷۰۰ یا p۶۸۰ از مرکز واکنش خارج و وارد زنجیره انتقال الکترون می‌شود.

---

**تست ۳۸: کدامیک در رابطه با واکنش‌های وابسته به نور فتوسنتز صحیح می‌باشد؟**

۱) الکترون‌های حاصل از تجزیه هر مولکول آب سبب کاهش دو مولکول $NADP^+$ می‌شود.

۲) الکترون‌های خارج شده از آنتن‌های فتوسیستم ۲ کمبود الکترونی فتوسیستم ۱ را جبران می‌کند.

۳) الکترون‌های برانگیخته P۶۸۰ با عبور از آنزیم ATP ساز، انرژی تولید ATP را تأمین می‌کند.

۴) در این واکنش‌ها اکسیژن داخل تیلاکوئید و ATP و NADPH داخل بستره تولید می‌شوند.

## جعبه آموزشی

### واکنش‌های فتوسنتزی

واکنش‌های فتوسنتزی
- واکنش‌های وابسته به نور: واکنش‌های تیلاکوئیدی
  انرژی نور ← انرژی شیمیایی موقت (ATP, NADPH)
- واکنش‌های مستقل از نور: تثبیت کربن در بستره
  ماده آلی ← $CO_2$

## پاسخ تستی

**۳۸- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** یک مولکول $NADP^+$

$$H_2O \rightarrow 2H^+ + \frac{1}{2}O_2 + 2e^-$$

$$2e^- + 2H^+ + NADP^+ \rightarrow NADPH + H^+$$

**گزینه«۲»:** از آنتن‌ها الکترون خارج نمی‌شود.

**گزینه«۳»:** از مجموعه پروتئین کانالی آنزیمی الکترون‌ها عبور نمی‌کنند.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در هر زنجیره‌ی انتقال الکترون غشای تیلاکوئیدها، ..... »**

**۱) الکترون‌های برانگیخته آب به مولکول‌های ناقل الکترون منتقل می‌شود.**

**۲) انرژی الکترون ها سبب کاهش pH داخل تیلاکوئید می‌شود.**

**۳) همواره به ترکیبی الکترون می‌دهد که با دو لایه فسفولیپیدی غشای تیلاکوئید درتماس است.**

**۴) سبب ذخیره موقت انرژی در نوعی ترکیب نوکلئوتیدی می‌شود.**

## پاسخ

**گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** الکترون‌های آب برانگیخته نمی‌شوند.

**گزینه«۲»:** زنجیره الکترون‌های فتوسیستم یک در انتقال $H^+$ به داخل تیلاکوئید نقش ندارند.

**گزینه«۳»:** زنجیره الکترون‌های فتوسیستم یک به مولکول‌های متصل به سطح خارجی غشا تیلاکوئید الکترون می‌دهند.

**گزینه«۴»:** یک زنجیره سبب تولید NADpH و زنجیره دیگر به طور غیر مستقیم سبب تولید ATP می‌شود.

**تست ۳۹: چند مورد از موارد زیر در رابطه با کاروتنوئیدها صحیح نمی‌باشد؟**

- الکترون‌های برانگیخته آن‌ها به سایر رنگیزه‌های آنتن‌های فتوسیستم‌ها انتقال می‌یابد.
- در کروموپلاست، کلروپلاست و راکیزه‌ها یافت می‌شوند.
- در مرکز واکنش فتوسیستم‌ها در کنار سبزینه‌ها و پروتئین‌ها قرار دارند.
- بیشتر بخش قرمز، نارنجی و زرد نور مرئی را جذب می‌کنند.
- با کاهش طول روز در بعضی گیاهان مقدار آن‌ها افزایش می‌یابد.
- در بخش آبی نور مرئی در صد جذب بیشتری نسبت به سبزینه **b** دارند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### رنگیزه‌های فتوسنتزی

رنگیزه‌های فتوسنتزی در غشای تیلاکوئیدهای کلروپلاست یوکاریوت‌ها و غشای سلولی پروکاریوت‌های فتوسنتزکننده قرار دارند. افزون بر سبزینه (کلروفیل) که بیشترین رنگیزه در سبزدیسه‌هاست، کاروتنوئیدها نیز در غشای تیلاکوئید وجود دارند. وجود رنگیزه‌های متفاوت، کارایی گیاه را در استفاده از طول موج‌های متفاوت نور افزایش می‌دهد.

بیشترین جذب هر دو نوع سبزینه **a** و **b** در محدوده‌های ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر (بنفش – آبی) و ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر (نارنجی- قرمز) است. سبزینه همان‌طور که از نامش پیداست، به رنگ سبز دیده می‌شود. کاروتنوئیدها به رنگ‌های زرد، نارنجی و قرمز دیده می‌شوند و بیشترین جذب آن‌ها در بخش آبی و سبز نور مرئی است.

## پاسخ تست

**۳۹- گزینه ٤**

**مورد اول:** نادرست. از رنگیزه‌های آنتن‌ها الکترون خارج نمی‌شود.

**مورد دوم:** درست. در راکیزه‌ها به عنوان پاداکسنده یافت می‌شوند.

**مورد سوم:** نادرست. در مرکز واکنش فقط کلروفیل a یافت می‌شود.

**مورد چهارم:** نادرست. قرمز، نارنجی، زرد را منعکس می‌کنند.

**مورد پنجم:** درست. در پاییز در بعضی از گیاهان کلروپلاست با تجزیه کلروفیل‌ها و افزایش کاروتنوئیدها تبدیل به کروموپلاست می‌شود.

**مورد ششم:** نادرست. در نور آبی کلروفیل b بیشترین درصد جذب را دارد.

**تمرین: کدام گزینه در رابطه با کلروفیل‌ها به طور صحیح مطرح شده است؟**

۱) در کلروپلاست‌ها و کروموپلاست‌های سلول‌های گیاهی یافت می‌شوند.

۲) در مرکز واکنش برخلاف آنتن‌های فتوسیستم‌ها قرار دارند.

۳) در طول موج‌های ۶۸۰ یا ۷۰۰ نانومتر حداکثر جذب نوری را دارا می‌باشند.

۴) در بعضی از گیاهان با کاهش طول روز تجزیه می‌شوند.

**پاسخ گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** در کروموپلاست‌ها، کلروفیل‌ها برخلاف کاروتنوئیدها وجود ندارند.
**گزینه«۲»:** کلروفیل‌ها هم در مرکز واکنش و هم در آنتن‌های فتوسیستم‌ها یافت می‌شوند.
**گزینه«۳»:** این گزینه فقط در مورد کلروفیل‌های a در مرکز واکنش‌ها صدق می‌کند.
**گزینه«۴»:** در بعضی از گیاهان در پاییز ساختار کلروپلاست‌ها تغییر کرده و به کروموپلاست تبدیل می‌شود و در این هنگام کلروفیل‌های آنها تجزیه می‌شود.

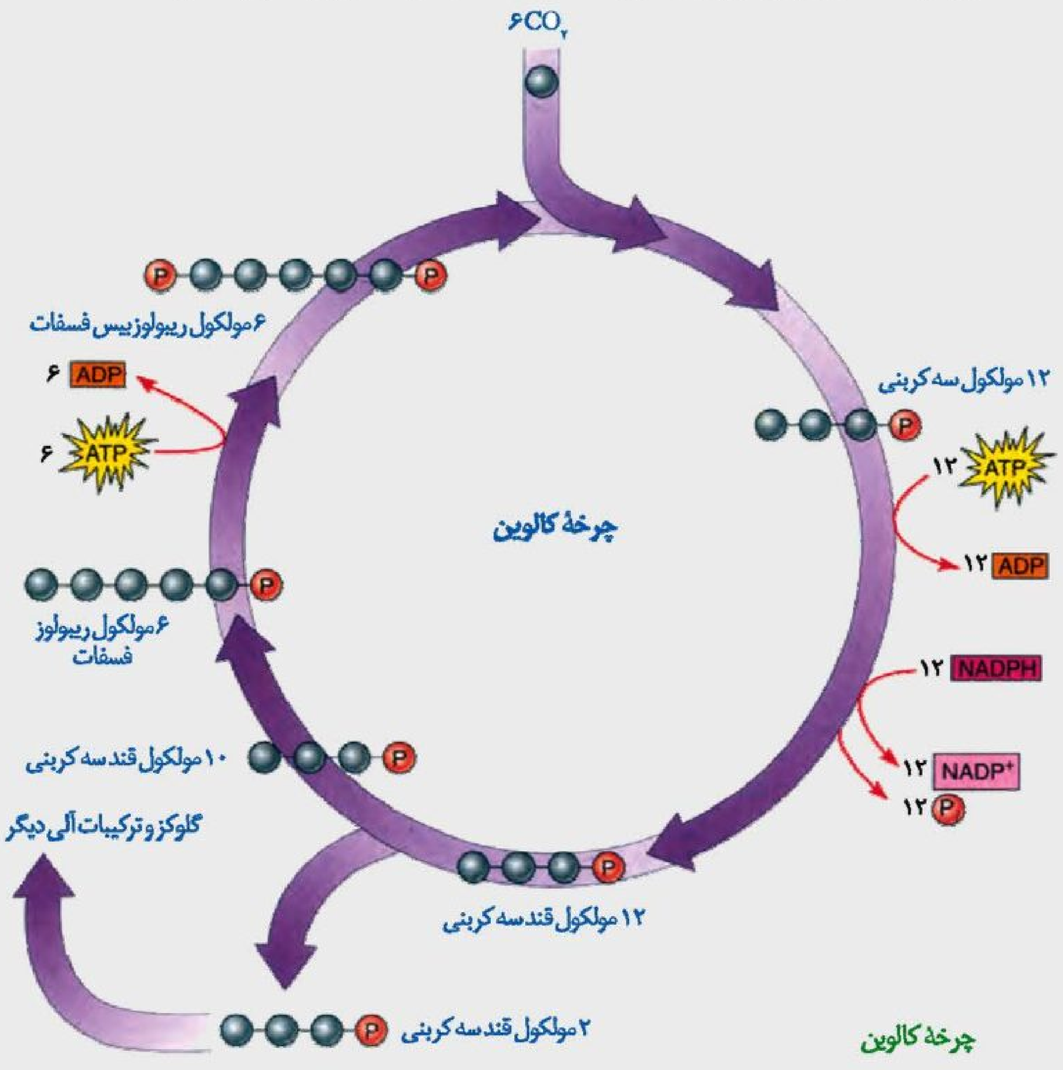
**تست ٤٠: کدام گزینه زیر در رابطه با چرخه کالوین به طور صحیح مطرح شده است؟**

۱) قندهای سه کربنی با مصرف NADPH به اسیدهای سه کربنی تبدیل می‌شوند.
۲) با مصرف ATP قندهای سه کربنی به ریبولوز فسفات تبدیل می‌شوند.
۳) ریبولوز بیس فسفات توسط آنزیم روبیسکو به اسیدهای سه کربنی و دو کربنی تجزیه می‌شود.
۴) قندهای پنج کربنی با مصرف ATP سبب بازسازی ریبولوز بیس فسفات می‌شوند.

## جعبه آموزشی

### چرخه کالوین

**در چرخه کالوین تثبیت کربن‌های $CO_2$ با ساخته شدن قندهای سه کربنه در بستره سبزدیسه انجام می‌شود.**
**در چرخه‌ی کالوین ابتدا ۶ قند پنج کربنه دوفسفاته به نام ریبولوز بیس فسفات با فعالیت کربوکسیلازی آنزیم روبیسکو با ۶ $CO_2$ ترکیب و ۶ اسید شش کربنی دوفسفاته ناپایدار تشکیل می‌شود.**
**سپس اسیدهای شش کربنی دوفسفاته ناپایدار بلافاصله تجزیه و به ۱۲ اسید سه کربنی یک فسفاته تبدیل می‌شوند.**
**این مولکول‌ها با مصرف ۱۲ ATP و ۱۲ NADPH به ۱۲ قند سه کربنی یک فسفاته تبدیل می‌شوند.**
**از بین این قندها، ۲ مولکول برای ساخته شدن گلوکز و ترکیبات آلی دیگر خارج شده و ۱۰ تای دیگر به ۶ قند پنج کربنه تک فسفاته به نام ریبولوز فسفات تبدیل می‌شوند.**
**در نهایت با مصرف ۶ ATP دوباره ۶ ریبولوز بیس فسفات بازسازی می‌شود.**



**پاسخ تستی** **۴۰- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** اسیدهای سه کربنی با مصرف NADPH و ATP به قندهای سه کربنی تبدیل می‌شوند.

**گزینه«۲»:** بدون مصرف ATP

**گزینه«۳»:** تنفس نوری

**گزینه«۴»:** با مصرف ATP ریبولوز فسفات به ریبولوز بیس فسفات تبدیل می‌شود.

---

**تمرین: کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟**

**«در سلول‌های نگهبان روزنه گیاه کاج، از مرحله تغییر یک مولکول---------- ، ---------- تولید می‌شود.»**

**۱) شش کربنه فسفات دار به دو پیرووات- دو ATP**

**۲) پیرویک اسید به مولکول پنج کربنی- یک $CO_2$**

**۳) شش کربنه فسفات دار به دو قند سه کربنی فسفات دار- دو ATP**

**۴) شش کربنه به یک مولکول چهار کربنه- یک $CO_2$**

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** منظور گام‌های دو، سه، چهار قندکافت بوده که در گام چهار آن برای تولید دو پیرووات، چهار ATP تولید می‌شود.

**گزینه«۲»:** از پیرووات تا مولکول‌های پنج‌کربنی چرخه کربس، دو مولکول $CO_2$ یکی در اکسایش پیرووات و یکی در گام دو کربس تولید می‌شود.

**گزینه«۳»:** در چرخه کالوین در تبدیل اسید سه کربنی به قند سه کربنی به ازای تولید هر قند سه کربنی، یک مولکول ATP و یک مولکول NADpH مصرف می‌شود.

**گزینه«۴»:** در چرخه کربس برای تولید یک مولکول چهار کربنه از شش کربنه یک مولکول $CO_2$ در گام دو و یک مولکول $CO_2$ در گام سه تولید می‌شود.

---

**تست ٤١: در سلول‌های ادریسی، در واکنشی که ..... تولید می‌شود ، ممکن است ..... مصرف شود.**

۱) قند پنج کربنه دو فسفاته – NADPH

۲) قند سه کربنه – ADP

۳) مولکول شش کربنه فسفاتدار – ATP

۴) پیرووات – $NAD^+$

## جعبه آموزشی

### تولید و مصرف

**تولید $CO_2$:** ۱- مرحله اکسایش پیرووات در میتوکندری ۲- تخمیر الکلی در سیتوپلاسم
۳- گام ۲ و ۳ چرخه کربس در میتوکندری ۴- تنفس نوری در میتوکندری

**مصرف $CO_2$:** ۱- چرخه کالوین

**تولید ATP:** ۱- گام چهار قندکافت در سیتوپلاسم ۲- چرخه کربس در میتوکندری
۳- تولید اکسایشی ATP در مجموعه کانالی آنزیم غشا داخلی میتوکندری در بخش داخلی میتوکندری
۴- تولید نوری ATP در مجموعه کانالی آنزیمی غشا تیلاکوئید در بستره

**مصرف ATP:** ۱- گام یک قندکافت در سیتوپلاسم ۲- چرخه کالوین در بستره کلروپلاست

**تولید NADH:** ۱- گام سه قندکافت در سیتوپلاسم ۲- مرحله اکسایش پیرووات در میتوکندری
۳- چرخه کربس در بخش داخلی میتوکندری

**مصرف NADH:** ۱- تخمیر در سیتوپلاسم ۲- زنجیره انتقال الکترون غشا داخلی میتوکندری

**تولید NADPH:** ۱- زنجیره انتقال الکترون غشا تیلاکوئید در بستره

**مصرف NADPH:** ۱- چرخه کالوین در بستره

**تولید $FADH_2$:** ۱- چرخه کربس در بخش داخلی میتوکندری

**مصرف $FADH_2$:** ۱- زنجیره انتقال الکترون در غشا داخلی میتوکندری

## پاسخ تست

**۴۱- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** قند پنج کربنه دو فسفاته (ریبولوز بیس فسفات) در گام آخر کالوین با مصرف ATP از قند پنج کربنه تک فسفاته (ریبولوز فسفات) تولید می‌شود.

**گزینه«۲»:** قند سه کربنه یک فسفاته در گام ۲ قندکافت و در چرخه کالوین تولید شده که در چرخه کالوین با مصرف ATP و NADPH تولید می‌گردد.

**گزینه«۳»:** مولکول شش کربنه دوفسفاته در چرخه کالوین و گام یک قندکافت تولید شده که در گام یک قندکافت با مصرف ATP تولید می‌شود.

**گزینه«۴»:** پیرووات در گام چهار قندکافت با مصرف ADP تولید می‌شود.

**تمرین:** کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟

**«در پهنک برگ نوعی گیاه در سلول‌های میانبرگ نرده ای، .....»**

۱) در مسیر تولید پیرووات از ترکیب شش کربنی فسفات دار، ADP تولید می‌شود.
۲) انتقال الکترون‌های یک مولکول NADH، به ترکیب دو کربنی صورت می‌گیرد.
۳) به کمک مولکول‌های دو کربنی و سه کربنی، قند پنج کربنه دو فسفاته تولید می‌کند.
۴) برای تبدیل اسید سه کربنی به قند سه کربنی، ATP و NADPH تولید می‌شود.

پاسخ **گزینه ۲**

**گزینه«۱»:** منظور گام‌های دو، سه، چهار قندکافت بوده که در طی آنها ADP تولید نمی‌شود.
**گزینه«۲»:** به تخمیر الکلی اشاره داشته که در گروهی از گیاهان مثل گیاهان آبزی رخ می‌دهد.
**گزینه«۳»:** ریبولوز بیس‌فسفات در چرخه کالوین به کمک ریبولوز فسفات پنج‌کربنه و در تنفس نوری به کمک مولکول سه کربنی بازسازی می‌شود.
**گزینه«۴»:** برای تبدیل اسید سه کربنی به قند سه کربنی در چرخه کالوین، ATP و NADpH مصرف می‌شوند.

**تست ۴۲: در سلول‌های میانبرگ اسفنجی گل رز کدام رخ نمی‌دهد؟**

۱) مولکولی دو کربنی تولید شده در سبزدیسه صرف تولید کربن دی اکسید در راکیزه می‌شود.
۲) گروهی از رنگیزه‌های تولید شده در سبزدیسه صرف واکنش در راکیزه می‌شوند.
۳) گروهی از ATP های تولید شده در راکیزه صرف تبدیل اسید به قند سه کربنی در سبزدیسه می‌شوند.
۴) مولکول تولید شده در داخل تیلاکوئیدها صرف دریافت الکترون در راکیزه می‌شود.

## جعبه آموزشی

### تنفس نوری

**به دنبال بسته شدن روزنه‌های هوایی گیاه، تراکم کربن دی اکسید در گیاه کاهش و تراکم اکسیژن افزایش می‌یابد و در نتیجه در این وضعیت آنزیم روبیسکو به جای نقش کربوکسیلازی (چرخه کالوین) وارد نقش اکسیژنازی (تنفس نوری) می‌شود؛ زیرا نقش کربوکسیلازی یا اکسیژنازی این آنزیم به نسبت $CO_2$ و اکسیژن در محیط عملکرد آن ارتباط دارد. بنابراین با افزایش اکسیژن در برگ، اکسیژن با ریبولوز بیس فسفات ترکیب می‌شود. مولکول حاصل، ناپایدار است و به دو مولکول سه کربنی و دو کربنی در بستره کلروپلاست تجزیه می‌شود. مولکول سه کربنی به مصرف بازسازی ریبولوز بیس فسفات در بستره کلروپلاست می‌رسد. مولکول دو کربنی از کلروپلاست خارج و در واکنش‌هایی که بخشی از آن‌ها در راکیزه انجام می‌گیرد، از آن مولکول $CO_2$ آزاد می‌شود. چون این فرآیند با مصرف اکسیژن، آزاد شدن $CO_2$ و همراه با فتوسنتز است، تنفس نوری نامیده می‌شود. در تنفس نوری گرچه ماده‌ی آلی تجزیه می‌شود، اما برخلاف تنفس یاخته‌ای، ATP از آن ایجاد نمی‌شود. بنابراین تنفس نوری باعث کاهش فرآورده‌های فتوسنتز می‌شود**

پاسخ تست **۴۲- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** مولکول دوکربنی حاصل از تجزیه ریبولوز بیس فسفات در کلروپلاست در طی تنفس نوری در راکیزه سبب تولید کربن دی اکسید می‌شود.
**گزینه«۲»:** کاروتنوئیدهای کلروپلاست به عنوان پاداکسنده در راکیزه‌ها با رادیکال‌های آزاد وارد واکنش می‌شوند.
**گزینه«۳»:** ATP های مورد استفاده در چرخه کالوین کلروپلاست توسط واکنش‌های وابسته به نور خود کلروپلاست تولید می‌شوند.
**گزینه«۴»:** اکسیژن در داخل تیلاکوئیدهای کلروپلاست تولید شده و به عنوان آخرین پذیرنده الکترون در میتوکندری عمل می‌کند.

**تمرین:** در گیاه $C_3$ افزایش کدامیک سبب کاهش فعالیت کربوکسیلازی روبیسکو می‌شود؟

۱) افزایش شدت نور تا حدی معین

۲) افزایش ترشح هورمون آبسیزیک اسید

۳) افزایش آب درون گیاه

۴) افزایش تراکم کلر در سلول‌های نگهبان روزنه

پاسخ **گزینه ۲**

افزایش شدت نور تا حدی معین، افزایش آب درون گیاه و افزایش تراکم یون‌ها در سلول‌های نگهبان روزنه سبب باز شدن روزنه‌های هوایی و افزایش جذب $CO_2$ و افزایش فعالیت کربوکسیلازی روبیسکو شده ولی افزایش ترشح هورمون آبسزیک‌اسید با بستن روزنه‌های هوایی سبب کاهش $CO_2$ و افزایش فعالیت اکسیژنازی روبیسکو می‌شود.

---

**تست ۴۳: کدام عبارت درباره‌ی سازگاری گیاهانی با برگ و ساقه گوشتی و پر آب، در پاسخ به گرما و خشکی زیاد، صحیح می‌باشد؟**

۱) در هنگام شب، با استفاده از کربن دی اکسید حاصل از تجزیه اسید ۴ کربنی، چرخه کالوین انجام می‌دهند.

۲) در هنگام روز، در سلول‌های غلاف آوندی واکنش‌های کربوکسیلازی آنزیم روبیسکو صورت می‌گیرد.

۳) در هنگام شب، کربن دی اکسید جو در کلروپلاست آن‌ها انتشار یافته و تثبیت می‌شود.

۴) در هنگام روز، در سلول‌های میانبرگ اسفنجی ریبولوز بیس فسفات با کربن دی اکسید ترکیب می‌شود.

## جعبه آموزشی

### گیاهان CAM

**گیاهان CAM (مثل آناناس و بعضی از کاکتوس‌ها) در محیط‌های با دمای بالا و تابش شدید نور خورشید و کمبود آب زندگی می‌کنند و توانسته‌اند با ساز و کاری تنفس نوری خود را کاهش دهند. در این گیاهان برای جلوگیری از هدر رفتن آب، روزنه‌ها در طول روز بسته و در شب بازند. برگ، ساقه یا هر دو آن‌ها در چنین گیاهانی گوشتی و پر آب است. این گیاهان در کریچه‌های خود ترکیباتی (پلی ساکاریدی) دارند که آب را نگه می‌دارند.**

**این گیاهان، مانند گیاهان $C_4$ دو بار تثبیت کربن داشته ولی با این تفاوت که تثبیت کربن در آن‌ها در یاخته‌های متفاوت نیست و به عبارتی تقسیم‌بندی مکانی نشده، بلکه در زمان‌های متفاوت انجام می‌شود.**

**تثبیت اولیه‌ی کربن در شب که روزنه‌ها بازند به شکل اسید چهار کربنی صورت گرفته و تثبیت ثانویه به شکل چرخه‌ی کالوین در روز که روزنه‌ها بسته‌اند در کلروپلاست همان سلول صورت می‌گیرد.**

**پاسخ تست ۴۳- گزینه ٤**

منظور گیاهان CAM می‌باشد.

**گزینه«۱»:** چرخه کالوین در هر گیاهی به دلیل وابسته بودن به ATP و NADPH حاصل از واکنش‌های وابسته به نور، در روز رخ می‌دهد.

**گزینه«۲»:** سلول‌های غلاف آوندی فقط در گیاهان $C_4$ دارای کلروپلاست است.

**گزینه«۳»:** انتشار کربن دی اکسید به کلروپلاست آن‌ها در روز صورت می‌گیرد.

---

**تمرین: در گیاهانی که برگ، ساقه یا هر دو آنها گوشتی و پر آب است، در دماهای بالا و کمبود آب ..... انجام می‌دهند.**

**۱) دو مرحله‌ی تثبیت کربن در هنگام شب**

**۲) در سلول‌های غلاف آوندی تثبیت کربن در ترکیبی سه کربنی**

**۳) دو مرحله‌ی تثبیت کربن در یک نوع یاخته**

**۴) فعالیت اکسیژنازی زیاد در سلول‌های میانبرگ**

**پاسخ گزینه ۳**

منظور گیاه CAM می‌باشد.

**گزینه«۱»:** یک مرحله تثبیت کربن در شب و مرحله دیگر در روز

**گزینه«۲»:** فقط غلاف آوندی گیاه $C_4$ تثبیت کربن دارد.

**گزینه«۴»:** گیاهان CAM به ندرت تنفس نوری (فعالیت اکسیژنازی روبیسکو) دارند.

---

**تست ٤٤: در گیاه ذرت ..... گیاه آناناس در شرایط دماهای بالا و شدت زیاد نور، .....**

۱) همانند – در دو نوع سلول کلروپلاست‌دار تثبیت کربن صورت می‌گیرد.

۲) برخلاف – در روز، در کلروپلاست گروهی از سلول‌ها به کمک چرخه کالوین کربن تثبیت می‌شود.

۳) همانند – در سلول‌های میانبرگ اسفنجی فعالیت اکسیژنازی روبیسکو افزایش می‌یابد.

۴) برخلاف – در کلروپلاست گروهی از سلول‌های رگبرگ فعالیت کربوکسیلازی روبیسکو صورت می‌گیرد.

**جعبه آموزشی**

## گیاهان $C_4$

**گیاهان $C_4$ مثل ذرت در دماهای بالا، شدت‌های زیاد نور و کمبود آب، در حالی که روزنه‌های آن‌ها بسته شده‌اند تا از تبخیر آب جلوگیری شود، همچنان میزان $CO_2$ را در محل عملکرد آنزیم روبیسکو بالا نگه می‌دارند و بنابراین، تنفس نوری به ندرت در این گیاهان روی می‌دهد. در این گیاهان یاخته‌های غلاف آوندی سبزدیسه دارند و محل انجام چرخه‌ی کالوین‌اند.**

**تثبیت کربن در این گیاهان در دو نوع یاخته و در دو مرحله صورت گرفته، ابتدا در یاخته‌های میانبرگ به شکل اسید چهار کربنی و سپس در یاخته‌های غلاف آوندی به شکل چرخه کالوین انجام می‌شود.**

در گیاهان $C_4$ ، $CO_2$ در یاخته‌های میانبرگ با اسیدی سه کربنی ترکیب و در نتیجه اسیدی چهار کربنی ایجاد می‌شود. اسید چهار کربنی از یاخته‌های میانبرگ از طریق پلاسمودسم‌ها به یاخته‌های غلاف آوندی منتقل می‌شود. در این یاخته‌ها، مولکول $CO_2$ از اسید چهار کربنی آزاد و وارد چرخه‌ی کالوین می‌شود. اسید سه کربنی باقیمانده نیز به یاخته‌های میانبرگ بر می‌گردد.

**پاسخ تستی ٤٤- گزینه ٤**

**گزینه«۱»:** در گیاه آناناس (CAM) دو مرحله تثبیت کربن در یک سلول کلروپلاست‌دار صورت می‌گیرد.
**گزینه«۲»:** در گیاهان $C_3$، $C_4$ و CAM در روز چرخه کالوین صورت می‌گیرد.
**گزینه«۳»:** در گیاهان $C_4$ و CAM تنفس نوری (فعالیت اکسیژنازی روبیسکو) تقریباً رخ نمی‌دهد.
**گزینه«۴»:** در سلول‌های غلاف آوندی فقط در گیاهان $C_4$ چرخه کالوین رخ می‌دهد.

**تمرین: کدام عبارت در مورد پاسخ گیاهان $C_4$ به آب و هوای گرم و خشک درست است؟**

۱) همانند گیاهان CAM، ساخت مولکولی سه کربنی توسط روبیسکو برای بازسازی ریبولوز بیس فسفات افزایش می‌یابد.
۲) برخلاف گیاهان CAM، کربن دی اکسید را به شکل مولکول چهار کربنی تثبیت می‌کند.
۳) همانند گیاهان $C_3$، روبیسکو سبب تشکیل ترکیبی ناپایدار از ریبولوز بیس فسفات می‌شود.
۴) برخلاف گیاهان $C_3$، در سلول‌های میانبرگ فعالیت کربوکسیلازی روبیسکو به میزان زیاد صورت می‌گیرد.

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** به تنفس نوری اشاره داشته در حالیکه در گیاهان $C_4$ و CAM تنفس نوری تقریباً رخ نمی‌دهد.
**گزینه«۲»:** $C_4$ همانند CAM توانایی تثبیت کربن به شکل مولکول چهار کربنه را دارا می‌باشد.
**گزینه«۳»:** هم در چرخه کالوین و هم در تنفس نوری از ریبولوز بیس فسفات ابتدا ترکیبی ناپایدار ایجاد می‌شود.
**گزینه«۴»:** در گیاه $C_4$ چرخه کالوین در سلول غلاف آوندی رخ می‌دهد.

**تست ٤٥: هر گیاهی که در دمای بالا و شدت زیاد نور ..... قطعاً .....**

۱) کربن را در دو نوع سلول تثبیت می‌کند – در هنگام شب قند سه کربنه یک فسفاته ایجاد می‌کند.
۲) از افزایش دفع آب جلوگیری می‌کند – مانع فعالیت اکسیژنازی روبیسکو می‌شود.
۳) در هنگام شب، کربن را تثبیت می‌کند – در هنگام روز، همه روزنه‌های برگ آن بسته می‌شود.
۴) با چرخه کالوین کربن را تثبیت می‌کند – با تجزیه نوری آب، کمبود الکترونی فتوسیستم ۱ را جبران می‌کند.

## جعبه آموزشی

### تفاوت‌های گیاهان $C_4$ و CAM

گیاه $C_4$ و CAM برخلاف گیاه $C_3$ دو بار تثبیت کربن داشته و توانسته‌اند در محیط‌های با دمای بالا و تابش شدید نور خورشید و کمبود آب با ساز و کاری تنفس نوری خود را کاهش دهند. تفاوت این گیاهان عبارتند از:

* در گیاه $C_4$ تثبیت کربن در دو مرحله در دو نوع سلول، یکی در سلول‌های میانبرگ به شکل اسید چهار کربنی و دیگری در یاخته‌های غلاف آوندی به شکل کالوین ولی در گیاه CAM دو مرحله در یک سلول صورت می‌گیرد.
* در گیاه CAM تثبیت کربن در دو مرحله در دو زمان، یکی شب به شکل اسید چهار کربنی و دیگری روز به شکل کالوین ولی در گیاه $C_4$ دو مرحله در روز صورت می گیرد.
* سلول‌های غلاف آوندی $C_4$ برخلاف CAM، سبزدیسه دارند.
* در گیاه CAM برخلاف گیاه $C_4$ شب‌ها روزنه‌های هوایی باز می‌باشند.
* در دما بالا، نور زیاد و کمبود آب کارایی گیاه $C_4$ بیشتر از گیاه CAM است.

**پاسخ تستی**

**٤٥- گزینه ۱**

**گزینه«۱»:** $C_4$ – تولید قند سه کربنه ۱ فسفاته می‌تواند در گام ۲ قندکافت هم صورت بگیرد که این اتفاق هم در شب و هم در روز صورت می‌گیرد.

**گزینه«۲»:** همه گیاهان – $C_3$ توانایی مقابله با تنفس نوری را ندارند.

**گزینه«۳»:** CAM – روزنه‌های آبی همواره بازند.

**گزینه«۴»:** $C_4$، CAM – کمبود الکترونی فتوسیستم ۱ با الکترون‌های فتوسیستم ۲ جبران می‌شود.

---

**تمرین: هر گیاهی که در دمای بالا و شدت زیاد نور ..... لزوما .....**

۱) $CO_2$ را در دو نوع سلول تثبیت می‌کند- فتوسنتز را با کارایی پایینی انجام می‌دهد.

۲) از دفع آب جلوگیری می‌کند – $CO_2$ را به شکل ترکیب چهار کربنه تثبیت می‌کند.

۳) بر تنفس نوری غلبه می‌کند – با استفاده از انرژی NADH، ATP تولید می‌کند.

۴) از چرخه کالوین برای تثبیت $CO_2$ استفاده می‌کند – در هنگام شب روزنه‌های هوایی را بسته نگه می‌دارد.

**پاسخ گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** $C_4$ - فتوسنتز با کارایی بالا

**گزینه«۲»:** $C_3$، $C_4$، CAM - گیاه $C_3$، تثبیت به شکل چهارکربنی ندارد.

**گزینه«۳»:** $C_4$، CAM - به کمک زنجیره انتقال الکترون در میتوکندری‌هایشان

**گزینه«۴»:** $C_4$، CAM - روزنه‌های هوایی CAM شب‌ها باز می‌باشند.

**تست ٤٦:** چند مورد از موارد زیر عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟

«در سلول‌های غلاف آوندی ذرت، ..... مصرف می‌شود.»

- هم زمان با خروج الکترون از فتوسیستم I، $NADP^+$
- در مرحله‌ی تبدیل اسید سه کربنی به قند سه کربنی، NADPH
- در مرحله تبدیل قند سه کربنی به اسید سه کربنی ، NADH
- در مرحله تبدیل پیرووات به بنیان استیل، $NAD^+$

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

## جعبه آموزشی

### سلول‌های غلاف آوندی

در رگبرگ‌های برگ‌ها در اطراف آوندهای چوبی و آبکش، سلول‌های پارانشیمی به هم فشرده‌ای قرار داشته که غلاف آوندی نامیده می‌شوند. این سلول‌ها فقط در گیاهان $C_4$ دارای کلروپلاست بوده و می‌توانند با تجزیه اسید چهارکربنی انتقال یافته از سلول‌های میانبرگ، کربن دی اکسید تولید کرده و چرخه کالوین را انجام دهند.

**پاسخ تست**

**٤٦- گزینه ۳**

**مورد اول:** درست. زنجیره انتقال الکترون غشا تیلاکوئید در کلروپلاست با الکترون‌های P۷۰۰ فتوسیستم یک، $NADP^+$ را به NADPH تبدیل می‌کند.

**مورد دوم:** درست. در چرخه کالوین در بستره کلروپلاست با مصرف ATP و NADPH اسید سه کربنی را به قند سه کربنی تبدیل می‌کند.

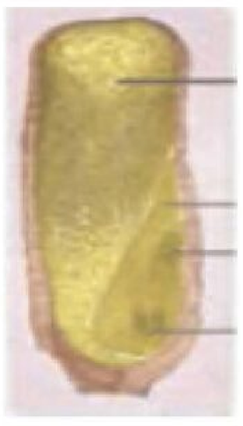
**مورد سوم:** نادرست. در گام سه قندکافت در سیتوپلاسم با مصرف $NAD^+$ قند سه کربنی را به اسید سه کربنی تبدیل می‌کند.

**مورد چهارم:** درست. در اکسایش پیرووات در میتوکندری $NAD^+$ را به NADH تبدیل می‌کند.

قند سه کربنی به اسید سه کربنی ← گام سه قندکافت با مصرف $NAD^+$

اسید سه کربنی به قند سه کربنی ← چرخه کالوین با مصرف NADPH و ATP

**تمرین:** با توجه به شکل مقابل کدام گزینه عبارت را به طور صحیح تکمیل می‌کند؟



«از رویش این دانه، گیاهی ایجاد می‌شود که در برگ هایش .....»

۱) دارای میانبرگ نرده‌ای زیر روپوست رویی می‌باشد.

۲) دارای میانبرگ اسفنجی به هم فشرده بالای روپوست زیرین می‌باشد.

۳) دارای پهنک و دمبرگ می‌باشد.

۴) دارای سلول‌های غلاف آوندی سبزدیسه دار می‌باشد.

**پاسخ گزینه ٤**

شکل مربوط به دانه ذرت می‌باشد.

**گزینه«۱»:** ذرت گیاه تک لپه بوده پس فاقد میانبرگ نرده‌ای می‌باشد.

**گزینه«۲»:** سلول‌های میانبرگ اسفنجی دارای فضای بین سلولی زیاد بوده و به هم فشرده نیستند.

**گزینه«۳»:** گیاه ذرت تک‌لپه بوده پس در برگ‌هایش فاقد دمبرگ است.

**گزینه«۴»:** ذرت گیاه $C_4$ بوده و دارای غلاف آوندی کلروپلاست‌دار است.

---

**تست ٤٧: کدام مورد در رابطه با جاندار زیر صحیح می‌باشد؟**

۱) در کلروپلاست نواری شکل خود با دریافت الکترون از آب، اکسیژن تولید می‌کند.

۲) در راکیزه خود الکترون‌های زنجیره انتقال الکترون را به مولکول اکسید منتقل می‌کند.

۳) جلبک سبز بوده و در عدم حضور نور سبزدیسه‌های خود را از دست می‌دهد.

۴) برای ساخت گروهی از پروتئین‌های راکیزه از انواع آنزیم‌های رونویسی کننده استفاده می‌کند.

## جعبه آموزشی

### اوگلنا

**اوگلنا جانداری یوکاریوت، آغازیانی، تک یاخته‌ای، تاژکدار و فتوسنتز کننده است. این جاندار در حضور نور فتوسنتز می‌کند و در صورتی که نور نباشد، سبزدیسه‌های خود را از دست می‌دهد و با تغذیه از مواد آلی، ترکیبات مورد نیاز خود را به دست می‌آورد. لازم بذکر است این آغازی برخلاف اسپیروژیر جزو جلبک‌ها محسوب نمی‌شود.**

**پاسخ تست ٤٧- گزینه ٤**

شکل مربوط به اوگلنا می‌باشد.

**گزینه«۱»:** کلروپلاست نواری شکل مربوط به اسپیروژیر است.

**گزینه«۲»:** الکترون‌های زنجیره انتقال الکترون غشا داخلی راکیزه، نهایتاً به اکسیژن مولکولی منتقل

می‌شوند.

**گزینه«۳»:** جلبک سبز نیست.

**گزینه«۴»:** برای ساخت پروتئین‌ها در یوکاریوت‌ها به رنابسپاراز یک برای ساخت rRNA رناتن، به رنابسپاراز دو برای ساخت mRNA حاصل از ژن آن و به رنابسپاراز سه برای ساخت tRNA های حامل آمینواسیدهایش نیاز است. البته برای ساخت گروهی از پروتئین‌های راکیزه و سبزدیسه به رنابسپاراز خاص آن‌ها نیز نیاز است.

**تمرین:** **کدام مورد در رابطه با جانداری که در شکل زیر می‌بینید صحیح می‌باشد؟**

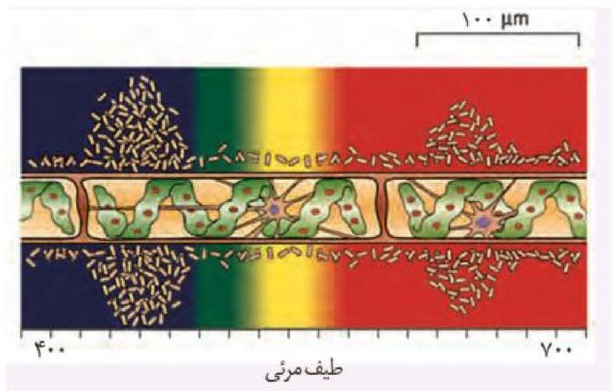
۱) انرژی مورد نیاز برای ساختن مواد آلی را از اکسایش ترکیبات معدنی به دست می‌آورد.
۲) فاقد سبزدیسه ولی دارای سبزینه و توانایی تولید اکسیژن در فتوسنتز می‌باشد.
۳) ATP مورد نیاز برای رشد، فعالیت و تولید مثل از فرآیند فتوسنتز تامین می‌کند.
۴) در راکیزه‌های خود با استفاده از الکترون‌های NADH ، توانایی افزایش ATP را دارد.

**پاسخ** **گزینه ٤**

شکل مربوط به آزولا می‌باشد.
**گزینه«۱»:** به باکتری‌های شیموسنتزکننده اشاره دارد.
**گزینه«۲»:** آزولا گیاه فتوسنتز کننده است.
**گزینه«۳»:** در همه جانداران ATP مورد نیاز برای فرآیندها از تنفس سلولی تأمین می‌شود.
**گزینه«۴»:** به کمک زنجیره انتقال الکترون در غشای داخلی میتوکندری

---

**تست ٤٨: شکل مقابل مربوط به آزمایشی است که .....**

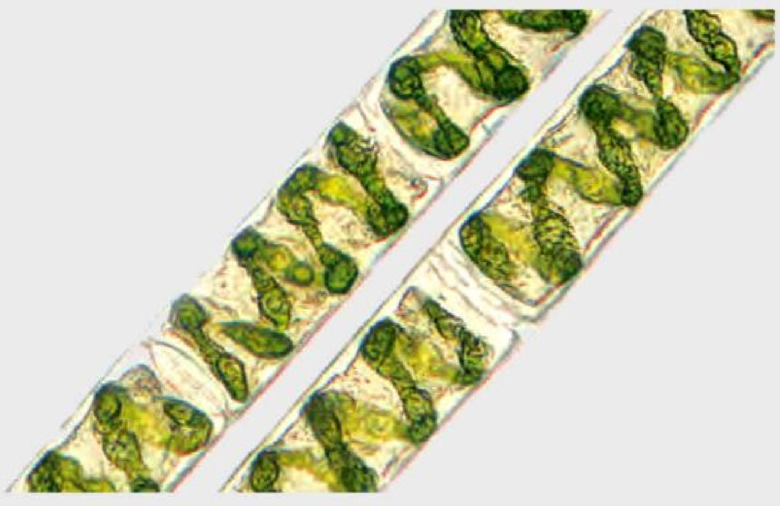


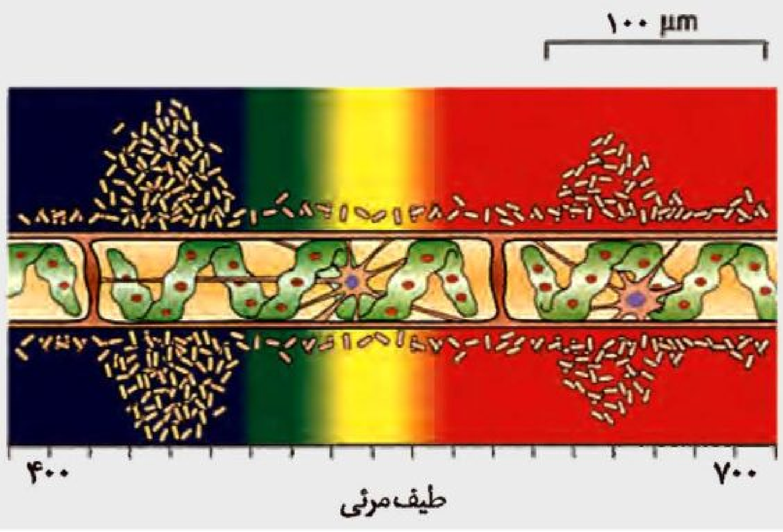

۱) هدف آن اثبات آزاد شدن مولکول اکسیژن در طی فتوسنتز می‌باشد.
۲) در آن از باکتری‌های فتوسنتز کننده اکسیژن‌زا استفاده شد.
۳) ثابت کرد سبزینه‌ها رنگیزه اصلی در فتوسنتز می‌باشد.
۴) در آن کلروپلاست گیاه همه طول موج‌های مرئی را با درصد متفاوت جذب کرد.

**جعبه آموزشی**

## تعیین شدت فتوسنتز در طول موج‌های مختلف

**در آزمایشی جلبک سبز رشته‌ای اسپیروژیر که سبزدیسه‌های نواری و دراز دارد را روی سطحی ثابت کردند و درون لوله آزمایشی شامل آب و باکتری‌های هوازی قرار دادند. لوله آزمایش در برابر نوری قرار گرفت که از منشور عبور کرده و به طیف‌های متفاوت تجزیه شده بود. بعد از گذشت مدتی، مشاهده شد که باکتری‌ها که نیازمند اکسیژن‌های تولیدی فتوسنتز اسپیروژیر بودند، با تراکم‌های متفاوت در بخش‌های مختلف نور دیده اسپیروژیر قرار گرفته‌اند. با توجه به این نحوه قرارگیری باکتری‌ها، مشخص شد که همه‌ی طول موج‌های نور مرئی به یک اندازه در فتوسنتز نقش ندارند. در ضمن به دلیل انجام فتوسنتز بیشتر در محدوده‌های قرمز و آبی (بویژه آبی) می‌توان نتیجه گرفت که سبزینه که در این طول موج‌ها بیشترین جذب را دارا می‌باشد، رنگیزه اصلی در فتوسنتز است.**





**پاسخ تستت**

**۴۸- گزینه ۳**

در این آزمایش از باکتری‌های غیرفتوسنتز کننده هوازی و جلبک سبز اسپیروژیر استفاده شد.

**تمرین: کدام مورد در رابطه با جانداری که دارای کلروپلاست نواری و دراز می‌باشد، صحیح است؟**

**۱) در صورتی که نور نباشد، کلروپلاست‌های خود را از دست داده و از مواد آلی تغذیه می‌کند.**

**۲) رناتن‌های آن می‌توانند رناهای پیک در حال رونویسی را ترجمه نمایند.**

**۳) توانایی تبدیل گلوکز به فروکتوز را در ماده زمینه‌ای سیتوپلاسم دارا می‌باشد.**

**۴) در طول موج‌های مختلف نور مرئی میزان فتوسنتز یکسانی را انجام می‌دهد.**

**پاسخ گزینه ۳**

منظور جلبک سبز رشته‌ای اسپیروژیر می‌باشد.

**گزینه«۱»:** این به اوگلنا اشاره دارد.

**گزینه«۲»:** این ویژگی مربوط به پروکاریوت‌ها می‌باشد.

**گزینه«۳»:** در گام یک قند کافت همانند همه سلول‌های زنده

**گزینه«۴»:** میزان فتوسنتز در طول موج‌های مختلف، متفاوت است.

---

**تست ۴۹: هر باکتری که ..... ، .....**

۱) توانایی تولید مواد آلی را از مواد معدنی دارا می‌باشد - در غشا خود دارای رنگیزه‌های فتوسنتزی می‌باشد.

۲) از ترکیبات غیر از آب به عنوان منبع الکترون برای تولید موادآلی استفاده می‌کند – فتوسنتزکننده غیراکسیژن‌زا می‌باشد.

۳) در غشا خود دارای رنگیزه‌های فتوسنتزی می‌باشد – از ترکیبی غیر از آب الکترون تامین می‌کند.

۴) از آب برای تأمین الکترون استفاده می‌کند – می‌تواند در غیاب اکسیژن به تولید ATP بپردازد.

**جعبه آموزشی**

## باکتری‌های فتوسنتز کننده

**باکتری‌هایی که فتوسنتز می‌کنند، سبزدیسه ندارند، اما دارای رنگیزه‌های جذب کننده‌ی نور در غشایشان می‌باشند. بعضی از باکتری‌ها سبزینه دارند. مثلا سیانوباکتری‌ها سبزینه a دارند و بعضی مثل باکتری‌های گوگردی ارغوانی و سبز، رنگیزه‌ی فتوسنتزی بنام باکتریوکلروفیل دارند.**

**همه باکتری‌های فتوسنتز کننده همانند گیاهان با استفاده از $CO_2$ و انرژی نور، ماده آلی می‌سازند؛ گروهی مثل سیانوباکتری‌ها از آب به عنوان منبع الکترون استفاده و اکسیژن تولید می‌کنند که به آن‌ها باکتری‌های فتوسنتز کننده‌ی اکسیژن‌زا می‌گویند ولی گروهی مثل باکتری‌های گوگردی ارغوانی و سبز از مولکولی غیر از آب به عنوان منبع الکترون استفاده کرده و اکسیژن تولید نکرده و فتوسنتز کننده‌ی غیر اکسیژن‌زا نامیده می‌شوند.**

در باکتری‌های گوگردی ارغوانی و سبز، منبع تأمین الکترون، $H_2S$ است و به جای اکسیژن گوگرد ایجاد می‌شود. از این باکتری‌ها در تصفیه‌ی فاضلاب‌ها برای حذف هیدروژن سولفید استفاده می‌کنند، هیدروژن سولفید گازی بی‌رنگ است و بویی شبیه تخم مرغ گندیده است.

## پاسخ تست ۴۹- گزینه ٤

**گزینه«۱»:** باکتری‌های شیمیوسنتز کننده نیز توانایی تولید مواد آلی از مواد معدنی را داشته ولی رنگیزه فتوسنتزی ندارند.

**گزینه«۲»:** باکتری‌های شیمیوسنتز کننده نیز برای تولید مواد آلی از ترکیبات غیر از آب مثل $NH_4^+$ برای تولید مواد آلی استفاده کرده و فتوسنتز کننده نیستند.

**گزینه«۳»:** سیانوباکتری‌ها فتوسنتز کننده بوده و از آب به عنوان منبع الکترون استفاده می‌کنند.

**گزینه«۴»:** همه سلول‌های زنده در قندکافت بدون نیاز به اکسیژن می‌توانند ATP تولید کنند.

---

**تمرین: کدام گزینه زیر صحیح می‌باشد؟**

**۱) ریزوبیوم‌ها همانند باکتری‌های گوگردی سبز توانایی فتوسنتز دارند.**

**۲) باکتری‌های گوگردی ارغوانی برخلاف شیمیوسنتز کننده ها توانایی تولید اکسیژن دارند.**

**۳) سیانوباکتری ها برخلاف باکتری‌های نیترات ساز باکتریوکلروفیل دارند.**

**۴) ریزوبیوم‌ها همانند سیانوباکتری ها می‌توانند بخشی از انرژی ترکیبات آلی را آزاد نمایند.**

## پاسخ گزینه ٤

**گزینه«۱»:** ریزوبیوم‌ها توانایی فتوسنتز ندارند.

**گزینه«۲»:** باکتری‌های گوگردی ارغوانی و سبز فتوسنتز کننده غیر اکسیژن‌زا هستند.

**گزینه«۳»:** باکتریوکلروفیل مربوط به باکتری‌های گوگردی ارغوانی و سبز می‌باشد.

**گزینه«۴»:** در طی تنفس سلولی

---

**تست ۵۰: هر باکتری که ..... ، .....**

۱) توانایی تثبیت نیتروژن در همزیستی با گیاهان دارد – در غشا خود دارای رنگیزه‌های فتوسنتزی می‌باشد.

۲) برای تبدیل مواد معدنی به مواد آلی انرژی اکسایش مواد معدنی را استفاده می‌کند - در غشای خود باکتریوفیل دارد.

۳) به منظور فتوسنتز از ترکیبات غیر از آب الکترون تامین می‌کند – با استفاده از مواد آلی انرژی زیستی خود را تامین می‌کند.

۴) در اعماق اقیانوس‌ها از کربن دی اکسید مواد آلی می سازد – فتوسنتز کننده غیراکسیژن‌زا می‌باشد.

## جعبه آموزشی

### باکتری‌های شیمیوسنتز کننده

**انواعی از باکتری‌ها در معادن، اعماق اقیانوس‌ها و اطراف دهانه‌ی آتشفشان‌های زیر آب وجود دارند که می‌توانند بدون نیاز به نور و بدون توانایی فتوسنتز، از کربن دی اکسید ماده‌ی آلی بسازند. زیستن در چنین مناطقی برای بسیاری از جانداران غیرممکن است. دانشمندان بر اساس وضعیت زمین در آغاز شکل‌گیری حیات، بر این باورند که باکتری‌های شیمیوسنتز کننده از قدیمی‌ترین جانداران روی زمین‌اند.**

**چنین باکتری‌هایی، انرژی و الکترون مورد نیاز برای ساختن مواد آلی از مواد معدنی را، از واکنش‌های اکسایش به دست می‌آورند. باکتری‌های نیترات‌ساز که آمونیوم را به نیترات تبدیل می‌کنند، از باکتری‌های شیمیوسنتز کننده‌اند.**

## پاسخ تستی

**۵۰- گزینه ۳**

**گزینه«۱»:** ریزوبیوم‌ها از تثبیت کننده‌های نیتروژن همزیست با گیاهان بوده که غیرفتوسنتز کننده‌اند.

**گزینه«۲»:** شیمیوسنتز کننده‌ها رنگیزه فتوسنتزی ندارند.

**گزینه«۳»:** به طور کلی همه جانداران حتی فتوسنتز کننده‌ها نهایتاً انرژی زیستی خود (ATP) را از مواد آلی در تنفس سلولی تأمین می‌کنند.

**گزینه«۴»:** باکتری‌های تولید کننده در اعماق اقیانوس‌ها شیمیوسنتز کننده‌اند.

---

**تمرین: کدام گزینه زیر در رابطه با هر یک از شیمیوسنتزکننده ها صحیح می‌باشد؟**

**۱) در یک انتهای آزاد ماده وراثتی خود دارای گروه فسفات و در انتهای دیگر دارای هیدروکسیل می‌باشند.**

**۲) منبع تامین الکترون در آنها ترکیبی به غیر از آب بوده و دارای باکتریوکلروفیل می‌باشند.**

**۳) توانایی تبدیل قند سه کربنه یک فسفاته را به اسید سه کربنه دو فسفاته دارا می‌باشد.**

**۴) دارای همانند سازی نیمه حفاظتی دوجهتی با چند جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود می‌باشند.**

**پاسخ گزینه ۳**

شیموسنتز کننده‌ها گروهی از باکتری‌ها می‌باشند.

**گزینه«۱»:** باکتری‌ها دارای DNA حلقوی بوده که بسته بوده و فاقد انتهای آزاد است.

**گزینه«۲»:** فاقد هر نوع رنگیزه فتوسنتزی‌اند.

**گزینه«۳»:** در گام سه قندکافت مثل همه سلول‌های زنده

**گزینه«۴»:** باکتری‌ها اغلب دارای یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنای خود می‌باشند.