



دفترچه آزمون فورتیک

آزمون شماره ۴ (۲۵ مهرماه ۹۹)

پاسخنامه دروس
اختصاصی ریاضی

فورتیک



www.fourtik.ir

مولفان آزمون اول کنکور ۱۴۰۰

دفترچه اختصاص (ریاضی)

۳

هندسه و گسسته
استاد بهرام جلالی



۶

حسابان
استاد مهرداد عباسپور



۱۰

فیزیک
استاد علیرضا عربشاهی

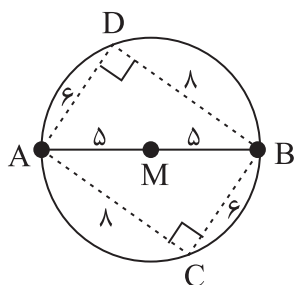


۱۳

شیمی
استاد رضا مصلائی
استاد امید مصلائی



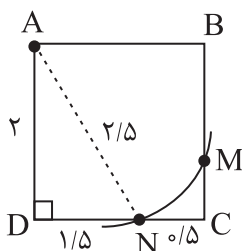
۱۰۵- گزینه ۳



زوایای \hat{C} و \hat{D} محاطی روبه‌رو به قطر بوده و قائمه هستند پس: $ACBD$ مستطیل است که قطرش ۱۰ می‌باشد و ضلع $AC=8$ است.

$$BC^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \rightarrow BC = 6 \rightarrow S = 6 \times 8 = 48$$

۱۰۶- گزینه ۲

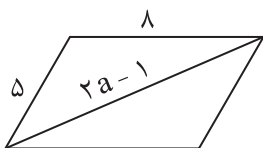


به مرکز A و شعاع $2/5$ کمان می‌زنیم این کمان DC را در N قطع می‌کند حال در مثلث قائم‌الزاویه ADN براساس فیثاغورس خواهیم داشت:

$$DN = \sqrt{(2/5)^2 - 2^2} = 1/5$$

$$\rightarrow NC = 2 - 1/5 = 9/5$$

۱۰۷- گزینه ۱



$$8 - 5 < 2a - 1 < 8 + 5$$

$$3 < 2a - 1 < 13$$

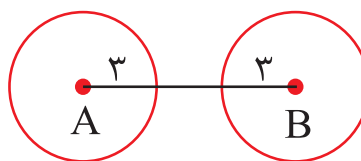
$$4 < 2a < 14$$

$$2 < a < 7$$

ریاضیات

هندسه (۱)

۱۰۱- گزینه ۳



نقاطی که از A به فاصله ۳ می‌باشند روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ قرار دارند.
نقاطی که از B به فاصله ۳ می‌باشند روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۳ قرار دارند.
که این دو دایره نقطه برخوردی ندارند پس جواب صفر است.

۱۰۲- گزینه ۳

چون اضلاع پارامتری داده شده باید مجموع هر ۲ تا را از سومی بزرگ‌تر گرفته اشتراک بگیریم.

$$\begin{cases} 7 + 2a - 1 > a + 1 \rightarrow a > -5 \\ 7 + a + 1 > 2a - 1 \rightarrow a < 9 \\ a + 1 + 2a - 1 > 7 \rightarrow a > \frac{5}{3} \end{cases} \rightarrow \boxed{\frac{5}{3} < a < 9}$$

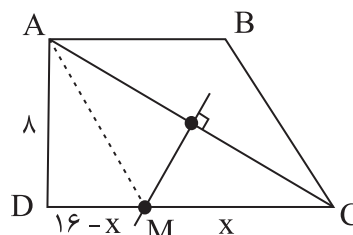
۱۰۳- گزینه ۱

مثلث‌های OBH و OBH' هم‌نهشت‌اند لذا سایر اجزاء متناظر برابرند.

$$\begin{cases} 2x + 10 = 4x - 2 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6 \\ x - 1 = a + 1 \rightarrow \boxed{a = 4} \end{cases}$$

۱۰۴- گزینه ۱

M روی عمود منصف AC است. پس: $MA = MC$
داریم: $DM = 16 - x$ و $MA = MC = x$



$$ADM \text{ در مثلث } : x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$$

که اعداد ۶ و ۸ و ۱۰ صدق می‌کند پس:

$$\boxed{x = 10}$$



هندسه (۳)

۱۱۱- گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & \boxed{a_{23}} \rightarrow i < j \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

چون در a_{23} داریم $i < j$ از قسمت پائینی ضابطه یعنی $i^2 + mj$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{i=2, j=3}{\rightarrow (2)^2 + m(3) = -2 \rightarrow \boxed{m = -2}}$$

= مجموع درایه‌های سطر سوم

$$\begin{array}{ccc} a_{31} & + & a_{32} & + & a_{33} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{2(3) - (-2)(1) = 8} & & \boxed{2(3) - (-2)(2) = 10} & & \boxed{(3)^2 + (-2)(3) = 3} \end{array}$$

$$= \boxed{21}$$

۱۱۲- گزینه ۱

در ماتریس اسکالر درایه‌های غیر قطر اصلی همه صفر و درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابرند. پس:

$$\begin{cases} 2n + 4 = 0 \rightarrow n = -2 \\ 3m + 4 = n \rightarrow m = -2 \end{cases} \rightarrow \boxed{n + m = -4}$$

۱۱۳- گزینه ۲

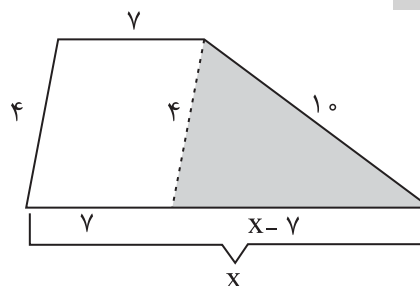
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases} \rightarrow x = 1, y = 2 \quad z + 2 = x \rightarrow z = -1 \quad \boxed{1}$$

$$\Rightarrow x + y + z = 1 + 2 - 1 = \boxed{2}$$

۱۱۴- گزینه ۳

$$\begin{aligned} (2A + I)(A^T + A - I) &= (2A + I)(I - A + A - I) \\ &\downarrow \\ I - A & \\ &= (2A + I)(\bar{O}) = \bar{O} \end{aligned}$$

۱۰۸- گزینه ۲



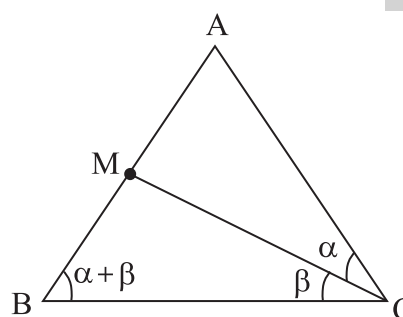
$$10 - 4 < X - 7 < 10 + 4$$

$$6 < X - 7 < 14$$

$$\boxed{13 < X < 21}$$

که فقط ۱۷ در این محدوده است.

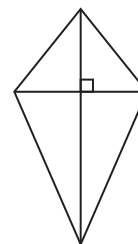
۱۰۹- گزینه ۳



$$\alpha + \beta > \beta \rightarrow MC > MB$$

۱۱۰- گزینه ۳

عکس قضیه ۳ درست نیست زیرا ممکن است قطرها عمود باشند اما چهارضلعی لوزی نباشد مثلاً کایت.





۱۱۵- گزینه ۲

$$(A+B)^T = (A+B)(A+B) = A^T + AB + BA + B^T$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} + AB + BA$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 25 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} + AB + BA$$

$$\rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۱۶- گزینه ۴

$$A^T - (1+4)A + (4-6)I = \bar{O} \rightarrow A^T - 5A - 2I = \bar{O}$$

$$A^T - 5A - 2I = \bar{O}$$

$$A^T = 5A + 2I \xrightarrow[\text{مقایسه با عبارت صورت سوال}]{\alpha=5, \beta=2} \rightarrow 2\alpha + \beta = 12$$

۱۱۷- گزینه ۱

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$A^n = \begin{bmatrix} n+1 & -n \\ n & -n+1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع}} \boxed{2}$$

۱۱۸- گزینه ۲

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} = 4A$$

$$A^T = 4A \rightarrow A^{50} = 4^{49} A = 2^{98} A$$

$$\rightarrow A^{50} = \begin{bmatrix} 2^{99} & 2^{99} \\ 2^{99} & 2^{99} \end{bmatrix} \rightarrow 4 \times 2^{99} = 2^2 \times 2^{99} = 2^{101}$$

$$2 \times 4^{50} = 2 \times 2^{100} = 2^{101}$$

۱۱۹- گزینه ۳

$$A^{T^0} = (A^T)^6 \times A^T$$

$$= (4I)^6 A^T = 4^6 I^6 A^T = 4^6 A^T$$

۱۲۰- گزینه ۲

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ خواهیم داشت:}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 3a+c & 3b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+3b & b \\ c+3d & d \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{cases} a = a + 3b \rightarrow b = 0 \\ 3a + c = c + 3d \rightarrow a = d \end{cases} \rightarrow A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$x = 2a: \text{مجموع درایه های روی قطر اصلی} \rightarrow x = 2y$$

$$y = a: \text{مجموع درایه های ستون ۲}$$

ریاضیات گسسته

۱۲۱- گزینه ۲

$$\sqrt{125} \times \sqrt{5} = \sqrt{5^3} \times \sqrt{5} = \sqrt{5^4} = 5^2 = 25$$

که ۲۵ عددی گویاست.

۱۲۲- گزینه ۴

$$\frac{x^3 + y^3}{x + y} \geq xy \Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq (x + y)xy$$

$$\Leftrightarrow (x + y)(x^2 - xy + y^2) \geq (x + y)xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 \geq xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \text{ بدیهی است}$$

۱۲۳- گزینه ۲

$$\text{گزینه (۱): } \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} < 0$$

$$\text{گزینه (۲): } \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} > 0 \rightarrow \text{صحیح است}$$

$$\text{گزینه (۳): } \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} < 0$$

$$\text{گزینه (۴): } \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} < 0$$



۱۲۹- گزینه ۴

$$a = bq + r$$

$$۴۰۰ + b = bq + ۴۰$$

$$۳۶۰ = b(q-1) \rightarrow b > ۴۰ \rightarrow \frac{۳۶۰}{q-1} > ۴۰ \rightarrow q < ۱۰$$

و چون q طبیعی است به ازای ۸ و $q=1$ عدد b به کار ما نمی‌آید پس ۷ مقدار $\{۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۹\}$ برای q قابل قبول است.

۱۳۰- گزینه ۳

$$\begin{cases} a = 17q + 2 \\ a = 5q' \end{cases} \rightarrow \Delta q' = 17q + 2, \quad q' = \frac{q}{5}$$

از آنجایی که سمت چپ مضرب ۵ است سمت راست نیز باید مضرب ۵ باشد در صورتی که $q = 5k + 4$ باشد سمت راست نیز مضرب ۵ می‌شود.

$$\Delta q' = 17(5k + 4) + 2 \rightarrow \Delta q' = 85k + 70$$

$$\rightarrow q' = 17k + 14$$

$$\rightarrow r = 14$$

حسابان

۱۳۱- گزینه ۳

$$\begin{cases} h(1) = f(1) + g(1) = 2 + 4 \\ h(2) = f(2) + g(2) = 5 + 5 \\ h(3) = f(3) + g(3) = 1 + 6 \\ h(4) = f(4) + g(4) = 1 + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h(1) = 6 \\ h(2) = 10 \\ h(3) = 7 \\ h(4) = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} hog(-2) = h(g(-2)) = h(1) = 6 \\ hog(-1) = h(g(-1)) = h(2) = 10 \\ hog(0) = h(g(0)) = h(3) = 7 \\ hog(1) = h(g(1)) = h(4) = 8 \end{cases}$$

بنابراین :

$$hog = \{(-2, 6), (-1, 10), (0, 7), (1, 8)\}$$

۱۳۲- گزینه ۳

با توجه به اینکه تابع f صعودی است، باید از نقاط $A(-1, 2)$ و $B(3, 4)$ عبور کند. (مطابق شکل)

پس شیب آن برابر $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{3-(-1)} = \frac{1}{2}$ و معادله‌ی آن به صورت زیر است :

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - (-1)) \Rightarrow f(x) = \frac{x+5}{2}$$

۱۲۴- گزینه ۲

$$a = 21b + 37 \text{ و } b > 37 \text{ و } 1000 \leq a < 10000 \text{ و } a = 5k$$

پس کمترین مقدار b برابر ۳۸ است. بیشترین مقدار b عبارت است از:

$$21b + 37 < 10000 \rightarrow 21b < 9963 \rightarrow b < 475 \rightarrow b \leq 45$$

$$38 \leq b \leq 45$$

پس:

$$b = 38 \rightarrow a = 21 \times 38 + 37 = 835$$

$$b = 43 \rightarrow a = 21 \times 43 + 37 = 940$$

$$b \in \{39, 40, 41, 42, 43, 44, 45\} \rightarrow a \neq 5k$$

که فقط دو عضو از مجموعه جواب‌های a مضرب ۵ می‌باشد.

۱۲۵- گزینه ۲

$$x+2 \mid 3x-5 \rightarrow x+2 \mid 3(-2)-5$$



$$\rightarrow -2 = \text{ریشه صحیح}$$

$$\rightarrow x+2 \mid -11$$

$$\rightarrow x+2 = \pm 1 \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\rightarrow x+2 = \pm 11 \begin{cases} x = 9 \\ x = -13 \end{cases}$$

۱۲۶- گزینه ۱

$$\begin{aligned} m \mid 4n^2 + 1 &\xrightarrow{\times 2} m \mid 8n^2 + 2 \rightarrow m \mid 6 \\ m \mid 8n^2 - 4 &\xrightarrow{\times 2} m \mid 16n^2 - 8 \rightarrow m \mid 8 \end{aligned}$$

و چون $m \mid 1$ و $4n^2 + 1$ نیز فرد است، پس فقط $m = \pm 1$ قابل قبول است.

۱۲۷- گزینه ۴

$$a = 20q + 12$$

$$a = 20q + 10 + 2$$

$$a = 10(\dots) + 2 \rightarrow \text{باقی مانده} = 2$$

۱۲۸- گزینه ۳

$$9 \mid 5n + 13 \xrightarrow{\times 2} 9 \mid 10n + 26$$

$$9 \mid 9n \rightarrow$$

$$\rightarrow 9 \mid (10n + 26) - 9n$$

$$\rightarrow 9 \mid n + 26 \rightarrow n + 26 = 9k$$

$$\rightarrow n = 9k - 26$$

$$۱۰ \leq 9k - 26 \leq ۹۹ \rightarrow ۳۶ \leq ۹k \leq ۱۲۵$$

$$۳۶ \leq ۹k \leq ۱۲۵ \rightarrow 4 \leq k \leq 13 \rightarrow ۱۰ \text{ مقدار}$$

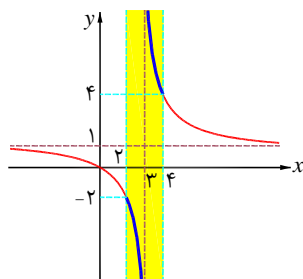
$$0 \leq \sqrt{4-x^2} \leq 2 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{4-x^2} + 2 \leq 4 \Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 4$$

پس در تابع gof ، ورودی g اعداد بازه‌ی $[2, 4]$ می‌شوند و ما کافی است برد تابع زیر را تعیین کنیم:

$$g(x) = \frac{x}{x-3}; \quad 2 \leq x \leq 4$$

که برد این تابع مطابق شکل به صورت زیر است:

$$(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$$



۱۳۶- گزینه ۴

می‌دانیم اگر k عدد صحیح باشد، $[u] + k = [u + k]$. با توجه به اینکه $[x] - 4$ عدد صحیح است، پس:

$$f(x) = [4x + 1] - 4[x] = [4x + 1 - 4[x]]$$

که می‌توان نوشت:

$$f(x) = [4(x - [x]) + 1]$$

از طرفی تابع $y = x - [x]$ را می‌شناسیم و می‌دانیم برد آن $0 \leq x - [x] < 1$ است. پس:

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 0 \leq 4(x - [x]) < 4 \Rightarrow$$

$$1 \leq 4(x - [x]) + 1 < 5 \Rightarrow [4(x - [x]) + 1] = 1, 2, 3, 4$$

بنابراین برد این تابع مجموعه‌ی چهار عضوی $\{1, 2, 3, 4\}$ است که مجموع اعضای آن برابر ۱۰ است.

۱۳۷- گزینه ۲

وضعیت مناسب برای این تابع در شکل روبه‌رو آمده است.

برای یک به یک بودن f ، دو شرط لازم داریم:

اول این که رأس سهمی قبل از $x=1$ قرار بگیرد:

$$x = \frac{a}{2} \leq 1 \Rightarrow a \leq 2$$

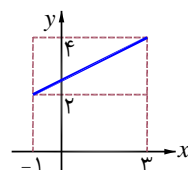
دوم اینکه:

$$3 - 3a \leq 1 - a \Rightarrow a \geq 1$$

که اشتراک آنها $1 \leq a \leq 2$ جواب مسئله است.

حالا برای اینکه دامنه‌ی $f \circ f$ را تعیین کنیم باید x در دامنه f و $f(x)$ هم در دامنه‌ی f باشد:

$$\begin{cases} x \in D_f \\ f(x) \in D_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq f(x) \leq 3 \Rightarrow -1 \leq \frac{x+5}{3} \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x+5 \leq 6 \Rightarrow -7 \leq x \leq 1 \end{cases}$$



اشتراک این دو جواب بازه‌ی $[-1, 1]$ جواب مسئله است که شامل سه عدد صحیح است.

۱۳۳- گزینه ۳

دو شرط لازم داریم. اول: عبارت زیر رادیکال همواره نامنفی باشد یعنی سهمی $y = ax^2 + 5x + a$ همواره بالای محور x باشد. (البته مماس بر آن می‌تواند باشد). پس:

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow 25 - 4a^2 \leq 0 \Rightarrow a \leq -\frac{5}{4}, a \geq \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow a \geq \frac{5}{4}$$

دوم: مخرج ریشه نداشته باشد. پس باید دلتای مخرج منفی باشد:

$$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 28 < 0 \Rightarrow -\sqrt{28} < a < \sqrt{28}$$

اشتراک این دو جواب $\frac{5}{4} \leq a < \sqrt{28}$ است که اعداد صحیح a ، مقادیر ۳، ۴ و ۵ هستند.

۱۳۴- گزینه ۴

$$g(f(x)) = x^2 + 2x - 5 \Rightarrow g(x+2) = x^2 + 2x - 5$$

با فرض $x+2 = t$ خواهیم داشت $x = t-2$ و

$$g(t) = (t-2)^2 + 2(t-2) - 5$$

بنابراین:

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = g(x) + 2 =$$

$$(x-2)^2 + 2(x-2) - 3 = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

که به این ترتیب ریشه‌های $f \circ g$ اعداد ۳ و -۱ هستند که فاصله‌ی آنها برابر ۴ است.

۱۳۵- گزینه ۴

عبارت زیر رادیکال در تابع f یک سهمی رو به پایین با رأسی با عرض ۴ است. پس برد آن $4 - x^2 \leq 4$ می‌شود. بنابراین:



$$g^{-1}(x) = \sqrt{7-3x} - x \Rightarrow g^{-1}(-6) = \sqrt{7+18} + 6 \Rightarrow$$

$$g^{-1}(-6) = 11 \Rightarrow g(11) = -6$$

در رابطه‌ی $g(x) = 1 - f(x+2)$ به جای x عدد ۱۱ را قرار می‌دهیم:

$$g(11) = 1 - f(13) \Rightarrow -6 = 1 - f(13)$$

$$\Rightarrow f(13) = 7 \Rightarrow f^{-1}(7) = 13$$

۱۴۱- گزینه ۴

نقطه‌ی $(3, 1)$ روی f است، پس $f(3) = 1$.

نقطه‌ی $(3, 1)$ روی f^{-1} است، پس نقطه‌ی $(1, 3)$ روی f است، بنابراین $f(1) = 3$.

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{1} = 3 \\ \frac{3a+b}{5} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 3a+b=5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$$

برای یافتن نقطه‌ی تلاقی f با نیم‌ساز ربع اول باید معادله‌ی

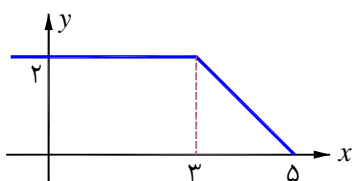
$f(x) = x$ با فرض $x > 0$ را حل کنیم:

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{x+2}{2x-1} = x \Rightarrow 2x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{x > 0} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

۱۴۲- گزینه ۳

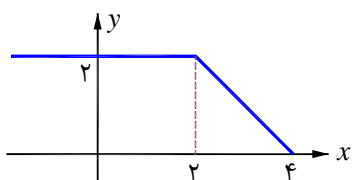
مراحل تبدیل در شکل‌های زیر آمده است:



با تبدیل X به $X-1$ به تابع زیر می‌رسیم:

$$y = f(x)$$

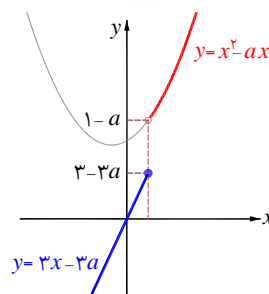
نمودار یک واحد به سمت راست می‌رود.



با تبدیل X به $-X$ به تابع زیر می‌رسیم:

$$y = f(1+x)$$

نمودار نسبت به محور y قرینه می‌شود.



۱۳۸- گزینه ۱

تابع داده شده یک سهمی رو به پایین است که رأس آن در $x=1$ قرار دارد و ریشه‌های آن ۲ و ۴ هستند. عرض از مبدأ این تابع ۸ است. همگی این اطلاعات در شکل روبه‌رو هست. سوال از ما وارون بخش پررنگ نمودار را می‌خواهد. چون برد این قسمت $[0, 8]$ است، دامنه‌ی وارون f می‌شود.

$$y = 8 - 2x - x^2 \Rightarrow x^2 + 2x = 8 - y \Rightarrow$$

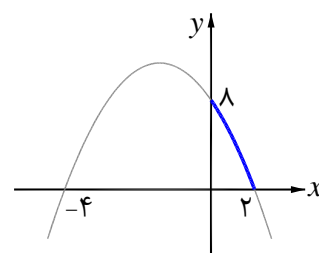
$$(x+1)^2 = 9 - y \Rightarrow$$

$$|x+1| = \sqrt{9-y} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2} x+1 = \sqrt{9-y} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{9-y} - 1$$

بنابراین:

$$f^{-1}(x) = \sqrt{9-x} - 1 ; 0 \leq x \leq 8$$



پس $a=9, b=-1, c=0, d=8$ و

بنابراین: $a+b+c+d=16$.

۱۳۹- گزینه ۲

باید معادله‌ی $f \circ g^{-1}(x) = 0$ را حل کنیم.

$$f(g^{-1}(x)) = 0 \xrightarrow{g^{-1}(x)=t} f(t) = 0 \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0$$

$$\Rightarrow t = 4, -3$$

بنابراین:

$$g^{-1}(x) = 4, -3 \Rightarrow x = g(4), g(-3) \Rightarrow x = 4, 3$$

۱۴۰- گزینه ۱

باید حاصل f ، برابر ۷ باشد. با توجه به $g(x) = 1 - f(x+2)$:

$$g = 1 - f = 1 - 7 = -6$$

حالا از ابتدا آغاز می‌کنیم:

«۲ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم.» (۱)

$$(x \rightarrow x-2) \Rightarrow y = \sqrt{2(x-2)-1} \Rightarrow y = \sqrt{2x-5}$$

«نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.» (۲)

$$(تابع) \Rightarrow y = -\sqrt{2x-5}$$

«۳ واحد بالا می‌بریم.» (۳)

$$(تابع+3) \Rightarrow y = -\sqrt{2x-5}+3$$

«با ضریب $\frac{1}{2}$ انقباض افقی می‌دهیم.» (۴)

$$(x \rightarrow 2x) \Rightarrow y = -\sqrt{4x-5}+3$$

ریشه‌ی این تابع :

$$y = -\sqrt{4x-5}+3=0 \Rightarrow \sqrt{4x-5}=3$$

$$\Rightarrow 4x-5=9 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$$

۱۴۵- گزینه ۱

دامنه‌ی تابع $y=f(2x-1)+1$ بازه‌ی $(1,4)$ است. پس :

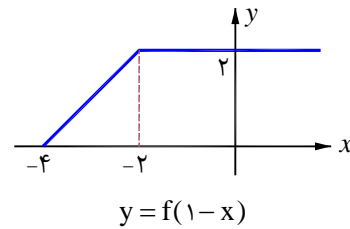
دامنه‌ی تابع f بازه‌ی $(1,7)$ است.

$$1 < x < 4 \Rightarrow 1 < 2x-1 < 7 \Rightarrow$$

حالا برای تعیین دامنه‌ی تعریف $y=f(2-3x)+f(x+2)$ باید داشته باشیم :

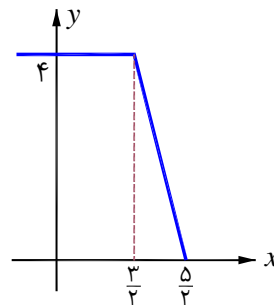
$$\begin{cases} 2-3x \in D_f \\ x+2 \in D_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < 2-3x < 7 \\ 1 < x+2 < 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{5}{3} < x < \frac{1}{3} \\ -1 < x < 5 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -1 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow b-a = \frac{4}{3}$$



همان‌طور که در شکل می‌بینیم، ناحیه‌ی مورد نظر یک دوزنقه با قاعده‌هایی به طول $\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$ و ارتفاع ۴ است و مساحت آن برابر است با :

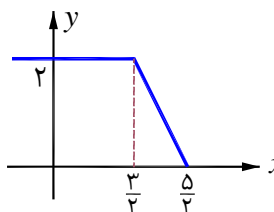
$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \right) \times 4 = 8$$



ضابطه‌ی تابع را در ۲ ضرب می‌کنیم :

$$y = 2f(2x)$$

اعداد روی محور y دو برابر می‌شود.



با تبدیل x به $2x$ به تابع زیر می‌رسیم :

$$y = f(2x)$$

اعداد روی محور x نصف می‌شود.

۱۴۳- گزینه ۲

$$y = 1 - 2f(3x-1) \xrightarrow{A(2,7)} 7 = 1 - 2f(5) \Rightarrow f(5) = -3$$

$$1 - 2x = 5 \Rightarrow x = -2$$

$$y = f(1-2x) - 2 \xrightarrow{x=-2} y = f(5) - 2 = -3 - 2 = -5$$

$$\Rightarrow A'(-2, -5)$$

۱۴۴- گزینه ۲

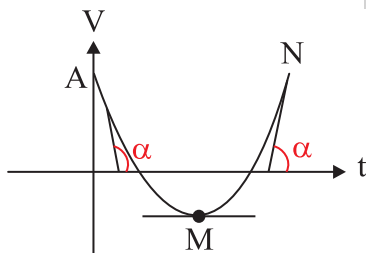


$$\Delta \vec{x} = \vec{d} = -20 - (-10) = -10 \text{ m}$$

$$L = 10 + 40 + 40 + 20 = 110 \text{ m}$$

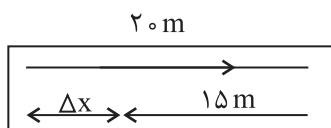
$$\frac{V_{av}}{S_{av}} = \frac{\frac{10}{t_1}}{\frac{110}{t_1}} = \frac{1}{11}$$

۱۵۰- گزینه ۱



از A تا M شیب و در نتیجه شتاب منفی است. در نقطه M شیب صفر است، یعنی شتاب صفر است. از M تا N شیب و شتاب مثبت است.

۱۵۱- گزینه ۳



$$L = Vt = 5 \times 7 = 35 \text{ متر}$$

مسافت طی شده

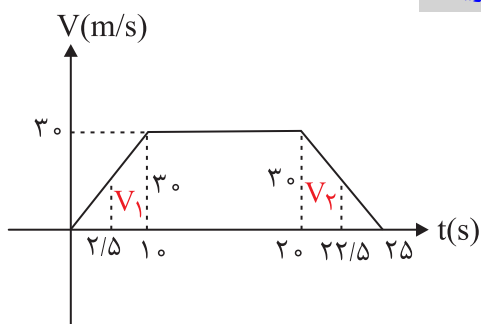
$$35 - 20 = 15 \text{ متر}$$

$$\Delta x = 20 - 15 = 5 \text{ m}$$

جابه‌جایی برابر است با:

$$\bar{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5}{7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۲- گزینه ۱



$$\frac{V_1}{30} = \frac{2/5}{10} \rightarrow V_1 = 7/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{V_2}{30} = \frac{2/5}{5} \rightarrow V_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{a}_{av} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 7/5}{22/5 - 2/5}$$

$$a_{av} = \frac{V/5}{20} = \frac{V5}{200} = \frac{3}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیزیک.....

۱۴۶- گزینه ۲

هنگامی فاصله حداکثر است که متحرک سریع‌تر به نقطه B برسد:

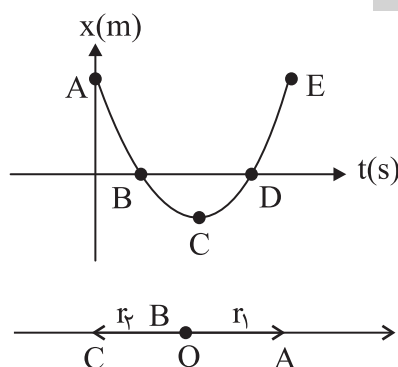
$$x = vt \rightarrow 480 = 12t \rightarrow t = 40 \text{ ثانیه}$$

متحرک سریع‌تر بعد از ۴۰ ثانیه به نقطه B می‌رسد. در این مدت مسافت طی شده توسط متحرک کندتر برابر است با:

$$x = vt \rightarrow x' = 10 \times 40 = 400 \text{ متر}$$

$$\text{متر } 80 = 480 - 400 = \text{فاصله دو متحرک}$$

۱۴۷- گزینه ۳



از A تا B بردار مکان در هر لحظه در جهت OX می‌باشد.

از B تا C بردار مکان خلاف جهت OX می‌باشد.

از C تا D بردار مکان خلاف جهت OX می‌باشد.

از D تا E بردار مکان در جهت OX می‌باشد.

بنابراین دو بار تغییر جهت می‌دهد.

۱۴۸- گزینه ۲

از A تا M شیب نمودار مکان - زمان منفی می‌باشد یعنی

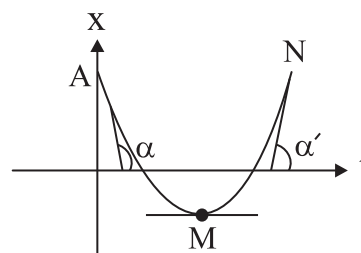
جسم در خلاف جهت OX حرکت نموده است.

در نقطه M شیب نمودار صفر است یعنی متحرک توقف نموده

از M تا N شیب نمودار مثبت است یعنی جسم در جهت OX

حرکت نموده است. بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت

می‌دهد.



۱۴۹- گزینه ۳

کمیت‌های اصلی عبارتند از طول - جرم - زمان - شدت جریان - شدت نور - دما - طول. بقیه کمیت‌ها فرعی می‌باشند.

۱۶۰- گزینه ۳

جابه‌جایی بردار می‌باشد ولی مسافت کمیت عددی می‌باشد.

۱۶۱- گزینه ۲

$$\text{حجم استخر} = 6 \times 4 \times 2 = 48 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم} \frac{3}{4} = 48 \times \frac{3}{4} = 36 \text{ m}^3 \times 10000 = 360000 \text{ L}$$

L	زمان	
۲	۱	
۳۶۰۰۰	x	

ثانیه $x = \frac{36000 \times 1}{2} = 18000$
دقیقه $18000 \div 60 = 300$

۱۶۲- گزینه ۲

$$\text{لیتر} 2 = 50 \times 40 = 2000 \text{ cm}^3 \div 1000 = 2$$

$$\text{حجم قسمت بالا} = 2/5 - 2 = 0/5 \text{ L} \times 1000 = 500 \text{ cm}^3$$

$$V = Ah \rightarrow 500 = 10 \cdot h \rightarrow h = 50 \text{ cm}$$

$$\text{ارتفاع کل آب} = 40 + 50 = 90 \text{ cm}$$

۱۶۳- گزینه ۱

$$V = \frac{4}{3} \pi (R_1^3 - R_2^3) = \frac{4}{3} \times \pi (20^3 - 10^3) = 4(8000 - 1000)$$

$$V = 28000 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 2 = \frac{m}{28000} \rightarrow m = 56000 \text{ گرم} = 56 \text{ kg}$$

۱۶۴- گزینه ۱

$$\rho = \frac{m}{V} \begin{cases} \rho_A = \frac{2}{V} \\ \rho_B = \frac{3}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{2/2}{3/3} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{2}{3}$$

$$\rho_A = \frac{2}{3} \rho_B$$

$$\rho_B - \rho_A = 2 \rightarrow \rho_B - \frac{2}{3} \rho_B = 2 \rightarrow \rho_B = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_A = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱۶۵- گزینه ۲

$$\text{حجم گلوله} V = Ah = 50 \times 4 = 200 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{400}{200} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

۱۵۳- گزینه ۴

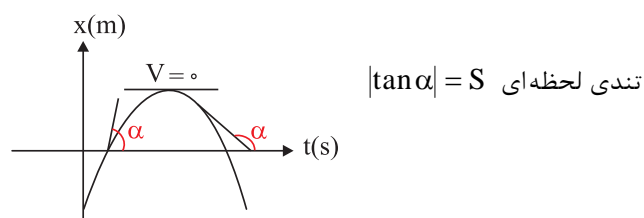
در ثانیه پنجم یعنی بین دو لحظه $t_1 = 4\text{s}$ و $t_2 = 5\text{s}$

$$x = t^2 + 5t - 8 \begin{cases} t_1 = 4\text{s} \rightarrow x_1 = (4)^2 + 5(4) - 8 = 28 \text{ m} \\ t_2 = 5\text{s} \rightarrow x_2 = (5)^2 + 5(5) - 8 = 42 \text{ m} \end{cases}$$

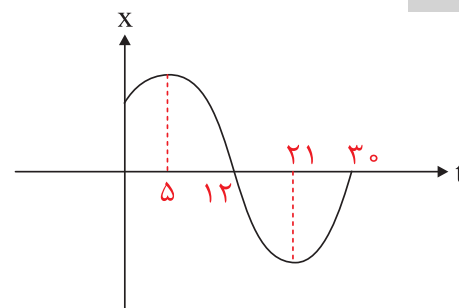
$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{42 - 28}{5 - 4} = \frac{14}{1} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۴- گزینه ۳

ابتدا کم تا به صفر می‌رسد و بعد زیاد می‌شود.



۱۵۵- گزینه ۲



از لحظه صفر تا ۵ ثانیه از مبدأ در جهت OX دور می‌شود. از لحظه ۱۲ تا ۲۱ خلاف جهت OX از مبدأ دور می‌شود از لحظه ۲۱ تا ۳۰ ثانیه در جهت OX به مبدأ نزدیک می‌شود. بنابراین مدت زمانی که به مبدأ نزدیک می‌شود.

$$t = 7 + 9 = 16$$

۱۵۶- گزینه ۳

چون ترازو رقمی یا دیجیتال است، دقت اندازه‌گیری برابر ۰/۱ گرم می‌باشد و خطای اندازه‌گیری نیز ۰/۱ گرم است.

۱۵۷- گزینه ۱

چون ترازو مدرج است دقت اندازه‌گیری برابر یک گرم می‌باشد، بنابراین خطای اندازه‌گیری ۰/۵ گرم است.

۱۵۸- گزینه ۴

دقت اندازه‌گیری ۰/۵ سانتی‌متر است و خطای اندازه‌گیری:

$$\frac{0/5}{2} = 0/25 \xrightarrow{\text{اگر گرد نماییم}} 0/3 \text{ cm}$$

۱۵۹- گزینه ۳



۱۶۶- گزینه ۱

اگر نیرویی که A بر B وارد می‌نماید، برابر F باشد، طبق قانون سوم نیوتن نیرویی که B بر A وارد می‌نماید برابر F است.

۱۶۷- گزینه ۳

میدان بار q_1 در نقطه D برابر است با:

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = 200 \frac{N}{C}$$

میدان الکتریکی بار q_3 در نقطه D برابر است با:

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = 400 \frac{N}{C}$$

میدان الکتریکی بار q_4 در نقطه D برابر است با:

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow E_4 = \frac{9 \times 10^9 \times 8\sqrt{2} \times 10^{-9}}{(30\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = 400\sqrt{2} \frac{N}{C}$$

$$E_{rx} = E_4 \cos 45 = 400\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 400 \frac{N}{C}$$

$$E_{ry} = E_4 \sin 45 = 400\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 400 \frac{N}{C}$$

$$E = (200 + 400) \vec{i} + (400 + 400) \vec{j}$$

$$\rightarrow \vec{E} = 600 \vec{i} + 800 \vec{j}$$

۱۶۸- گزینه ۳

$$4q \times 0.25 = q$$

بار بزرگتر $4q - q = 3q \rightarrow$ بنابراین

$$q + q = 2q$$

بار کوچکتر

$$F = \frac{k(q)(4q)}{d^2} = \frac{4kq^2}{d^2}$$

$$F' = \frac{k(2q)(3q)}{(\frac{d}{2})^2} = \frac{24kq^2}{d^2}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{24 \frac{kq^2}{d^2}}{4 \frac{kq^2}{d^2}} \rightarrow \frac{F'}{F} = 6 \rightarrow F' = 6F$$

۱۶۹- گزینه ۴

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \rightarrow \frac{180}{E_2} = \left(\frac{6}{9}\right)^2 \rightarrow E_2 = 20 \frac{N}{C}$$

۱۷۰- گزینه ۲

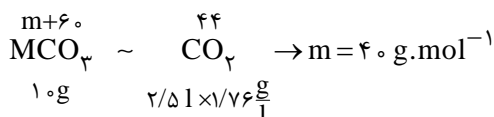
کار نیروی پایستار به مسیر حرکت بستگی ندارد فقط به جابه‌جایی بستگی دارد. چون جابه‌جایی هر سه مسیر یکسان است.

بنابراین:

$$\Delta U = -W \rightarrow \Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c$$

۱۷۳- گزینه ۳

ابتدا جرم مولی فلز M را محاسبه می‌کنیم:
(توجه داشته باشیم که «جرم هر لیتر گاز کربن دی‌اکسید برابر ۱/۷۶ گرم است» یعنی چگالی گاز CO_۲ برابر Lit^{-۱} ۱/۷۶ است).



روش دوم:

استفاده از کسرهای تبدیل (روش کتاب درسی):

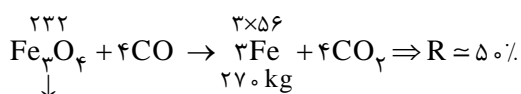
$$\begin{aligned} & 2/51 \text{ CO}_2 \times \frac{1/76 \text{ g CO}_2}{1 \text{ CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol MCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{(m+60) \text{ g CO}_3}{1 \text{ mol MCO}_3} \\ & = 10 \rightarrow m = 40 \text{ g.mol}^{-1} \end{aligned}$$

حال می‌توانیم درصد جرمی M را در MCO_۳ محاسبه کنیم:

$$\text{درصد جرمی M} = \frac{\text{جرم M}}{\text{جرم نمک MCO}_3} \times 100 \rightarrow \frac{40}{40+60} \times 100 = 40\%$$

۱۷۴- گزینه ۳

ابتدا بازده درصدی واکنش مربوط به استخراج آهن را محاسبه می‌کنیم:



$$1000 \text{ kg} \times \frac{75}{100} \times \frac{R}{100}$$

روش دوم:

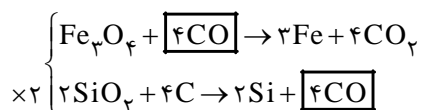
استفاده از کسرهای تبدیل (روش کتاب درسی):

$$\begin{aligned} & 1000 \text{ kg Fe}_3\text{O}_4 \times \frac{75 \text{ g Fe}_3\text{O}_4}{100 \text{ g Fe}_3\text{O}_4 \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4}{232 \text{ g Fe}_3\text{O}_4} \times \\ & \times \frac{3 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 543 \text{ kg Fe} \end{aligned}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{270}{543} \times 100 = 50\%$$

در ادامه برای محاسبه مقدار SiO_۲ مصرفی، ابتدا ضریب ماده مشترک یعنی CO را یکسان می‌کنیم و بعد تناسبی بین

SiO_۲ و Fe (یا حتی Fe_۳O_۴) برقرار می‌کنیم:



$$\begin{array}{ccc} 2 \times 60 & 3 \times 56 & \\ 2\text{SiO}_2 & \sim & 3\text{Fe} \end{array} \rightarrow y = 200 \text{ kg SiO}_2$$

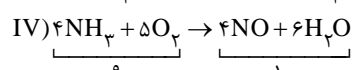
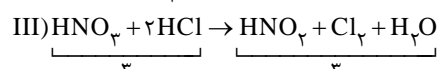
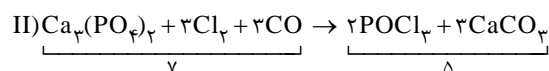
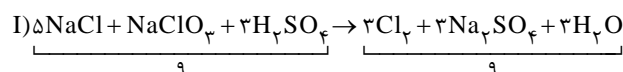
$$y \text{ kg} \times \frac{96}{100}$$

شیمی

(شیمی پایه)

۱۷۱- گزینه ۲

در واکنش‌های I و III مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها با فرآورده‌ها برابر است:

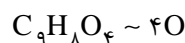


۱۷۲- گزینه ۱

روش اول:

ابتدا شمار اتم‌های O در ۴/۵ گرم C_۹H_۸O_۴ را محاسبه می‌کنیم:

(توجه داشته باشید که برابر بودن شمار اتم‌های O در C_۹H_۸O_۴ با شمار اتم‌های H در HCOOH به معنای برابر بودن شمار مول‌های آن‌هاست، پس به جای استفاده از عدد آووگادرو می‌توان از همان مول استفاده کرد).



$$\begin{aligned} & 4/5 \text{ g C}_9\text{H}_8\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol C}_9\text{H}_8\text{O}_4}{180 \text{ g C}_9\text{H}_8\text{O}_4} \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_8\text{O}_4} \\ & = 0/1 \text{ mol O} \end{aligned}$$

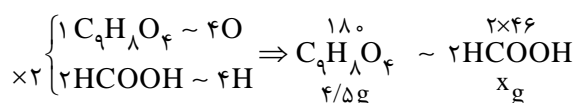
حال محاسبه می‌کنیم که به ازای ۰/۱ مول H، چند گرم HCOOH باید داشته باشیم:



$$\begin{aligned} & 0/1 \text{ mol H} \times \frac{1 \text{ mol HCOOH}}{2 \text{ mol H}} \times \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} \\ & = 2/3 \text{ g HCOOH} \end{aligned}$$

روش دوم:

می‌توانیم از ابتدا شمار اتم‌های O در C_۹H_۸O_۴ را با شمار اتم‌های H در HCOOH یکسان کنیم و بعد تناسب را برقرار کنیم:

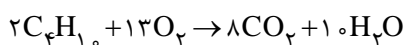
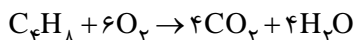


$$\rightarrow x = 2/3 \text{ g HCOOH}$$

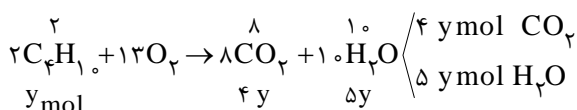
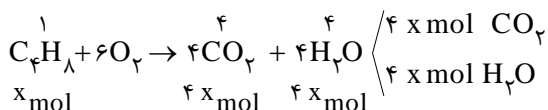


۱۷۷- گزینه ۱

واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر است:



ابتدا فرض می‌کنیم که x مول C_4H_8 و y مول C_4H_{10} در مخلوط اولیه وجود دارد و براساس آن مقدار مول آب و کربن دی اکسید تولیدی را به دست می‌آوریم:



از طرفی مقدار مول آب تولیدی و کربن دی اکسید تولیدی براساس سؤال برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8/8g \text{ } CO_2}{44} = 0.2 \text{ mol } CO_2 \\ \frac{4/18g \text{ } H_2O}{18} = 0.22 \text{ mol } H_2O \end{array} \right.$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 5y = 0.22 \\ 4x + 4y = 0.2 \end{array} \right.$$

با حل این دو معادله - دو مجهول داریم:

$$x = 0.02 \text{ mol } C_4H_8 \xrightarrow{\times 56} 1.12g \text{ } C_4H_8$$

$$y = 0.03 \text{ mol } C_4H_{10} \xrightarrow{\times 58} 1.74g \text{ } C_4H_{10}$$

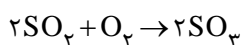
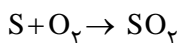
در انتها می‌توانیم درصد جرمی C_4H_{10} را به دست آوریم:

$$C_4H_{10} \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } C_4H_{10}}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100$$

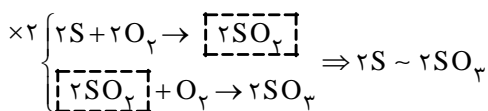
$$\Rightarrow \frac{1.74}{2.9} \times 100 = 60\%$$

۱۷۸- گزینه ۳

واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر است:



حال می‌توانیم ضریب ماده مشترک یعنی SO_2 را یکسان کنیم و تناسبی بین S و SO_3 برقرار کنیم:



روش دوم:

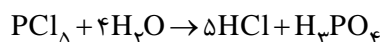
استفاده از کسرهای تبدیل (روش کتاب درسی):

$$27.0 \text{ kg Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{2 \text{ mol SiO}_2}{3 \text{ mol Fe}} \times \frac{60 \text{ g SiO}_2}{1 \text{ mol SiO}_2} \times$$

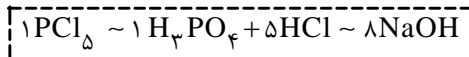
$$\times \frac{100 \text{ g SiO}_2 \text{ ناخالص}}{96 \text{ g SiO}_2 \text{ خالص}} = 20.0 \text{ kg SiO}_2$$

۱۷۵- گزینه ۴

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به واکنش، به ازای مصرف هر مول PCl_5 ، ۵ مول HCl و ۱ مول H_3PO_4 تولید می‌شود. توجه داشته باشیم که HCl و H_3PO_4 هر دو خاصیت اسیدی داشته و با $NaOH$ خنثی می‌شوند؛ از آنجایی که هر مول HCl با یک مول $NaOH$ و هر مول H_3PO_4 با سه مول $NaOH$ خنثی می‌شود می‌توان نتیجه گرفت که پنج مول HCl و یک مول H_3PO_4 مجموعاً با ۸ مول $NaOH$ خنثی می‌شود:



$$\frac{208/5}{PCl_5} \sim \frac{8}{NaOH} \rightarrow P = 75\% \\ 139g \times \frac{P}{100} = \frac{8}{100} \times 5 \frac{\text{mol}}{1}$$

روش دوم:

استفاده از کسرهای تبدیل (روش کتاب درسی):

$$0.81 \text{ NaOH} \times \frac{5 \text{ mol NaOH}}{11 \text{ NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol } PCl_5}{8 \text{ mol NaOH}} \times$$

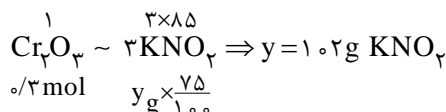
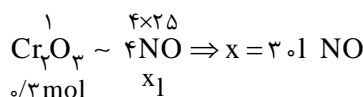
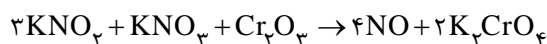
$$\times \frac{208/5 \text{ g } PCl_5}{1 \text{ mol } PCl_5} = 104/25 \text{ g } PCl_5$$

$$PCl_5 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } PCl_5 \text{ خالص}}{\text{جرم } PCl_5 \text{ ناخالص}} \times 100 \rightarrow$$

$$\frac{104/25}{139} \times 100 = 75\%$$

۱۷۶- گزینه ۳

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



$$\left[\begin{array}{l} 100 \text{ L هوا} \sim 22 \text{ L O}_2 \\ y \text{ L هوا} \sim 5/32 \times 10^4 \text{ L O}_2 \end{array} \right] \rightarrow y \approx 242 \times 10^3 \text{ L O}_2$$

$$\xrightarrow{\times 10^{-3}} 242 \text{ m}^3 \text{ O}_2$$

در ادامه حجم گاز SO_3 تولیدی را در شرایط STP حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 32 & 2 \times 22/4 & \\ 2\text{S} & \sim 2\text{SO}_3 & \Rightarrow x = 4/48 \text{ L SO}_3 \\ 8\text{g} \times \frac{100}{100} & x_1 & \end{array}$$

از آنجایی که سؤال، حجم گاز SO_3 را در شرایطی غیراستاندارد می‌خواهد، حجم گاز را از شرایط STP (دمای 273K و فشار 1atm) به شرایط مورد سؤال (دمای $136/5^\circ\text{C}$ و فشار 2atm) تبدیل می‌کنیم:

$$\boxed{\frac{PV_1}{T_1}} = \boxed{\frac{PV_2}{T_2}} \Rightarrow \frac{1 \times 4/48}{273} = \frac{2 \times V_2}{409/5}$$

شرایط سوال

$$\Rightarrow V_2 = 3/26 \text{ L SO}_3$$

۱۷۹- گزینه ۲

می‌دانیم که کاهش جرم در واکنش‌های تجزیه، به دلیل خروج گاز است:

$$\boxed{\text{جرم گاز خروجی} - \text{جرم ماده جامد اولیه} = \text{جرم مواد جامد باقی مانده}}$$

$$\rightarrow 44/4 = 63 - x \rightarrow x = 18/6 \text{ g گاز}$$

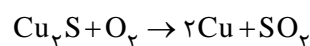
بنابراین مجموع جرم گازهای CO_2 و H_2O تولیدی برابر $18/6$ گرم است. حال با توجه به این مطالب می‌توانیم درصد تجزیه شده NaHCO_3 را محاسبه کنیم:



$$\begin{array}{ccc} 2 \times 84 & (1 \times 44) + (1 \times 18) & \\ 2\text{NaHCO}_3 \sim & \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} & \Rightarrow x = 8\% \\ 62\text{g} \times \frac{x}{100} & \frac{186}{100} \text{g} & \end{array}$$

۱۸۰- گزینه ۱

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



ابتدا حجم O_2 موردنیاز را بر حسب STP محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccc} 160 & 22/4 & \\ \text{Cu}_2\text{S} \sim & \text{O}_2 & \Rightarrow x = 5/32 \times 10^4 \text{ L O}_2 \\ 106\text{g} \times \frac{100}{100} & x_1 & \end{array}$$

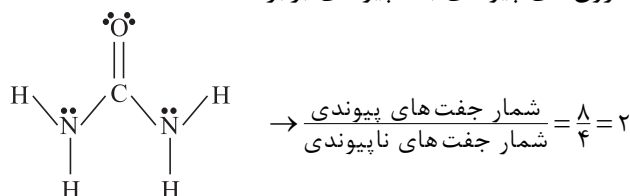
حال با توجه به اینکه از 100 لیتر هوا، 22 لیتر مربوط به O_2 است، می‌توان حجم هوای حاوی $5/32 \times 10^4 \text{ L}$ گاز اکسیژن را محاسبه کرد:

(شیمی دوازدهم)

۱۸۱- گزینه ۳

به بررسی هر یک از عبارت‌ها می‌پردازیم:

عبارت اول: نادرست است. در اوره نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر ۲ است:



عبارت دوم: درست است. با هم ببینیم:

$$\begin{aligned} 1 \text{ C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6 &\sim 57\text{CO}_2 \\ \frac{57 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times 0.5 \text{ mol C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6 &= 63.84 \text{ L CO}_2 \end{aligned}$$

توجه داشته باشیم که فراورده دیگر این واکنش، H_2O بوده که در شرایط STP به حالت مایع (l) دیده می‌شود.

عبارت سوم: نادرست است. اتیلن گلیکول $(\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH})$ مولکولی قطبی بوده و در هگزان نامحلول است.

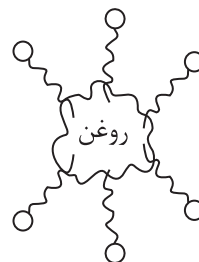
عبارت چهارم: نادرست است. مولکول‌های سازنده عسل حاوی شمار زیادی گروه هیدروکسیل (OH) هستند.

۱۸۲- گزینه ۲

به بررسی هر یک از عبارت‌های می‌پردازیم:

آ- درست است.

ب- نادرست است. بخش ناقطبی صابون یعنی زنجیر هیدروکربنی در روغن حل می‌شود، نه بخش قطبی:



پ- نادرست است. ذرات روغن احاطه شده توسط صابون که به اختصار به آن‌ها ذرات صابون - روغن می‌گوییم به علت داشتن بارهای هم‌نام منفی در سطح خود، یکدیگر را دفع می‌کنند و همین امر باعث می‌شود که این ذرات، به یکدیگر متصل نشوند.

ت- درست است.

۱۸۳- گزینه ۳

سه مورد نادرست‌اند:

- کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.
- کلوئیدها ته‌نشین نمی‌شوند و پایدارند.
- رنگ نوعی کلوئید است.

۱۸۴- گزینه ۱

به بررسی هر یک از عبارت‌ها می‌پردازیم:

آ- نادرست است. بار مثبت و منفی در کاتیون‌ها و آنیون‌های چند اتمی، متعلق به اتم خاصی نیست و متعلق به کل گونه است.

ب- نادرست است. با افزایش شمار کربن‌های گروه آلکیلی از حد معینی، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه می‌کند و پاک‌کننده به جای پاک کردن چربی، در آب رسوب می‌کند. پ- نادرست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی سبب کاهش کشش سطحی آب می‌شوند.

ت- درست است. در هر واحد از پاک‌کننده‌های غیرصابونی، ۱ اتم گوگرد و ۳ اتم اکسیژن وجود دارد:

$$\frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم گوگرد}} = \frac{3 \times 16}{32} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۱۸۵- گزینه ۲

به بررسی هر یک از عبارت‌ها می‌پردازیم:

آ- نادرست است. کاتیون فلزات قلیایی مانند K^+ و Na^+ در آب به صورت آبپوشی باقی مانده و سبب تولید H^+ یا OH^- نمی‌شوند، از این‌رو اسید یا باز آرنیوس محسوب نمی‌شوند. ب- درست است. در اسیدهای آرنیوس هیدروژن‌دار مانند HClO_4 ، HCN یا H_2S ، اتم(های) هیدروژن با پیوند کووالانسی به دیگر اتم‌ها متصل شده‌اند نه پیوند یونی.

پ- نادرست است. در نظریه آرنیوس، داشتن یا نداشتن OH^- در ساختار باز در اولویت نیست، بلکه مهم این است که این ترکیب توانایی تولید OH^- را در آب دارد یا نه. به عنوان مثال آمونیاک (NH_3) با وجود نداشتن یون OH^- در ساختار خود، در اثر انحلال در آب سبب تولید OH^- شده و باز آرنیوس محسوب می‌شود.

ت- درست است. زیرا K_2O در آب به طور کامل تفکیک می‌شود اما میزان یونش NH_3 در آب بسیار کم است.

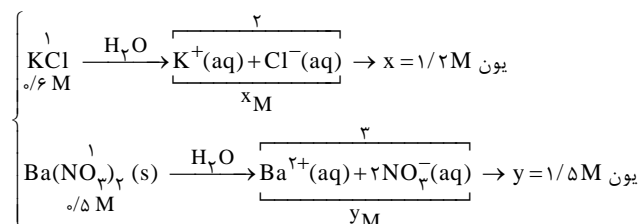
۱۸۶- گزینه ۴

رسانایی محلول مواد مختلف از نظر انحلال در آب به صورت کلی زیر است:

غیرالکترولیت > الکترولیت ضعیف > الکترولیت قوی

اتانول که غیرالکترولیت است، فورمیک اسید نیز الکترولیت ضعیف می باشد.

در مقایسه بین الکترولیت های قوی، هرچه شمار یون های تولیدی بیشتر باشد، رسانایی محلول بیشتر است. پس در ابتدا بهتر است غلظت یون های تولیدی در محلول های گزینه ۳ و گزینه ۴ را بررسی کنیم:



چون در محلول ۰/۵ مولار باریم نیترات غلظت یون های تولیدی بیشتر از محلول ۰/۶M پتاسیم کلرید است، محلول باریم نیترات رسانایی الکتریکی بالاتری دارد.

۱۸۷- گزینه ۳

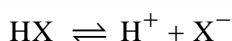
با توجه به شکل های داده شده، HX به طور کامل تفکیک نشده و اسید ضعیف است اما HY به علت تفکیک کامل به H^+ و Y^- یک اسید قوی محسوب می شود:

آ- درست است. HX اسیدی ضعیف بوده و دارای درجه یونش کوچکتر از ۱ یا درصد یونش کوچکتر از ۱۰۰ هست.

ب- درست است. HX یک اسید ضعیف بوده و نسبت به نیتریک اسید (HNO_3) که اسیدی قوی ای هست، ثابت یونش اسیدی (Ka) کوچکتری دارد.

پ- درست است. زیرا HY اسیدی قوی بوده و جزو الکترولیت های قوی دسته بندی می شود.

ت- نادرست است. با هم ببینیم:



$$[\text{HX}] = \frac{(2 \times 0.02) \text{ mol}}{2 \text{ Lit}} = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{(1 \times 0.02) \text{ mol}}{2 \text{ Lit}} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{X}^-] = \frac{(1 \times 0.02) \text{ mol}}{2 \text{ Lit}} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow \text{Ka} = \frac{[\text{H}^+][\text{X}^-]}{[\text{HX}]} = \frac{0.01 \times 0.01}{0.02} = 5 \times 10^{-3}$$

۱۸۸- گزینه ۳

قدرت اسیدی چهار اسید HCOOH ، HNO_3 ، HF و H_2CO_3 به صورت زیر است:

$\text{HF} > \text{HNO}_3 > \text{HCOOH} > \text{H}_2\text{CO}_3$: قدرت اسیدی (کربنیک اسید) (فورمیک اسید) (نیترواسید) (هیدروفلوئوریک اسید)

۱۸۹- گزینه ۳

با هم ببینیم: (هر دو اسید HCl و HBr جزو اسید های قوی بوده و دارای $\alpha = 1$ هستند)

$$\text{pH}_{\text{HCl}} = 1 \rightarrow [\text{H}^+]_{\text{HCl}} = 10^{-1}$$

$$\text{pH}_{\text{HBr}} = 3 \rightarrow [\text{H}^+]_{\text{HBr}} = 10^{-3}$$

$$\frac{[\text{H}^+]_{\text{HCl}}}{[\text{H}^+]_{\text{HBr}}} = \frac{M_{\text{HCl}} \times \alpha}{M_{\text{HBr}} \times \alpha} \rightarrow \frac{10^{-1}}{10^{-3}} = \frac{M_{\text{HCl}}}{M_{\text{HBr}}}$$

$$\rightarrow \frac{M_{\text{HCl}}}{M_{\text{HBr}}} = 100$$

۱۹۰- گزینه ۲

ابتدا غلظت مولار محلول آسپرین را به دست می آوریم:

$$\text{جرم مولی آسپرین} = 9(12) + 8 + 4(16) = 180 \text{ g.mol}^{-1} \quad (\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4)$$

$$[\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4] = \frac{(\frac{1}{26} \text{ g}) \text{ mol}}{(\frac{180}{2500}) \text{ Lit}} = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال با استفاده از pH محلول، غلظت H^+ را به دست می آوریم:

$$\text{pH} = 2/6 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/6} = 10^{-2} \times \left(\frac{1}{10} \right)^{1/3} = 25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\frac{\text{شمار مول های}}{\text{در محلول نهایی}} \rightarrow 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times (0.1 + x) \text{ Lit}$$

$$= 0.02(0.1 + x) \text{ mol OH}^-$$

این مقدار مول OH^- از محلول NaOH تولید خواهد شد:

$$\begin{array}{c} \text{NaOH} \\ x_{\text{lit}} \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{\text{lit}} \end{array} \sim \begin{array}{c} \text{OH}^- \\ 0.02(0.1 + x) \end{array} \rightarrow x = 0.02 + 0.2x$$

$$\rightarrow 0.8x = 0.02 \rightarrow x = 0.025 \text{ lit}$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به ml}} 0.025 \times 1000 = 25 \text{ ml NaOH (aq)}$$

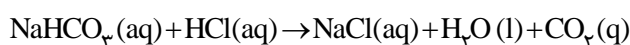
۱۹۳- گزینه ۲

ابتدا غلظت مولار محلول جوهرنمک (HCl) را به دست می آوریم:

$$\text{pH} = 1/3 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/3} = 10^{-1} \times 10^{-2/3}$$

$$= 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

واکنش جوهرنمک (HCl) با جوش شیرین (NaHCO_3) به صورت زیر است:



ابتدا جرم NaHCO_3 مصرفی را به دست می آوریم:

$$\begin{array}{c} \text{NaHCO}_3 \\ x \text{ g} \end{array} \sim \begin{array}{c} \text{HCl} \\ 10^{-1} \text{ lit} \times 5 \times 10^{-2} \text{ M} \end{array} \rightarrow x = 0.42 \text{ g NaHCO}_3$$

در ادامه حجم گاز تولیدی را محاسبه می کنیم: (توجه داشته باشید که در شرایط STP آب به حالت مایع (l) است.)

$$\begin{array}{c} \text{HCl} \\ 10^{-1} \times 5 \times 10^{-2} \end{array} \sim \begin{array}{c} \text{CO}_2 \\ y_{\text{lit}} \end{array} \rightarrow y = 0.112 \text{ lit} \rightarrow 112 \text{ ml}$$

۱۹۴- گزینه ۲

ابتدا غلظت مولار هر دو ماده را به دست می آوریم:

$$\boxed{\text{H}_3\text{PO}_4} \Rightarrow \text{pH} = 2/7 \rightarrow$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{+1/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \rightarrow 2 \times 10^{-3} = M \times \frac{0.25}{1.00}$$

$$\Rightarrow M = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال می توانیم درجه یونش اسید را در این شرایط محاسبه کنیم:

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \rightarrow 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2} \times \alpha$$

$$\rightarrow \alpha = 12/5 \times 10^{-2}$$

در انتها K_a را به دست می آوریم: (α بزرگتر از ۰.۵ است و از آن در برابر ۱ صرف نظر نمی کنیم)

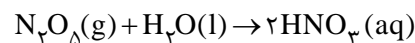
$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\rightarrow K_a = \frac{2 \times 10^{-2} \times (12/5 \times 10^{-2})^2}{1 - 12/5 \times 10^{-2}} = \frac{3/125 \times 10^{-4}}{0.875}$$

$$= 3/6 \times 10^{-4}$$

۱۹۱- گزینه ۴

دی نیتروژن پنتا اکسید مطابق واکنش زیر در آب حل می شود:



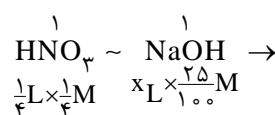
ابتدا غلظت مولار HNO_3 را به دست می آوریم:

$$\begin{array}{c} \text{N}_2\text{O}_5 \\ 10.8 \\ 12/5 \text{ g} \end{array} \sim \begin{array}{c} 2\text{HNO}_3 \\ x_{\text{M}} \times 1 \text{ Lit} \end{array} \rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ mol.L}^{-1} \text{ HNO}_3$$

$$\frac{\text{pH}}{\text{محلول}} [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \rightarrow [\text{H}^+] = \frac{1}{4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log \frac{1}{4} = -(\cancel{2} \log \frac{1}{4}) = 0.6$$

حال HNO_3 را با NaOH خنثی می کنیم:



$$x = 0.25 \text{ Lit NaOH} \xrightarrow{\text{تبدیل به mL}} 250 \text{ mL NaOH}$$

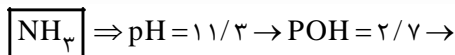
۱۹۲- گزینه ۱

ابتدا غلظت OH^- را در محلولی با $\text{pH} = 12/3$ محاسبه می کنیم:

$$\text{pH} = 12/3 \rightarrow \text{pOH} = 1/7 \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{+1/7}$$

$$\rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

حجم محلول نهایی برابر حجم آب (۰.۱ lit) به علاوه حجم NaOH اضافه شده است (x)، بنابراین:

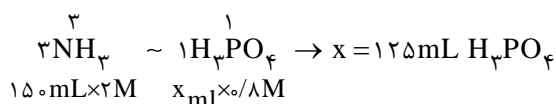


$$[\text{OH}^-] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{+0.7/3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{OH}^-] = M.n.\alpha \rightarrow 2 \times 10^{-3} = M \times 1 \times \frac{0.1}{1.0}$$

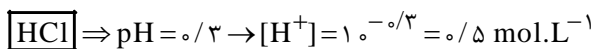
$$\Rightarrow M = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال می‌توانیم اسید و باز را با هم خنثی کنیم:

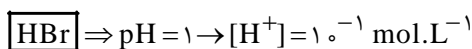


۱۹۵- گزینه ۱

اگر حجم محلول HCl را برابر x لیتر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$\rightarrow n_{\text{H}^+} = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times x_{\text{L}} = 0.5x \text{ mol H}^+$$



$$\rightarrow n_{\text{H}^+} = 10^{-1} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{12}{1.0} \text{ L} = 12 \times 10^{-3} \text{ mol H}^+$$

در محلول نهایی داریم:

$$\text{pH} = 0.7$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{+0.3} = 2 \times 10^{-1} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] = \frac{\text{شمار مول های H}^+}{\text{حجم محلول}}$$

$$\rightarrow 2 \times 10^{-1} = \frac{(0.5x + 0.012) \text{ mol}}{(x + 0.12) \text{ lit}}$$

$$\rightarrow x = 0.04 \text{ lit} \xrightarrow{\text{تبدیل به ml}} 40 \text{ ml HCl}$$